LECCIONES

DE

ARITMETICA.

SEVILLA.
Con licencia, Imprenta de D. Mariano Caro.
1828.

PROLOGO.

El nombre solo de *Matemáticas*, que en su etimologia quiere decir *Instruccion* ó *Ciencia*, dá, de una manera justa y precisa, la idea noble que de ellas es menester formarse. En efecto, las Matemáticas forman una encadenacion de principios, de raciocinios y de conclusiones, á las que siempre acompañan la certidumbre y la evidencia; carácter propio de los conocimientos científicos.

Las Matemáticas son las ciencias que tienen por objeto la cantidad en cuanto es calculable ó mensurable. Se dividen en *Puras* y *Mixtas*: las primeras consideran la cantidad de una manera abstracta; y bajo esta consideracion la cantidad puede ser calculable y mensurable; en el primer caso se la representa con números, y es el objeto de la *Aritmética*; en el segundo, se la representa por líneas, y es el objeto de la *Geometría*. Las Matemáticas Mixtas tratan de las propiedades de la cantidad concreta, ó considerada en ciertos cuerpos ú objetos particulares, y tambien en cuanto es susceptible de cálculo y de medida. Del número de las Matemáticas Mixtas, son: la Mecánica, la Optica, la Astronomía, la Arquitectura, la Fortificacion, la Navegacion, etc.

Bajo dos respectos debe considerarse la utilidad de las Matemáticas: el uno es, que ellas forman el entendimiento, acostumbrándonos á discurrir con solidez y precision, conduciéndonos con firmeza en la investigacion de la verdad, analizando esta con claridad y distincion, y enseñándonos á sacar consecuencias legítimas, y á demostrarlas hasta la evidencia, sin sofismas ni cavilaciones; y el otro es, por su aplicacion é influencia en todas las ciencias naturales, que deben á las exactas los agigantados adelantamientos y la perfeccion, que han recibido en estos últimos tiempos.

Apenas puede el hombre mantenerse en la sociedad sin algunas nociones de

Matemáticas. La Aritmética es indispensable en el trato comun de las gentes, no menos que en el comercio; y la agrimensura, tan comun entre los labradores, se funda en la Geometría. Las Matemáticas deben pues reputarse como las delicias del hombre y las bienhechoras de la Sociedad. Por ellas se averigua las fuerzas del ímpetu, las condiciones del movimiento, las causas, los efectos y las diferencias de los sonidos; la naturaleza admirable de la luz, y las leyes de su propagacion: ellas levantan con hermosura y proporcion los edificios, hacen casi inexpugnables las ciudades, ordenan admirablemente los ejércitos, cónducen á los hombres al través de las olas, domando los elementos; y levantan, en fin, su vuelo hasta los cielos para averiguar la magnitud de los astros, y el concierto y armonía de sus movimientos, siguiéndolos en la inmensidad del espacio. El estudio de la Geometría conduce naturalmente al de la Mecánica, este nos lleva sin obstáculo al de la sana Física, y esta arrastra la verdadera Filosofía, que ilustra á los pueblos, y ennoblece al hombre con el conocimiento de sus derechos y el uso de sus facultades. Asi es, que la prosperidad de una nacion se encontrará siempre en razon directa de lo estendido que en ella se encuentre el estudio de las ciencias exactas.

Bien convencidos nosotros de esta verdad inconcusa, y sin perder de vista nuestro principal objeto, que es el de fomentar y facilitar el estudio de los conocimientos útiles, hemos considerado siempre que nuestra coleccion deberá componerse por la mayor parte de tratados de Matemáticas; y con el fin de completar estos en cuanto sea posible, añadiremos á los que estan ofrecidos en el prospecto, un tratado de secciones cónicas, precedidas de la aplicacion del Algebra á la Geometría, otro de Trigonometría, y los Cálculos Diferencial é Integral, escritos todos con la correspondiente ilacion y dependencia; de suerte que cualquiera de ellos pueda entenderse, sabidos los anteriores, y de modo, que entre todos compongan un *Curso* perfecto elemental de Matemáticas.

En la Aritmética, que ahora publicamos, con el objeto de que sirva tambien en el comercio, se han incluido las reglas de tres, de compañía, de falsa posicion y otras, cuya explicacion y demostraciones hubieran sido mas exactas y elegantes con el Análisis algebráico: sin embargo en el Algebra se hablará de las proporciones y progresiones con mas estension, y con toda la luz y energia que presta el Análisis.

En la Aritmética, que ahora publicamos, con el objeto de que sirva tambien en el comercio, se han incluido las reglas de tres, de compañía, de falsa posicion y otras, cuya explicacion y demostraciones hubieran sido mas exactas y elegantes con el Análisis algebráico: sin embargo en el Algebra se hablará de las proporciones y progresiones con mas estension, y con toda la luz y energía que presta el Análisis.

LECCIONES
DE
ARITMETICA (1).

LECCION I.

Nociones preliminares.

Numeracion.

Pregunta. ¿Qué es Aritmética?
Respuesta. La ciencia de los números.

P. ¿Qué se entiende por la ciencia de los números?

R. La que trata de averiguar las varias propiedades y relaciones de la cantidad, y el modo de calcular por medio de ellos.

P. ¿Qué es cantidad?

R. Todo lo que es susceptible de aumento ó diminucion.

(1) *No se da en estas lecciones la demostracion de cada regla y operacion con toda la extension que algunos desearian, asi por temor de que saliesen demasiado voluminosas, como porque juzgamos mas util dejar al cuidado de los maestros hacerlo, ilustrando sus aplicaciones con ejemplos repetidos, claros y acomodados á la inteligencia de la primera instruccion.*

P. ¿Qué es unidad?

R. Una cantidad que se elige, las mas veces á arbitrio, para que sirva de término de comparacion respecto de todas las cantidades de su especie.

P. ¿Qué se entiende por numeracion?

R. El arte de expresar, con solo diez caractéres, todos los números posibles.

P. ¿En cuántas clases se divide el número?

R. En entero, quebrado, mixto, abstracto, concreto, complejo é incomplejo.

P. ¿Qué es número entero?

R. El que se compone de un número completo de unidades enteras.

P. ¿Qué es número quebrado?

R. El que expresa parte de la unidad, como *tres cuartos*, *dos quintos* &c.

P. ¿Qué es número mixto?

R. El que consta de unidades enteras y partes de la unidad, como *una vara y dos palmos*.

P. ¿Qué es número abstracto?

R. Aquel que no determina la especie á que pertenece la cantidad ó número, como cinco, siete, diez &c.

P. ¿Qué es número concreto?

R. Aquel que determina la especie á que corresponde la cantidad, como cinco libros, siete pájaros &c.

P. ¿Qué es número complejo?

R. El que se compone de cantidades de diferentes especies, pero de un mismo género, que pueden reducirse á una sola, como *tres duros, dos pesetas y un real*, las cuales, aunque de tres especies diferentes, son del mismo género de moneda, y pueden reducirse á reales.

P. ¿Qué es número incomplejo?

R. Aquel que está compuesto de otros de diferentes especies, y que no son reducibles á una sola, como *dos arrobas, tres varas, seis doblones.*

P. ¿Cómo se llaman los caractéres ó figuras de que nos valemos para expresar las cantidades?

R. Cifras ó guarismos.

P. Poned de manifiesto las diez cifras, y decid como se llaman.

	1	2	3	4	5	6
R.	Uno	dos	tres	cuatro	cinco	seis
7	8	9	0			
siete	ocho	nueve	cero.			

P. ¿Qué quiere decir cero?

R. Cero es el símbolo de la nada, y solo designa, en cualquier parage donde se halle, que no hay nada de lo que debia haber donde está dicha cifra ó guarismo.

P. ¿Tiene siempre cada cifra el mismo valor?

R. No: porque ademas del valor *propio*, que es el que la corresponde cuando está sola, tiene otro llamado *relativo*, el cual varía segun el lugar que ocupa unida á otras cifras, contando de derecha á izquierda.

P. ¿Qué lugar ocupan las cifras que componen las cantidades?

R. En el primer lugar, contando siempre de derecha á izquierda, se colocan las unidades sencillas; en el segundo las decenas; en el tercero las centenas; en el cuarto los millares; en el quinto las decenas de millar; en el sesto las centenas de millar, y asi succesivamente del modo que sigue:

etc.	etc.
9	Decenas de trillon ó de tricuento.
0	Trillones ó tricuentos.
3	Centenas de millar de billon ó de bicuento.
5	Decenas de millar de billon ó de bicuento.
8	Millares de billon ó de bicuento.
6	Centenas de billon ó de bicuento.
1	Decenas de billon ó de bicuento.
2	Billones ó bicuentos.
2	Centenas de millar de millon ó de cuento.
7	Decenas de millar de millon ó de cuento.
5	Millares de millon ó de cuento.
8	Centenas de millon ó de cuento.
3	Decenas de millon ó de cuento.
7	Millones ó cuentos.
2	Centenas de millar.
6	Decenas de millar.
9	Millares.
3	Centenas.
3	Decenas.
5.	Unidades.

El modo de leer esta cantidad es el siguiente: Noventa trillones, trescientos cincuenta y ocho mil seiscientos y doce billones, doscientos setenta y cinco mil ochocientos treinta y siete millones, doscientos sesenta y nueve mil trescientos treinta y cinco unidades.

P. ¿Cómo se escriben los guarismos?

R. Colocándolos succesivamente los unos al lado de los otros, empezando por la izquierda; porque, al anunciar los números, se empieza siempre en nuestra lengua por la unidad de especie superior.

P. Demostradme mas claramente el modo de escribir los guarismos.

R. Antes de demostrarlo materialmente, diremos, que la unidad se expresa con una cifra, las decenas con dos, las centenas con tres, los millares con cuatro, las decenas de millar con cinco &c. Supongamos que tenga que poner por escrito, en guarismos, el número treinta y dos: como no se habla aqui de cientos, desde luego conozco que no puede haber aqui mas que dos cifras, una para las decenas, y otra para las unidades, y escribiré 32. Si me dan á escribir treinta y dos mil cuatrocientos cincuenta, debo advertir que en esta suma hay unidades, decenas, centenas, millares y decenas de millar; por consiguiente necesito cinco cifras, y escribiré 32450.

P. ¿Hay algun medio sencillo para leer con facilidad un número muy complicado?

R. Sí: se divide en porciones de seis en seis guarismos, empezando por la derecha: en la primera separacion se pone un 1, bien por la parte de arriba, bien por la de abajo; ó en lugar de 1, un punto; en la segunda, un 2 ó un punto; en la tercera, un 3 ó un punto &c.; despues se divide cada porcion de seis guarismos en dos de á tres, con una coma, y se empieza leyendo por la izquierda, pronunciando siempre mil donde se encuentre una coma, y donde se halle un punto ó un 1, un 2, un 3 &c., millon, billon, trillon &c.; y luego al fin se pronuncia unidades. Por ejemplo:

35,792.690,050.293,178.440,358.
3 2 1

que se lee: treinta y cinco mil setecientos noventa y dos trillones, seiscientos noventa mil y cincuenta billones, doscientos noventa y tres mil ciento setenta y ocho millones, cuatrocientos cuarenta mil trescientos cincuenta y ocho unidades.

P. ¿El sistema de numeracion es igual en todas las naciones civilizadas?

R. Sí: con solo la diferencia que los franceses no usan las palabras billon, trillon &c. en el mismo sentido que nosotros y los ingleses; pues llaman billon á lo que nosotros y los ingleses llamamos millon de millon; trillon á lo que nosotros y los ingleses billon; cuadrillon á nuestro millon de millon, y asi en adelante.

P. Si á un número cualquiera se le pone á su derecha un cero, ¿en qué se convierte?

R. Queda hecho diez veces mayor; porque ocupando el lugar de las unidades cuando estaba solo, ahora ha pasado al lugar de las decenas, que son diez veces mayores que unidades. Por la misma razon si se añaden dos ceros, queda hecho el número cien veces mayor, y si tres ceros, mil veces mayor &c.

LECCION II.

Sumar números enteros.

P. ¿Cuáles son las operaciones principales de la Aritmética?

R. Cuatro: sumar, restar, multiplicar y partir.

P. ¿Qué es sumar?

R. Expresar el valor total de muchos números en uno solo, ó hallar un número que exprese lo que valen dos ó mas cantidades juntas.

P. ¿Cómo se llama la operacion por

medio de la cual se ejecuta la suma?

R. *Adicion*; los números que se dan para sumar, *sumandos*, y lo que resulta de la operacion, *suma*.

P. ¿Qué se hace para sumar números enteros?

R. Se colocan los números, que se dan para sumar, los unos debajo de los otros; de modo que se correspondan unidades debajo de unidades, decenas debajo de decenas, centenas debajo de centenas &c.; tírese despues una raya, y empiécese á sumar por la columna de las unidades, que es la que está mas á la derecha. Si la suma no pasa de nueve, escríbase debajo; si pasa de nueve, póngase debajo el numero de unidades que exceda, reservando la decena ó decenas para sumarlas con las de la columna siguiente. Al sumar la columna de las decenas, es preciso tener cuidado de sumar, con el primer guarismo, las decenas que resultaron de la suma de las unidades, y se sigue sumando la columna de las decenas, del mismo modo que se sumó la de las unidades, y se continua de columna en columna hasta la última, debajo de la cual se escribirá la suma que se hallare.

P. ¿Cómo se suman las cantidades 97, 404, 290 y 18?

R. Despues de escribirlas, como está

prevenido, de este modo.........

97
404
290
18
809

empiezo por la columna de las unidades, diciendo: 7 y 4 son 11, 11 y 0 son 11, y 8 son 19 unidades; coloco las nueve unidades debajo de la columna de las unidades, y guardo la decena para sumarla con las de la columna siguiente, en la cual digo: 9 decenas y una decena que llevaba de la suma de las unidades, son 10 decenas; 10 decenas y 0 son 10, y 9 son 19, y 1 son 20: en 20 decenas hay 2 centenas justas, y como no queda ninguna decena, pondré 0, y guardo las dos centenas para sumarlas con las de la columna inmediata, diciendo: 4 centenas y 2 centenas que llevaba de la columna anterior, son 6 centenas, y 2 mas, son 8 centenas, que pongo debajo de la raya, y tengo que la suma de los cuatro números propuestos es *ochocientos nueve.* Sumense las cantidades siguientes: 47,259. 20,503. 49,625. y 15,903, y véase si componen la suma de 133,290.

LECCION III.

Restar números enteros.

P. ¿Qué es restar?

R. Averiguar la diferencia que hay entre dos cantidades.

P. ¿Cómo se llama la operacion por medio de la cual se ejecuta el restar?

R. *Sustraccion:* el número que se ha de restar *minuendo*; el que se resta *sustraendo*, y lo que resulta de la operacion *resta*, *exceso* ó *diferencia*.

P. ¿Qué se hace para restar números enteros?

R. Se escribe la cantidad menor debajo de la mayor, del mismo modo que si ambas cantidades debieran sumarse, y se tira una raya por debajo, como en el ejemplo siguiente.............. 8579
Despues de esto diré: de 9 (1) uni- 3275
dades á 5 unidades ¿cuantas van? y ——
notaré que 4; este guarismo lo co- 5304
loco debajo de la raya en la columna de las unidades; paso despues á la columna de las decenas, y digo: de 7 decenas á 7 decenas ¿cuantas van? y como ambos números son iguales, por no resultar diferencia alguna, pongo debajo un 0; paso á

(1) *Aunque suele acostumbrarse á decir al contrario,* de 5 á 9 van 4, *hemos adoptado este método, porque, sobre no incluir ninguna impropiedad en el lenguage, tiene la ventaja de que la palabra acompaña la accion, y al concluir se escribe el* 4 *debajo del* 5; *lo que no sucederia si concluyéramos nombrando el* 9, *pues entonces tendriamos que retroceder hácia abajo para escribir el residuo.*

las centenas, y digo: de 5 á 2 ¿cuántas van? y como observo que van 3, pongo debajo el 3; paso por último á los millares, y digo: de 8 á 3 ¿cuantas van? veo que 5, lo pongo debajo, y tendré que la diferencia entre los dos números propuestos es 5304. En esta operacion la cantidad 8579 es el minuendo, 3275 el sustraendo, y 5304 la resta, el exceso ó la diferencia.

P. ¿Cómo se resta cuando la cifra inferior es mayor que la superior?

R. Se toma una unidad del guarismo inmediato de la izquierda, con lo cual aumentando diez veces su valor el número del minuendo, podrá sustraerse fácilmente. Véase el ejemplo siguiente: Puestas las dos cantidades que se han de restar, se tira la raya, y se dice: de 6 á 8 no puede restarse nada, por cuanto el 8 es mayor que el 6;

45296.
31578.
———
13718.

y á fin de hallar un número mayor que el 8, tomo en el minuendo una unidad del guarismo mas inmediato al 6, que es el 9, por esta operacion el 6 queda convertido en 16, y en tal caso ya puedo decir: de 16 á 8 van 8, y pongo 8 debajo de la raya. En seguida tengo que observar que el 9 de donde saqué una unidad para dársela al 6, ya no es 9 ahora, sino 8; porque quien de 9 quita uno, queda en 8, y digo: de 8, que está en el sustraendo, á 7 va 1, y pongo 1 debajo de la raya. Sigo diciendo: de 2 á 5, y observo la misma dificultad que al principio, y tengo que sacar una unidad del 5 inmediato al 2, el cual queda de este modo convertido en 12, y vuelvo á decir: de 12 á 5 van 7, y pongo el 7 debajo de la raya. Continuo, y digo: de 4 á 1 van 3 (porque habiendo rebajado 1 al 5, queda en 4) y pongo el 3 debajo. Por último, digo: de 4 á 3 va 1, y pongo 1 debajo de la raya. El resultado de la operacion me da, por diferencia, entre las dos cantidades, 13718.

P. ¿Cómo se resta cuando en el minuendo ó cantidad superior hay ceros?

R. Del mismo modo que en el ejemplo anterior; esto es: se considera el primer cero de la derecha como 10, y todos los demas como 9, teniendo cuidado de considerar con una unidad menos, al primer guarismo significativo que se encuentre arrimado al último cero, que en este caso es el 7. Sirva de ejemplo, para poder ejercitarse el que aprende.......

$$\begin{array}{r} 16037000 \\ 4572695 \\ \hline 11464305 \end{array}$$

Tirada la raya por debajo de las dos cantidades, diré: de 10 á 5 van 5, y pongo 5; de 9 á 9 no va nada, y pongo 0; de 9 a 6 van 3, de 6 á 2 van 4; de 3 á 7 no puede ser, y asi debo tomar una unidad del guarismo inmediato; pero como este es 0, es preciso ir á buscarla al otro que sigue, que es el 6, y en este caso digo: de 13 á 7 van 6; ahora considero el 0 como 9, y digo: de 9 á 5 van 4; prosigo diciendo: de 5 á 4, y no de 6, porque quité antes una unidad al 6, va 1; y como aun queda en el minuendo un guarismo que no tiene correspondiente en el sustraendo, lo coloco debajo, diciendo: de 1 á nada va 1.

LECCION IV.

Prueba de la operacion de sumar y de restar.

P. ¿Qué se entiende por prueba de una operacion aritmética?

R. Es otra operacion, por medio de la cual nos cercioramos de que la primera está bien ejecutada.

P. ¿A qué se reducen las operaciones que deben servir de prueba para sumar y restar?

R. La operacion de sumar se prueba restando, y la de restar, sumando.

P. Demostradme con un ejemplo la prueba de la operacion de sumar.

R. Sirva el mismo ejemplo que sirvió para sumar, y que es el siguiente. Si solamente se tratase de sumar estas cuatro

97
404
290
18
809

cantidades, se procederia como está prevenido en la leccion II; pero aqui se empieza á sumar por la columna de la izquierda, y debe decirse: 4 y 2 son 6; este 6 debo restar del 8, que está debajo de la raya, y el 2 que me queda lo pongo debajo del 8; paso á la columna inmediata, y digo: 9 y 9 son 18 y 1 son 19; este 19 lo resto del 2 y del 0, que juntos hacen 20; restando 19 de 20 da 1, y lo pongo debajo del 0, teniendo cuidado de borrar el 2; paso por último á la otra columna, y digo: 7 y 4 son 11 y 8 son 19; y restando este 19, que tengo en la memoria, del 19 que hay debajo, me resulta 0, que pongo debajo del 9, y borro el 1 anterior. El haber resultado 0 en la última operacion, es prueba de que la suma estaba bien hecha. Aunque se puede usar esta prueba, y aun otras muchas mas, con todo es mas sencillo volver á hacer la suma para asegurarse si ha sido bien hecha, particularmente si hay pocas cantidades. Cuando hay muchas, es mejor dividirlas, y hacer la suma parcialmante, reunir las sumas parciales, y sumarlas todas juntas.

P. ¿Cómo se prueba la operacion de restar?

R. Sumando el sustraendo con la resta, y si la suma es igual con el minuendo, es prueba de que la operacion está bien hecha; sino, no lo estará. Si quisiera averiguar si la última operacion de la leccion III estaba bien ejecutada, no haria mas que tirar una raya debajo de la resta, y sumar el sustraendo 4.572,695 con la resta 11.464.305, y saco la suma 16.037.000, que es igual al minuendo; por lo que digo que la operacion está bien ejecutada.

16037000
4572695
11464305
16037000

LECCION V.

Multiplicar números enteros.

P. ¿Qué es multiplicar?

R. Tomar un número tantas veces como unidades tiene otro. Multiplicar 4 por 3, es tomar tres veces el número 4, ó cuatro veces el número 3.

P. ¿Cómo se llama la operacion por medio de la cual se multiplica un número por otro?

R. Multiplicacion: el número que se ha de tomar cierto número de veces, se llama *multiplicando*; aquel por medio del cual se debe multiplicar, se llama *multiplicador*, y lo que resulta de la operacion se llama *producto*; al multiplicando y multiplicador juntos, se les da el nombre de *factores* del producto.

P. ¿Hay algun medio sencillo para acostumbrarse á encontrar de una vez el producto de dos numeros, multiplicado uno por otro?

R. Si; con tal que se aprenda de memoria la tabla siguiente. El que la sabe bien, tiene adelantado muchísimo para multiplicar, sin necesidad de escribir las operaciones.

Tabla de los productos de los números dígitos ó simples(1).

1 por 1 ...es 1	2 por 4 8
1 por 2 2	2 por 5 10
1 por 3 3	2 por 6 12
1 por 4 4	2 por 7 14
1 por 5 5	2 por 8 16
1 por 6 6	2 por 9 18
1 por 7 7	
1 por 8 8	3 por 3 .. son 9
1 por 9 9	3 por 4 12
	3 por 5 15
2 por 2 .. son 4	3 por 6 18
2 por 3 6	3 por 7 21

(1) *Los matemáticos dan el nombre de* dígito ó simple *á una cantidad, cuando consta solo de un guarismo, y de* compuesto *cuando consta de mas.*

3 por 8 24	6 por 6 36
3 por 9 27	6 por 7 42
4 por 4 ..son 16	6 por 8 48
4 por 5 20	6 por 9 54
4 por 6 24	
4 por 7 28	7 por 7 49
4 por 8 32	7 por 8 56
4 por 9 36	7 por 9 63
5 por 5 ..son 25	8 por 8 64
5 por 6 30	8 por 9 72
5 por 7 35	
5 por 8 40	9 por 9 81
5 por 9 45	

10 por 10 ..... son 100
10 por 100 1,000
10 por 1000..... 10,000
10 por 10,000 . . .100.000
10 por 100,000 1.000,000

P. ¿No hay tambien una tabla llamada Pitagórica, que sirve para hallar el producto de dos numeros dígitos cualesquiera?

R. Si, y por lo ingeniosa que es, merece llamar nuestra atencion: fue inventada por el filósofo griego Pitágoras.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Para hallar el producto de dos números cualesquiera, supongamos de 9 multiplicado por 6, buscaré 9 en la primera fila que va de izquierda á derecha, y el 6 en la primera columna que va de arriba abajo, y veré qué número hay en la casilla en que se encuentran la fila y la columna; y como es 54, casilla 6.ª de la columna 9.ª, diré que 54 es el producto de 9 por 6.

P. Demostradme con un ejemplo el modo de multiplicar una cantidad de varias cifras por una sola cifra.

R. Supongamos 356 por 4, ó bien 4 por 356, que es lo mismo; lo escribo del modo que demuestra el ejemplo, sirviendo de multiplicador el mas sencillo, que es el 4. Tiro debajo una raya, y empiezo á multiplicar por las unidades, diciendo: 4 por 6 son 24; coloco el 4 debajo, y guardo las 2 decenas para añadirlas al producto de las decenas, y digo: 4 por 5 son 20, y 2 que llevaba de antes son 22; escribo debajo el 2, y me reservo las 2 centenas; prosigo diciendo, 4 por 3 son 12, y 2 que me habian quedado de la operacion anterior, son 14; y como no hay mas guarismos que multiplicar, escribo 14 debajo; de modo que las cuatro cifras que he escrito son 1424, producto de 4 multiplicado por 356.

$$\begin{array}{r} 356 \\ 4 \\ \hline 1424 \end{array}$$

P. ¿Cómo se multiplica un número cualquiera por 10 ó por 100?

R. Si es por 10, añadiendo un 0; si por 100, dos; de modo que para multiplicar un número por la unidad seguida de ceros, no hay mas que añadir á dicho número tantos ceros como habia despues de la unidad.

P. ¿Cómo se multiplica 9658 por 734?

R. Tomaré por multiplicador el 734,

porque es el menor, y le colocaré debajo del multiplicando en esta forma.

$$
\begin{array}{r}
9658 \\
734 \\
\hline
38632 \\
28974 \\
67606 \\
\hline
7088972
\end{array}
$$

Tiraré la raya, y empezaré á multiplicar por el 4, como si no hubiera mas multiplicador que él, siguiendo el orden del ejemplo anterior; el producto de la multiplicacion del 4 es 38632. Luego seguiré multiplicando 9658 por el 3, lo mismo que se multiplicó por el 4, pero con la diferencia que el producto se ha de empezar á poner en la línea que corresponde debajo del multiplicador 3, y no del 4, y tendré por producto 28974. Pasaré por último al 7, y haré la misma operacion, empezando á poner debajo del multiplicador 7, el producto 67606. Puestos estos tres productos parciales en la forma que demuestra el ejemplo, pasaré á hacer la suma, la cual me dará por producto total 7.088,972.

P. ¿Cómo se abrevia la operacion de la multiplicacion cuando en ambos factores hay ceros á la derecha?

R. Multiplicando solo por los guarismos significativos, y añadiendo al producto, tantos ceros, como hay al fin en ambos factores juntos. Supongamos que quiero multiplicar 742,000 por 5,300, podré escribir como se vé en el ejemplo; y sin hacer caso de los ceros, multiplicaré como si solo fueran estas dos cantidades 742 por 53, conforme se ha dicho anteriormente; teniendo cuidado de poner en el producto total tantos ceros como hay en ambos factores juntos; esto es, cinco ceros, dos que hay en el multiplicador, y tres en el multiplicando.

$$\begin{array}{r} 742000 \\ 5300 \\ \hline 2226 \\ 3710 \\ \hline 3932600000 \end{array}$$

P. ¿Cuantos son los usos de la multiplicacion?

R. Dos: primero, cuando se trata de reducir cantidades de especie superior ó inferior; segundo, cuando dado el valor de una unidad, queremos venir en conocimiento de otras muchas de su misma especie.

P. Demostradme con un ejemplo el primer uso de la multiplicacion.

R. Supongamos que tengo cuatro pesos fuertes, tres pesetas y dos reales, y que quiero saber cuantos reales hacen en todo. Empezaré por reducir los cuatro pesos fuertes á pesetas; y como cada peso fuerte tiene cinco pesetas, multiplicaré 4 por 5, y al producto 20 añadiré las 3 pesetas dadas, y tendré 23 pesetas. Considerando ahora que cada peseta vale 4 reales, multiplicaré las 23 pesetas por 4, y al producto 92 añadiré los 2 reales dados. De este modo veré que los 4 pesos fuertes, 3 pesetas y 2 reales, reducidos á esta última especie, hacen 94 reales.

P. Demostradme con un ejemplo el segundo uso de la multiplicacion.

R. He comprado una vara de paño por 30 reales, y un amigo mio quiere comprar 25 varas del mismo paño; pero antes desea saber á cuanto subirá el valor de las 25 varas. Para averiguarlo prontamente, multiplico las 25 varas por 30 reales, y el producto 750 serán los reales que costará el paño pedido.

LECCION VI.

Partir números enteros, y pruebas de la Multiplicacion y Division.

P. ¿Qüé es partir?

R. Averiguar cuantas veces un numero contiene otro.

P. ¿Cómo se llama la operacion por medio de la cual se ejecuta el partir?

R. *Division*; el numero que se ha de partir se llama *dividendo*; aquel por quien se ha de partir, se llama *divisor*; y lo que resulta *cociente*; al dividendo y al divisor untos se les da el nombre de *términos de Division*.

P. ¿Cómo se parte 8769 por 7?

P. ¿Cuantas clases de quebrados hay?

R. Dos: el *propio*, y el *impropio*.

P. ¿Que se entiende por quebrado propio?

R. Aquel cuyo numerador es menor que el denominador: como $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$.

P. Explicadme lo que es quebrado impropio.

R. Aquel cuyo numerador es igual ó mayor que el denominador, como $\frac{4}{4}$, $\frac{4}{3}$.

P. De dos ó mas quebrados que tienen un mismo numerador ¿cual es el mayor?

R. El que tiene menor denominador: asi es que de todos los quebrados $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{9}$, el mayor es $\frac{1}{2}$, porque tiene menor denominador.

P. De dos ó mas quebrados que tienen un mismo denominador ¿cual es el mayor?

R. El que tiene mayor numerador. De todos estos quebrados $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{4}{8}$, el mayor es $\frac{7}{8}$. Estas dos últimas propiedades, que son evidentes, sirven para conocer cual de varios quebrados tiene mas ó menos valor, como se hará ver mas adelante.

P. ¿Cómo puede considerarse todo quebrado?

R. Como el cociente de una division del numerador por el denominador.

P. ¿Cómo se reducen los quebrados á un comun denominador?

R. Multiplicando numerador y denominador de cada quebrado, por los denominadores de los otros quebrados.

P. Demostradme con un ejemplo el modo de reducir dos quebrados á un mismo denominador.

R. Supongamos los quebrados $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{5}$; los escribo como sigue: multiplico despues los dos términos del 2 por 5, que es el denominador del otro quebrado, diciendo 2 por 5 son 10, que pongo por numerador del nuevo quebrado debajo de su correspondiente $\frac{2}{3}$; tiro una raya, y digo: 3 por 5 son 15, y pongo 15 debajo de la raya, y me sirve de denominador del 10. Paso al segundo quebrado $\frac{4}{5}$, y digo: 4 por 3 son 12, y estos 12 son el numerador del otro nuevo quebrado, y lo pongo debajo del $\frac{4}{5}$, tiro la raya, y prosigo diciendo: 3 por 5 son 15, y pongo 15 por denominador del 12. De este modo tengo los dos quebrados reducidos á un mismo denominador.

$$\frac{10}{15} \quad \frac{12}{15}$$

P. ¿Se altera el valor de los quebrados cuando se reducen á un mismo denominador?

R De ninguna manera, porque sus dos términos se multiplican por un mismo número.

P. Demostradme con un ejemplo el modo de reducir tres quebrados á un mismo denominador.

R. Sean los quebrados $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{5}$: multiplico los dos términos del primero $\frac{3}{4}$ por 15, producto del 3 por 5, que son los denominadores de los demas: el primer quebrado se convertirá en $\frac{45}{60}$; pasaré al segundo, que es $\frac{2}{3}$, cuyos términos los multiplicaré por 20, producto de 4 por 5, denominadores de los demas, y se convertirá en $\frac{40}{60}$; y por último, los dos términos del tercero, que es $\frac{4}{5}$, los multiplicaré por 12, producto de 3 por 4, que son los denominadores de los demas, lo cual da $\frac{48}{60}$: de este modo se convertirán los tres quebrados en estos otros $\frac{45}{60}$, $\frac{40}{60}$, $\frac{48}{60}$, que son iguales con los primitivos, y con la ventaja de tener un mismo denominador. El uso enseña el modo de abreviar estas operaciones.

P. ¿Qué ventajas resultan de la reduccion de quebrados á un mismo denominador?

R. Ademas de las que se verán mas adelante, la de poder conocer cual de varios quebrados dados es el mayor.

P. Explicad con un ejemplo el modo de conocer cual de varios quebrados es el mayor.

R. Supongamos que quiero saber qué

quebrado de $\frac{4}{5}$ y $\frac{5}{6}$ es el mayor. Los reduzco á un comun denominador, y tengo entonces $\frac{24}{30}$ $\frac{25}{30}$: por aqui se ve que el $\frac{5}{6}$ es $\frac{1}{30}$ (uno treinta avo) mayor que el $\frac{4}{5}$, diferencia imposible de haberse conocido sin la reduccion de los dos quebrados á un comun denominador.

P. ¿Puede escribirse cualquiera número bajo forma de quebrado?

R. Sí, con tal que se le ponga 1 por denominador.

P. ¿Qué valor tienen los quebrados que salen, multiplicando ó partiendo los dos términos de otro quebrado por un mismo número?

R. El mismo valor que el primer quebrado. Supongamos $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{8}{16}$, $\frac{20}{40}$ &c. que resultan de multiplicar los dos términos del quebrado $\frac{1}{2}$ por 1, 2, 3, 5, 8, 20 &c. valen lo mismo que medio, y son iguales entre sí. Del mismo modo todos los quebrados $\frac{120}{360}$, $\frac{60}{180}$, $\frac{20}{60}$, $\frac{5}{15}$, $\frac{3}{9}$, que salen de partir los dos términos del quebrado $\frac{120}{360}$ por 1, 2, 6. 24, 40 &c., son iguales y valen lo mismo que $\frac{120}{360}$; porque á proporcion que se aumenta ó disminuye el numerador, se aumenta ó disminuye tambien el denominador.

P. ¿Como se reducen los quebrados á enteros?

R. Para esto es preciso que el numerador sea mayor, y en tal caso se partirá por el denominador. Si la division sale justa, el cociente señalará los enteros; pero si queda resta, se apuntará al lado de los enteros, como en las divisiones comunes. por ejemplo: $\frac{18}{3}$ vale 6 enteros; $\frac{21}{7}$ vale 3 enteros; $\frac{7}{3}$ vale 2 enteros y $\frac{1}{3}$; $\frac{22}{5}$ vale 4 enteros $\frac{2}{5}$; $\frac{49}{8}$ vale $6\frac{1}{8}$ &c.

P. ¿Cómo se reducen los enteros á quebrados?

R. Multiplicando los enteros por un denominador dado; y si hay quebrado, se añadirá el numerador, poniendo siempre por denominador el mismo que lleva el quebrado. Ejemplo: para reducir 3 á quebrado, cuyo denominador sea 4, se multiplicará 3 por 4; y poniendo el mismo 4 por denominador, se sacará $\frac{12}{4}$. Del mismo $2\frac{1}{3}$ se reduce á $\frac{7}{3}$, multiplicando 2 por 3, añadiendo 1 al producto, y poniendo el mismo denominador 3. Igualmente $8\frac{1}{2}$ se reduce á $\frac{17}{2}$, y $5\frac{3}{4}$ á $\frac{23}{4}$, y $20\frac{4}{5}$ á $\frac{104}{5}$ &c.

P. ¿Qué se hace cuando las fracciones se presentan con mas cifras que las necesarias para expresar una misma cantidad?

R. Simplificarlas, ó reducirlas á su mas simple expresion.

P. ¿Cómo se consigue reducir los quebrados á su mas simple expresion?

R. Observando si el numerador y el denominador pueden dividirse por un mismo número sin resta alguna, porque en tal caso se reducirá el quebrado sin mudar de valor.

P. ¿Qué números ó divisiones son los mas cómodos y sencillos para reducir los quebrados á su mas simple expresion?

R. El 2, el 3, el 5. el 10 &c.

P. ¿Cómo se conoce que los dos términos del quebrado son divisibles por 2?

R. Cuando ambos rematan por 0 ó guarísmos pares: $\frac{18}{22}$ partido por 2, se reduce á $\frac{9}{11}$.

P. ¿Cuando es divisible un quebrado por 3?

R. Siempre que sumando por separado todos los guarismos de los dos términos del quebrado, dan 3 ó un número de veces 3. En el quebrado $\frac{423}{567}$ la suma de 4, 2 y 3 del numerador es 9, que son 3 veces 3; y la suma de 5, 6 y 7 del denominador es 18, que son 6 veces 3. Luego se puede partir por 3 los dos términos, y haciéndolo resulta $\frac{141}{189}$.

P. ¿Cuando se conoce si un quebrado es divisible por 5?

R. Siempre que los dos términos del quebrado rematan por 5 ó por 0. El quebrado $\frac{20}{35}$ partido por 5, se reduce á $\frac{4}{7}$

P. ¿Cuando es divisible un quebrado por 10?

R. Cuando los dos términos del quebrado rematan en 0. El quebrado $\frac{20}{800}$ se reduce, partiendo por 10, á $\frac{2}{80}$.

P. ¿Qué otra regla es preciso tener presente para partir quebrados?

R. Que los dos términos del quebrado puedan partirse por un mismo numero. En no pudiendo verificarse esto, es necesario buscar otro divisor comun, y no se pasará á otro, en tanto que pueden hacerse divisiones por aquel.

P. Reducid á su menor expresion el quebrado $\frac{4860}{64200}$.

R. Observo que ambos términos rematan en 0, por cuyo motivo parto por 10, ó quito un 0 que es lo mismo y queda en $\frac{486}{6420}$ ahora no prosigo partiendo por 10, porque el numerador no remata en 5 ni en 0. Pruebo por 3: como el numero 4, 8, y 6 componen 18 (6 veces 3) y en el denominador 6, 4, y 2 son 12 (4 veces 3) partiendo ambos terminos por 3, resulta $\frac{162}{2140}$. No puedo hacer ya otra division por 3, porque la suma de 2, 1, y 4 del denominador es 7, que no es número cabal de veces 7. Noto que ambos términos son pares, partiéndolos por 2, saldrá $\frac{81}{1070}$; cuyo numerador por no ser par, no permite que se vuelva á partir por 2. De forma que $\frac{81}{1071}$ es la mayor reduccion del quebrado $\frac{4860}{64200}$.

P. Reducid á su menor expresion el quebrado $\frac{1500}{3750}$.

R. Siguiendo las reglas dadas en el ejemplo anterior, los menores términos á que puede reducirse $\frac{1500}{3750}$ es á $\frac{2}{5}$.

P. ¿Que operaciones se pueden hacer con los quebrados?

R Las mismas que con los números enteros; esto es, se suman, restan, multiplican, y parten entre si, y unidos á números enteros.

LECCION VIII.

Sumar, restar, multiplicar y partir quebrados.

P. ¿Como se suman los quebrados?

R. Se reducen primero á un mismo denominador, si no lo tienen; despues se suman los numeradores; á esta suma se le pone por denominador, el denominador comun; y si este quebrado tiene el numerador igual ó mayor que el denominador (en cuyo caso se llama quebrado impropio) se divide dicho numerador por el denominador, para sacar los enteros que contenga.

P. Demostradme con un ejemplo el modo de sumar quebrados.

R. Sean $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6}$: primero los reduciré á un comun denominador, como se ha enseñado en la leccion anterior, y quedarán convertidos en $\frac{18}{24}$, $\frac{20}{24}$; sumaré los numeradores 18 y 20, y á la suma 38 le pondré por denominador el 24, que es el denominador comun; y tengo la suma en el quebrado $\frac{38}{24}$; pero como el numerador es mayor que el denominador, este quebrado es impropio; y asi para sacar los enteros que contiene, divido el numerador 38 por el denominador 24, y saco el cociente $1\frac{14}{24}$, que es un número mixto, porque se compone de entero y quebrado. Siempre que en un resultado quede un quebrado, debe simplificarse lo mas que se pueda; y asi el $\frac{14}{24}$ se puede simplificar, dividiendo sus dos términos por 2, y tendré $\frac{7}{12}$; de suerte que la suma de $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6}$ es $1\frac{7}{12}$.

P. Enseñadme el modo de sumar los cuatro quebrados siguientes $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$.

R. Reducidos estos quebrados á un comun denominador, tendré $\frac{72}{120}$, $\frac{60}{120}$, $\frac{80}{120}$, $\frac{30}{120}$: sumando los numeradores, y poniendo á la suma el denominador comun, tendré $\frac{242}{120}$; y despues de sacados los enteros $2\frac{2}{126}$, y simplificado el quedrado $\frac{2}{120}$, tendré por último $2\frac{1}{60}$.

P. Decidme ¿por qué se reducen los quebrados, antes de sumarlos, á un comun denominador?

R. Porque para sumarlos deben ser de

la misma naturaleza, ó llámense homogéneos. Una peseta ordinaria, quinta parte de un peso duro, no es homogénea con una peseta columnaria, que equivale á la cuarta parte del peso duro.

P. ¿Cuantos casos pueden ocurrir en la suma de los quebrados?

R. Tres: sumar quebrados con quebrados, que es lo que acabamos de ejecutar: sumar un entero con un quebrado, ó un quebrado con un entero; y sumar enteros y quebrados, con enteros y quebrados, ó números mixtos con números mixtos.

P. ¿Como se suma un entero con un quebrado, ó un quebrado con un entero?

R. Se multiplica el entero por el denominador del quebrado; á este se añade el numerador, y á todo se le pone por denominador, el denominador del quebrado. Esto se presenta cuando se quiere reducir un entero á la especie de quebrado. Supongamos $3\frac{2}{5}$: multiplicaré el 3 por el 5, y al producto 15 le añadiré el numerador 2 del quebrado, y á la suma 17 le pondré por denominador el denominador 5 del quebrado, y tendré en $\frac{17}{5}$ ejecutada la operacion que se me ha pedido.

P. ¿Como se suman números mixtos con números mixtos?

R. Se suman los quebrados con los

quebrados, y los enteros con los enteros, cuidando de sumar con estos los que resulten de la suma de los quebrados. Por ejemplo: si quiero sumar $23\frac{2}{5}$ con $12\frac{4}{5}$ y con $25\frac{3}{5}$, los pondré unos debajo de otros, de modo que se correspondan los enteros debajo de los enteros, y lo mismo los quebrados. Como los quebrados tienen aqui un mismo denominador, para sumarlos no se necesita mas que sumar los numeradores, y poner á esta suma el denominador comun; con lo cual saco de la suma de los quebrados $\frac{9}{5}$; pero en $\frac{9}{5}$ hay un entero y $\frac{4}{5}$: borro el $\frac{9}{5}$, y pongo debajo el $\frac{4}{5}$: el entero 1, para que no se me olvide, lo coloco sobre los enteros, separándole con una rayita; sumo despues los enteros, y saco 61, por lo que la suma pedida es $61\frac{4}{5}$.

$$\begin{array}{r} (1 \\ \hline 23\frac{2}{5} \\ 12\frac{4}{5} \\ 25\frac{3}{5} \\ \hline 61\frac{9}{5} \\ \frac{4}{5} \end{array}$$

P. Demostradme con un ejemplo el modo de restar quebrados.

R. Antes de hacer la resta, es preciso reducirlos á un comun denominador, si no le tienen; despues se restan los numeradores, y á la resta se le pone, por denominador, el denominador comun, y se simplifica luego, si se puede. Por ejemplo: $\frac{2}{7}$ de $\frac{4}{5}$, reducidos á un comun denominador, seran $\frac{10}{35}$ y $\frac{28}{35}$; y restando los numeradores 10 substraendo del 28 minuendo, y poniendo á la diferencia 18 el denominador comun 35, tendré la resta $\frac{18}{35}$, que no se puede simplificar. Otro ejemplo: para restar $\frac{2}{5}$ de $\frac{3}{4}$ se convertirán en $\frac{8}{20}$ y $\frac{15}{20}$. Restando 8 de 15, y poniendo á la resta 7 el denominador 20, será $\frac{7}{20}$ la resta de $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{4}$.

P. ¿Como se restará si hubiere enteros juntos con los quebrados?

R. Se restarán los enteros, y se pondrá su resta con la de los quebrados. Para restar $5\frac{1}{2}$ de $8\frac{2}{3}$, se convertirá en $5\frac{3}{6}$ y $8\frac{4}{6}$, cuya resta es $3\frac{1}{6}$. Pero si el entero tuviese mayor fraccion que el otro, ó si se hubiese de restar un quebrado de un entero, se sacará del entero una unidad, y se reducirá á quebrado.

P. Enseñadme el modo de restar $3\frac{3}{4}$ de $6\frac{1}{3}$.

R. Reduzcanse á un solo denominador $3\frac{9}{12}$ $6\frac{4}{12}$. Como no se pueden restar $\frac{9}{12}$ de $\frac{4}{12}$, se sacará 1; y reduciéndole á $\frac{12}{12}$, será 6 lo mismo que $5\frac{12}{12}$, y $6\frac{4}{12}$ lo mismo que $5\frac{16}{12}$. Restando $3\frac{9}{12}$ quedan $2\frac{7}{12}$. Otro ejemplo: para restar $\frac{3}{5}$ de 9, sáquese 1 de 9, y conviértase en $\frac{5}{5}$: restando $\frac{3}{5}$ de $8\frac{5}{5}$, el resíduo es $8\frac{2}{5}$.

P. ¿Se pueden poner los quebrados, para restarlos, del mismo modo que se ponen los números enteros?

R. Ciertamente: sea el ejemplo siguiente, $23\frac{2}{3}$ de $34\frac{1}{2}$; los reduciré á un comun denominador $\frac{4}{6}$ y $\frac{3}{6}$; pero observando que $\frac{4}{6}$ del sustraendo es mayor que el quebrado $\frac{3}{6}$ del minuendo, los pondré como aqui se ve: advierto que debo tomar una unidad del minuendo $34\frac{1}{2}$; la reduzco a sextos, diciendo: 6 y 3 son 9. de $\frac{9}{6}$ quitando $\frac{4}{6}$. y restando despues los enteros, quedará ejecutada la operacion, y la resta será $10\frac{5}{6}$.

$$\begin{array}{r} 34\frac{1}{2} \ldots \frac{3}{6} \\ 23\frac{2}{3} \ldots \frac{4}{6} \\ \hline 10 \times \frac{5}{6} \end{array}$$

P. ¿Como se multiplicará un quebrado por otro?

R Multiplicando numerador por numerador, y denominador por denominador. Si hubiese enteros, reduzcanse á quebrados, y hágase lo mismo. Ejemplo: si quisiera multiplicar $\frac{2}{3}$ por $\frac{4}{5}$, diria: 2 por 4 son 8, 3 por 5 son 15; poniendo por numerador el producto de los numeradores, y por denominador el de los denominadores, tendré $\frac{8}{15}$ el producto pedido. Otro ejemplo: si se multiplica $\frac{7}{9}$ por $\frac{12}{47}$, el producto será $\frac{84}{423}$, y simplificado $\frac{28}{141}$.

P. ¿Como se multiplca un entero por un quebrado, ó un quebrado por un entero?

R. Multiplicando el entero por el numerador del quebrado, y poniendo al producto, por denominador, el denominador del quebrado. Ejemplo: si quiero multiplicar 5 por $\frac{3}{7}$, multiplicaré el 5 por 3, y al producto 15 le pondré por denominador el denominador 7 del quebrado, y tendré que el producto será $\frac{15}{7}$; si de aqui se sacan los enteros, será $2\frac{1}{7}$.

P. ¿Como se multiplica un número mixto por otro número mixto?

R. Reduciendo el entero á la especie del quebrado que le acompaña en cada uno de los factores, y despues se multiplica numerador por numerador, y denominador por denominador. Ejemplo: $4\frac{2}{3}$ por $5\frac{3}{4}$, reduciré en ambos factores el entero á la especie del quebrado que le acompaña, y tendré que multiplicar $\frac{14}{3}$ por $\frac{23}{4}$ que multiplicando numerador por numerador, y denominador por denominador, tendré $\frac{322}{12}$, y sacando los enteros será 26 y $\frac{10}{12}$ y simplificando el quebrado será $26\frac{5}{6}$.

P. ¿Como podré saber cuanto valen $86\frac{1}{2}$ varas de paño á $38\frac{1}{4}$ reales la vara?

R. Colocaré los números el uno debajo del otro, multiplicaré el entero 86 por el entero 38, y antes de sumar los dos productos parciales, se multiplica el 86 por $\frac{1}{4}$, ó lo que es lo mismo se toma la cuarta parte de 86 que es 21 y $\frac{2}{4}$ que equivale á $\frac{1}{2}$ y se coloca debajo de los productos parciales de modo que se correspondan, quedando el quebrado á la derecha: luego se multiplica el 38 por $\frac{1}{2}$ ó se toma su mitad que es 19 y se pone tambien debajo de modo que se corresponda; por ultimo se multiplica el quebrado $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{4}$ que dá $\frac{1}{8}$ que se pone debajo del $\frac{1}{2}$, despues se suma todo y tenemos que el producto verdadero es $3308\frac{5}{8}$ de real.

En la practica se expresan desde luego en maravedis los quebrados que resultan; y así en vez de $\frac{1}{2}$ se pueden poner desde luego 17 mrs, y en vez de $\frac{1}{8}$ el $4\frac{1}{4}$ mrs. y hubiera resultado, sumando luego, los $21\frac{1}{4}$ mrs.

$$\begin{array}{lll} & 86\frac{1}{2} & \\ & 38\frac{1}{4} & \\ \hline & 688 & \\ 258 & & \\ & 21\frac{1}{2} & \text{igual á 17 mrs.} \\ & 19\frac{1}{8} & = \quad 4\frac{1}{4} \\ \hline \multicolumn{3}{l}{3308\frac{5}{8}\text{ rls} = 21\frac{1}{4}\text{ mrs.}} \end{array}$$

P. ¿Como se parte un quebrado por otro?

R. Multiplicándolos en cruz; esto es, el numerador del dividendo por el denominador del divisor, y el denominador del dividendo por el numerador del divisor. Si hubiese enteros, se reducirán á quebrados, y se ejecutará la misma operacion. Ejemplo: si quiero partir $\frac{3}{4}$ por $\frac{2}{5}$, multiplicaré el numerador 3 del dividendo por el denominador 5 del divisor; y tendré en el producto 15 el numerador del cociente; despues multiplicaré el denominador 4 del dividendo por el numerador 2 del divisor, y en el producto 8 tendré el denominador del cociente, el cual será $\frac{15}{8}$, simplificado $1\frac{7}{8}$.

P. ¿Como se parte un entero por un quebrado?

R. Multiplicando el entero por el denominador del quebrado, y al producto se le pone, por denominador, el numerador del quebrado. Ejemplo: si quiero dividir 5 por $\frac{2}{3}$, multiplicaré el entero 5 por el denominador 3 del quebrado, y tendré 15; pondré á este producto por denominador el numerador 2 del quebrado, y el cociente será $\frac{15}{2}$, igual á $7\frac{1}{2}$.

P. ¿Como se parte un quebrado por un entero?

R. Multiplicando el denominador del quebrado por el entero, y con esto queda hecha la division. Ejemplo: si quiero partir $\frac{3}{4}$ por 6, multiplicaré el denominador 4 del quebrado por el entero 6, y tendré por cociente $\frac{3}{24}$, igual á $\frac{1}{8}$.

P. ¿Como se parte un número mixto por otro mixto?

R. Reduciendo cada entero á la especie del quebrado que le acompaña, y ejecutando despues la division como la de un quebrado por otro. Ejemplo: $8\frac{2}{5}$ por $3\frac{1}{7}$; reduciré primero cada entero á la especie del quebrado que le acompaña, y tendré que dividir $\frac{42}{5}$ por $\frac{23}{7}$, que para ejecutarlo multiplicaré el numerador 42 del dividendo por el denominador 7 del divisor, y tendré 294, que será el numerador del cociente; multiplicaré despues el denominador 5 del dividendo, por el numerador 23 del divisor, y tendré en 115 el denominador del cociente; por lo que este será $\frac{294}{115}$, igual á $2\frac{64}{115}$.

LECCION IX

De la valuacion de los quebrados.

P. ¿Qué se entiende por valuar un quebrado?

R. Expresar el quebrado en unidades de especie inferior á aquella á la cual él se refiere. Ejemplo: $\frac{1}{3}$ de vara no se puede expresar en varas; pero la vara tiene 3 pies, por consiguiente $\frac{1}{3}$ de vara es igual á 1 pie.

P. ¿Como se valua un quebrado de especie determinada?

R. Multiplicando su numerador por el número de partes que de aquella especie determinada tiene el entero, y partiéndolo por el denominador.

P. ¿Como podré averiguar cuanto valen $\frac{5}{7}$ de doblon?

R. Multiplicando el numerador 5 por

4, que son los pesos que tiene el doblon, y dividiendo el producto 20 por 7, que es el denominador, resultará 2 pesos y $\frac{6}{7}$ de peso. Para averiguar $\frac{6}{7}$ de peso cuantos reales tiene, multiplicaré el numerador 6 por 15, que son los reales que contiene un peso sencillo, y partiré por 7 el producto 90, y tendré 12 reales y $\frac{6}{7}$ de real. Para saber los maravedises que hay en $\frac{6}{7}$ de real, multiplicaré el numerador 6 por 34, que son los maravedises que tiene un real, y el producto 204 le dividiré por 7, y tendré que hay 29 maravedís y $\frac{1}{7}$ de maravedí. Como no hay unidad inferior al maravedí, y el numerador 1 no es la mitad del denominador 7, le desprecio y tengo que $\frac{5}{7}$ de doblon valen 2 pesos, 12 reales y 29 mrs.

P. Enseñadme el modo de saber cuanto valen los $\frac{3}{5}$ de 27 doblones.

R. Multiplíquese el numerador 3 por 27 (pues ahora la unidad es los 27 doblones); divídase el producto 81 por 5, y sacaré 16 doblones y $\frac{1}{5}$ de doblon. Siguiendo las operaciones detalladas en la pregunta anterior, sabré que $\frac{3}{5}$ de 27 doblones, equivalen á 16 doblones ó pesos y 12 reales. Si quisiera averiguar los $\frac{5}{6}$ de un quintal, ejecutando las operaciones correspondientes, hallaria que valian exactamente 3 arrobas, 8 libras, 5 onzas, 5 adarmes y 1 tomin.

P. ¿Qué se entiende por quebrados de quebrados?

R. Dos quebrados separados con la preposicion *de*. Supóngase que se desea saber cuanto vale la mitad de la tercera parte de una cosa: por ejémplo, $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ de vara.

P. ¿Qué se debe hacer cuando se hallan quebrados de quebrados?

R. Reducirlos á uno solo, multiplicando los numeradores entre sí, y despues los denominadores: luego se valua este quebrado por las reglas dadas anteriormente.

P. ¿Como podré averiguar cuanto valen los $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ de vara?

R. Redúzcanse los dos quebrados á uno solo, diciendo: 2 por 4 son 8; 3 por 5 son 15; con lo que tengo ya reducida la expresion á $\frac{8}{15}$ de vara; averiguando ahora el valor de $\frac{8}{15}$ de vara, encuentro que es 1 pie, 7 pulgadas, 2 líneas y $\frac{2}{5}$ de línea. Del mismo modo se puede averiguar que $\frac{3}{8}$ de $\frac{16}{21}$ de quintal valen 1 arroba, 3 libras, 9 onzas y $2\frac{2}{7}$ adarmes.

P. Demostradme el modo de reducir tres quebrados de quebrados.

R. Supongamos $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ de $\frac{2}{9}$: reducidos los dos primeros á $\frac{8}{15}$, tendriamos que esto seria lo mismo que $\frac{8}{15}$ de $\frac{2}{9}$; y por lo explicado en las preguntas anteriores será $\frac{16}{135}$

LECCION X.

De los números denominados; division del tiempo; medidas, pesos y monedas.

P. ¿Qué quiere decir números denominados?

R. Números denominados ó complejos son aquellos que constan de unidades de diferentes especies, relativas todas á un mismo género. Por ejemplo: 7 varas, 2 pies, 5 pulgadas y 8 líneas; ó bien, 6 quintales, 2 arrobas y 7 libras.

P. ¿Qué conocimiento es preciso tener, antes de empezar las operaciones, con los números denominados?

R. Es preciso saber las partes en que se dividen el tiemgo, los pesos y las medidas; y tener presente el valor de las diferentes monedas efectivas, ó imaginarias, que estan en uso. A este fin van puestas á continuacion 18 tablas, que servirán para adquirir el conocimiento necesario en esta parte.

MEDIDAS ITINERARIAS DE ESPAÑA.

	Grado.	*Legua.*	*Milla.*	*Cordel de la Corte.*	*Paso geométrico.*	*Pie.*
Contiene......	1	20	60	14,960	79,800	399,000
		1	3	748	3,990	19,950
			1	$239\frac{1}{3}$	1,330	6,650
				1	5	25
					1	5

La legua de que hacemos mencion es la marina, de 20 al grado: ademas se usan las de camino, de 24,000 pies; la legal antigua, de 25,000, y la jurídica de 15,000.

MEDIDAS DE LONGITUD.

	Braza.	Vara.	Tercia ó pie.	Sexma.	Pulgada.	Línea.	Punto.
Contiene....	1	2	6	12	72	864	10 368
		1	3	6	36	432	5,184
			1	2	12	144	1,728
				1	6	72	864
					1	12	144
						1	12

MEDIDAS PARA VAREO.

	Vara.	*½ Vara.*	*Tercia.*	*Cuarta.*	*Sexma ó media tercia.*	*Ochava ó media cuarta.*	*Media Sexma.*	*Media ochava.*	*Dedos.*
Contiene.	1	2	3	4	6	8	12	16	48
		1	1½	2	3	4	6	8	24
			1	1⅓	2	2⅔	4	5⅓	16
				1	1½	2	3	4	12
					1	1⅓	2	2⅔	8
						1	1½	2	6
							1	1⅓	4
								1	3

MEDIDAS AGRÁRIAS Ó DE SUPERFICIE.

	Fanega.	*Aranzada.*	*Celemin.*	*Cuartillo.*	*Estadal.*	*Vara.*	*Pie cuadrado.*
Contiene....	1	$1\frac{11}{25}$	12	48	576	9,216	82,944
		1	$8\frac{1}{3}$	$33\frac{1}{3}$	400	6,400	57,600
			1	4	48	768	6,912
				1	12	192	1,728
					1	16	144
						1	9

MEDIDAS DE ARIDOS, COMO GRANOS, SAL y demas cosas secas.

	Cahiz.	*Fanega.*	*Cuartilla.*	*Celemin.*	*Cuartillo.*	*Ochavo.*	*Ochavillo.*	*Pulgadas cúbicas que contiene.*
Contiene	1	12	48	144	576	2304	9216	53,280
		1	4	12	48	192	768	4,440
			1	3	12	48	192	1,110
				1	4	16	64	370
					1	4	16	$92\frac{1}{2}$
						1	4	$23\frac{1}{8}$
							1	$5\frac{25}{32}$

MEDIDAS PARA TODOS LOS LIQUIDOS,
menos el Aceite.

	Bota.	*Pipa.*	*Moyo.*	*Arroba ó cántara*	*Cuartilla.*	*Azumbre.*	*Cuartillo.*	*Copa.*	*Pulgadas cùbicas que contiene.*
Contiene......	1	$1\frac{1}{14}$	$1\frac{7}{8}$	30	120	240	960	3,840	38,670
		1	$1\frac{3}{4}$	28	112	224	896	3,584	36,092
			1	16	64	128	512	2,048	20,624
				1	4	8	32	128	1.289
					1	2	8	32	$322\frac{1}{4}$
						1	4	16	$161\frac{1}{8}$
							1	4	$40\frac{9}{32}$
								1	$10\frac{9}{128}$

MEDIDAS PARA EL ACEITE.

	Arroba.	½ Arroba.	¼ de Arroba.	Medio cuarto de arroba.	Libra.	Cuarteron ó panilla.	Media panilla	Pulgadas cúbicas que contiene (1).
Contiene.....	1	2	4	8	25	100	200	1003,53
		1	2	4	$12\frac{1}{2}$	50	100	501,765
			1	2	$6\frac{1}{4}$	25	50	250,8825
				1	$3\frac{1}{8}$	$12\frac{1}{2}$	25	125,44125
					1	4	8	40,1412
						1	2	10,0353
							1	5,01765

(1) Las pulgadas están ajustadas por decimales.

PESAS PARA COSAS QUE NO SON de mucho valor.

	Quintal (1).	Arroba	Libra.	Onza.	Ochava	Adarme.
Contiene............	1	4	100	1,600	12,800	25,600
		1	25	400	3,200	6,400
			1	16	128	256
				1	8	16
					1	2

(1) Veinte quintales hacen una tonelada marina.

PESAS DE MARCO QUE SE USAN PARA *oro, plata y otras cosas de valor.*

	Marco.	*Onza.*	*Ochava.*	*Tomin.*	*Grano.*
Contiene....	1	8	64	384	4608
		1	8	48	576
			1	6	72
				1	12

PESAS DE QUE USAN LOS BOTICARIOS.

	Libra.	Onza,	Dragma.	Escrùpulo.	Obolo.	Carácter.	Grano.
Contiene............	1	12	96	288	576	1728	6912
		1	8	24	48	144	576
			1	3	6	18	72
				1	2	6	24
					1	3	12
						1	4

MEDIDAS DE TIEMPO.

	Año comun.	Mes.	Dia.	Hora.	Minuto.	Segundo.
Contiene.	1	12	365	8760	525,600	31.536,000
		1	30	720	43.200	2.592,000
			1	24	1,440	86,400
				1	60	3,600
					1	60

MONEDAS DE CASTILLA.

	Onza.	½ Onza.	Doblon de oro.	Doblon.	Escudo de oro ó doblon.	Escudito.	Peso duro.	Peso.	Ducado.	Escudo ó ½ duro.	Peseta.	½ Peseta.	Real de vellon.	Cuarto.	Ochavo	Maravedi
Contiene.	1	2	4	$5\frac{1}{3}$	8	16	16	$21\frac{1}{3}$	$29\frac{1}{75}$	32	80	160	320	2720	5440	10880
		1	2	$2\frac{2}{3}$	4	8	8	$10\frac{2}{3}$	$14\frac{38}{75}$	16	40	80	160	1360	2720	5440
			1	$1\frac{1}{3}$	4	4	4	$5\frac{1}{3}$	$7\frac{19}{75}$	8	20	40	80	680	1360	2720
				1	$1\frac{1}{2}$	3	3	4	$5\frac{11}{25}$	6	15	30	60	510	1020	2040
					1	2	2	$2\frac{2}{3}$	$3\frac{47}{75}$	4	10	20	40	340	680	1360
						1	1	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{61}{75}$	2	5	10	20	170	340	680
							1	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{61}{75}$	2	5	10	20	170	340	680
								1	$1\frac{9}{25}$	$1\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{4}$	$7\frac{1}{2}$	15	$127\frac{1}{2}$	255	510
									1	$1\frac{7}{68}$	$2\frac{103}{136}$	$5\frac{35}{68}$	$11\frac{1}{34}$	$93\frac{3}{4}$	$187\frac{1}{2}$	375
										1	$2\frac{1}{2}$	5	10	85	170	340
											1	2	4	34	68	136
												1	2	17	34	68
													1	$8\frac{1}{2}$	17	34
														1	2	4
															1	2

NOTA.

Por Real Pragmática de 17 de Julio de 1779 se determinó el valor de que gozan algunas monedas antiguas de oro ; á saber ; la onza de oro acuñada antes del año de 1780 , *ya sea cortada ó redonda con cordoncillo , vale* 321 *rs. y* 6 *mrs. vn.; la media onza* 160 *rs. y* 20 *mrs.; el doblon de oro* 80 *rs. y* 10 *mrs. vn., el escudo de oro* 40 *rs. y* 5 *mrs.; el escudito de oro hasta el año* 1785 , 21 *rs. y cuartillo , pues desde dicha fecha en adelante solo vale* 20 *rs., y se distingue de los antiguos en que el escudo de armas es ovalado.*

MONEDAS IMAGINARIAS QUE SE USAN EN EL Comercio para el cambio estrangero.

	Doblon de plata	*Doblon de cambio.*	*Ducado de plata.*	*Peso de plata.*	*Real de plata.*	*Cuarto de plata.*	*Maravedi de plata.*
Contiene....................	1	$1\frac{1}{4}$	$3\frac{47}{75}$	5	40	640	1,360
		1	$2\frac{338}{375}$	4	32	512	1,088
			1	$1\frac{103}{272}$	$11\frac{1}{34}$	$176\frac{8}{17}$	375
				1	8	128	272
					1	16	34
						1	$2\frac{1}{8}$

MONEDAS DE NAVARRA TODAS IMAGINARIAS,

menos el Maravedí y el Cornado, que son de cobre.

	Ducado	*Peso.*	*Real fuerte.*	*Real de plata ó rl. flojo.*	*Tarja.*	*Gros.*	*Ochavo.*	*Mara-vedi*	*Cornado*
Contiene	1	$1\frac{103}{272}$	$10\frac{110}{289}$	$11\frac{1}{34}$	$49\frac{43}{68}$	$66\frac{3}{17}$	$198\frac{9}{17}$	$397\frac{1}{17}$	$794\frac{2}{17}$
		1	$7\frac{9}{17}$	8	36	48	144	288	576
			1	$1\frac{1}{10}$	$4\frac{25}{32}$	$6\frac{3}{8}$	$19\frac{1}{8}$	$38\frac{1}{4}$	$76\frac{1}{2}$
				1	$4\frac{1}{2}$	6	18	36	72
					1	$1\frac{1}{3}$	4	8	16
						1	3	6	12
							1	2	4
								1	2

MONEDAS DE VALENCIA TODAS IMAGINARIAS
excepto el sison, medio sison, y el dinero, que son de cobre.

	Libra.	*Real de plata antiguo*	*Real de plata nuevo.*	*Real de plata valenc.*	*Sueldo.*	*Sison.*	*½ Sison.*	*Dinero.*
Contiene....	1	8	10	13⅓	20	40	80	240
		1	1¼	1⅔	2½	5	10	30
			1	1⅓	2	4	8	24
				1	1½	3	6	18
					1	2	4	12
						1	2	6
							1	3

MONEDAS DE CATALUÑA, DE LAS CUALES SOLO
son efectivas el real de plata, y el dinero ó ardite de cobre.

	Libra.	*Real de plata.*	*Real ardite.*	*Sueldo.*	*Dinero ó ardite.*	*Malla.*
Contiene	1	$6\frac{2}{3}$	10	20	240	480
		1	$1\frac{1}{2}$	3	36	72
			1	2	24	48
				1	12	24
					1	2

MONEDAS DE ARAGON TODAS IMAGINARIAS
á excepcion de la Seisena, Tresena y el Dinero, que son de cobre.

	Libra jaquesa ó escudo.	*Real.*	*Sueldo.*	*Seisena.*	*Tresena.*	*Dinero.*	*Dinerillo de plata.*
Contiene	1	10	20	$58\frac{2}{11}$	$116\frac{4}{11}$	320	480
		1	2	$5\frac{9}{11}$	$11\frac{7}{11}$	32	48
			1	$2\frac{10}{11}$	$5\frac{9}{11}$	16	24
				1	2	$5\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{4}$
					1	$2\frac{3}{4}$	$4\frac{1}{8}$
						1	$1\frac{1}{2}$

MONEDAS DE MALLORCA, DE LAS CUALES SOLO *la libra es imaginaria: el real de á cuatro, catorcen y mallorquin son monedas de plata, y las demas de cobre.*

	Libra.	Real de á cuatro	Catorcen.	Real mallorquin,	Maya,	Sueldo.	Treseta	Doblero.	Dinero.
Contiene......	1	5	$8\frac{4}{7}$	10	20	20	40	120	240
		1	$1\frac{5}{7}$	2	4	4	8	24	48
			1	$1\frac{1}{6}$	$2\frac{1}{3}$	$2\frac{1}{3}$	$4\frac{2}{3}$	14	28
				1	2	2	4	12	24
					1	1	2	6	12
						1	2	6	12
							1	3	6
								1	2

LECCION XI.

Reduccion de los números denominados.

P. ¿Como se reduce un número denominado á la menor especie?

R. Multiplicándolo (empezando por la especie superior) por el número de partes de la especie inmediata inferior, y se añadirán las que hubiese de aquella misma especie, antes de pasar á multiplicar por la siguiente.

P. Demostradme el modo de reducir 3 arrobas, 9 libras y 7 onzas á la menor especie, que es la de las onzas.

R. Multiplíquese 3 arrobas por 25 libras; al producto 75 añádanse las 9 libras, y harán 84 libras. Multiplíquense estas 84 libras por 16 onzas, y saldrán 1344 onzas; y añadiendo las 7 onzas, se sacarán finalmente 1351 onzas, que son las 3 arrobas, 9 libras y 7 onzas reducidas á onzas.

P. ¿Como se reduce un número denominado de menor especie á mayor?

R. Partiéndole por el número de partes de la especie inmediata superior; el cociente se volverá á partir por el número de partes de su especie siguiente: y de este modo se continuará hasta la mayor de todas.

Demostradme el modo de reducir 30000 maravedises á pesos duros.

R. Los 30000 mrs. se harán reales, que es la especie inmediata superior, partiendo por 34; el cociente será 882 reales, y quedan 12 mrs. Se partirán los 882 rs. por 20 para hacerlos pesos fuertes; dará un cociente de 44 pesos fuertes con una resta de 2 rs. De este modo los 30000 mrs. componen 44 pesos fuertes, 2 rs. y 12 mrs.

P. ¿Como se reduce un número denominado á quebrado?

R. Reduciéndolo á su menor especie, como se ha dicho en la primera pregunta de este capítulo, y se le pondrá por denominador un entero reducido á la misma especie menor.

P. Demostradme el modo de reducir 5 varas, 2 palmos, 11 dedos, á quebrado de vara.

R. Reduzcase todo á 275 dedos, y poniendo por denominador 48, que es una vara reducida á dedos, resultará $\frac{275}{48}$ de vara, que es lo mismo que 5 varas, 2 palmos, 11 dedos.

LECCION XII.

Sumar, restar, multiplicar y partir números denominados.

P. ¿Como se suman los números denominados?

R. Se ponen todos los sumandos los unos debajo de los otros, segun sus especies; se tira una raya, y empezando por la menor, se escribe la suma, sacando de ella (si alcanza) lo que se pueda reducir á la especie inmediatamente mayor. Lo que de esta especie se saque, se juntará con sus semejantes, con las cuales se hará lo mismo que con las primeras.

P. Demostradme con un ejemplo el modo de sumar números denominados.

R. Sean los pesos, reales y maravedises que se hayan de sumar, los que van escritos al lado. La suma de los maravedises es 106, y como cada 34 componen un real, se reducirán á 3 rs. y 4 mrs. Se escribirán los 4 mrs. en su columna, y llevo los 3 rs. á la inmediata, ponién-

(2	(3	
25 ps.	9 rs.	30 mrs.
49	14	18
23	0	26
0	13	32
99 ps.	9 rs.	4 mrs.

dolos sobre el 9, y separando ambos guarismos con una raya. Despues de sumar 3, 9, 14 y 13 rs., tendré 39 rs., que á razon de 15 por peso sencillo, se reducen á 2 pesos y 9 rs. Escritos los 9 rs. en su columna, llevo á la inmediata 2 pesos, y sumándolos con los demas, habrá 99: la suma total será 99 pesos 9 rs. 4 mrs. En el ejemplo siguiente se han sumado las onzas, y reducido á libras, se han sumado estas, y reducido á arrobas; se han sumado estas, y reducido á quintales.

(1	(1	(2	
15 quint.	3 arrs.	23 lib.	7 onz.
47	1	,,	15
3	,,	5	12
13	2	5	2
79 quint.	3 arrs.	10 lib.	4 onz.

P. ¿Como se restan los números denominados?

R. Se pone el sustraendo debajo del minuendo, se tira una raya, y se resta en cada especie de por sí el número inferior del número superior. Cuando alguno de los inferiores fuese mayor que el superior que le corresponde, se le añadirá á este un entero reducido á la misma especie, el cual se descuenta luego del número superior siguiente.

P. Demostradme con un ejemplo el modo de restar números denominados.

R. De 75 doblones, 3 pesos, 12 reales y 27 maravedis, quiero restar 12 doblones, 1 peso, 7 reales y 19 maravedis; colocaré el sustraendo debajo del minuendo, tiraré la raya, y empezaré por la columna de los maravedis, lo que da 8 mrs. de resta; paso á restar los reales del sustraendo de los correspondientes del minuendo, y hallo 5 reales de resta; paso á los pesos, y encuentro 2 pesos; y finalmente pasando á los doblones, hallo que la resta total es 63 doblones, 2 pesos, 5 rs. y 8 mrs.

75 dobl.	3 ps.	12 rs.	27 mrs.
12	1	7	19
63 dobl.	2 ps.	5 rs.	8 mrs.

P. Presentadme otro ejemplo de restar números denominados.

R. De 29 varas y 5 líneas quiero restar 15 varas, 2 pies, 8 pulgadas y 7 líneas. Colocaré el sustraendo debajo del minuendo, ocupando con ceros los lugares donde no hay unidades en el minuendo, como se ve á continuacion: despues de tirada la raya, empiezo á restar por las líneas; pero como de 15 líneas no puedo restar 7 líneas, voy á tomar una unidad de la columna inmediata; mas como no las hay, paso á la otra que tampoco tiene, y asi tengo que tomar una unidad de la columna de las varas: 1 vara tiene 3 pies, y como para restar las líneas solo se necesita un pie, dejo con el pensamiento los otros dos pies en la columna de los pies, ó para mayor claridad pongo 2 encima del 0 pies: 1 pie, que es el que me queda, tiene 12 pulgadas; y como para restar las líneas se necesita una pulgada, dejo las otras 11 en la columna de las pulgadas, y luego digo: 1 pulgada tiene 12 líneas, y 5 que hay en la columna de las líneas son 17: restando de estas las 7 que hay en el sustraendo, quedan 10 líneas: restando despues 8 pulgadas de 11 pulgadas, 2 pies de 2 pies, y 15 varas de 28 varas, y no de 29, porque antes quité una, saco por resta total 13 varas, 0 pies, 3 pulgadas y 10 líneas.

	2	11	
29 varas	0 pies	0 pulg.	5 lín.
15	2	8	7
13 varas	0 pies	3 pulg.	10 lín.

P. ¿Como se multiplican los números denominados?

R. Hay varios métodos de multiplicar los números denominados. El mas sencillo es, reduciendo los dos números á quebrados comunes, lo que se consigue reduciéndolos á las unidades de especie inferior, y poniendo á este por denominador el número que expresa las veces que la unidad de especie inferior está contenida en la superior, y ejecutando despues la multiplicacion, numerador por numerador, y denominador por denominador, se valuará despues el quebrado que resulte, que siempre es de la misma especie que el multiplicando. Supongamos que me preguntan: ¿cuanto han costado 5 varas y 3 cuartas, á 2 rs. y 17 mrs. la vara? Reduciré primeramente 5 varas 3 cuartas á quebrado, multiplicándolo por 4, que es el número de cuartas que tiene la vara, y diré 4 por 5 son 20, y 3 cuartas mas que hay en el caso dado, son 23; pondré pues esto, sirviendo de denominador 4 en la forma siguiente. Haré lo mismo con los 2 rs. y 17 mrs., multiplicándolos por 34, que es el número de mrs. de un real. En seguida multiplicaré 23 por 85, y 4 por 34, de lo cual saldrá el quebrado $\frac{1955}{136}$, que serán reales, porque el número que se ha de repetir para saber el coste, es el de los reales, no el de las varas. Partiendo 1955 por 136, para sacar los enteros, resultan 14 rs. y $\frac{51}{136}$ de otro real. Valuando el quebrado $\frac{51}{136}$ en mrs., salen $12\frac{3}{4}$ mrs.; de suerte que el importe de 5 varas, 3 cuartas, á 2 rs. 17 mrs., es 14 rs. $12\frac{3}{4}$ mrs.

$$\frac{23}{4} \quad \frac{85}{32} \quad \frac{1955}{136}$$

P. ¿Como se parten los números denominados?

R. Redúcense los dos números á quebrados comunes, y para partirlos se multiplican en cruz; esto es, numerador de dividendo por denominador de divisor, y al reves. El quebrado que resulte será el cociente, y se valuará.

P. Demostradme con algunos ejemplos el modo de partir los números denominados.

R. Sea el primero, partir 18 pesos 30 mrs. entre 2 varas y 10 dedos. Redúzcanse 18 pesos 30 mrs. á $\frac{9210}{510}$ de peso, y 2 varas 10 dedos á $\frac{106}{48}$ de vara. Pónganse estos quebrados en la forma siguiente: multiplíquense en cruz 9210 por 48, y 510 por 106, resultando

$$\frac{9210}{510} \quad \frac{106}{48} \left\{ \frac{442080.}{54060.} \right.$$

el quebrado $\frac{442080}{54060}$ que es el cociente en pesos, y sacando los enteros, son 8 pesos y $\frac{9600}{54060}$. Este quebrado reducido á menos expresion, es $\frac{160}{901}$ de peso, y valuado en reales, da 2 rs. y $\frac{598}{901}$ de real, que son $22\frac{510}{901}$ mrs.; de forma que 18 pesos 30 mrs. repartidos en 2 varas 10 dedos, tocan á 8 pesos 2 rs. $22\frac{598}{901}$ mrs. Sea el segundo ejemplo: 60 pesos fuertes repartidos entre 10 arrobas 17 libras ¿á como salen? Se pondrán los 60 pesos en está forma $\frac{60}{1}$; se reducirán las 10 arrobas 17 libras á $\frac{267}{25}$ de arroba, Multipli-

$$\frac{60}{1} \times \frac{267}{25} \left\{ \frac{1500.}{267.} \right.$$

cando 60 por 25, y 267 por 1, saldrá el cociente $\frac{1500}{267}$ en pesos fuertes. Valuando este quebrado, salen 5 pesos fuertes, 12 reales $12\frac{20}{89}$ mrs., que es el valor de la arroba.

LECCION XIII.

De las fracciones decimales.

P. ¿Qué se entiende por fracciones decimales?

R. Son fracciones decimales aquellas que tienen por denominador la unidad seguida de uno, dos, tres ó mas ceros: v.g. $\frac{3}{10}$, $\frac{10}{100}$, $\frac{5}{1000}$, $\frac{6}{10000}$ &c.

P. ¿Para qué sirven las fracciones decimales?

R. Para facilitar las operaciones de los cálculos, y á este fin se han dispuesto con la misma sencillez que la de los números enteros.

P. ¿Se escriben estas fracciones como los quebrados de números enteros?

R. No; pues se escriben como los números enteros, poniendo á la derecha de las unidades las décimas, á la derecha de estas las centésimas, despues las milésimas, luego las diezmilésimas &c.

P. ¿ En que se distinguen las decimales de los números enteros por lo que respecta al modo de escribirlas ?

R. En que las unidades estan divididas de las decimales por una coma; y si acaso no hubiere unidades se pone 0 antes de la coma, para que ocupe el lugar de las unidades. Si quiero escribir treinta y dos unidades y cuatro decimales, escribiré asi: 32,4. Si quisiera escribir solamente cuatro décimas, hubiera puesto asi: 0,4: lo cual viene á ser lo mismo que $32\frac{4}{10}$ y el otro $\frac{4}{10}$.

P. Demostradme con un ejemplo el modo de leer una cantidad cualquiera de enteros y decimales.

R. Sea el siguiente:

5 4 3 4, 8 5 7 4 5 6 1 3 9 6 5 8 7 5 2 &c.

5	millares.
4	centenas.
3	decenas.
4,	unidades.
8	décimas.
5	centesimas.
7	milésimas.
4	diezmilésimas.
5	cienmilésimas.
6	millonésimas.
1	diezmillonésimas.
3	cienmillonésimas.
9	milmillonésimas.
6	diezmilmillonésimas.
5	cienmilmillonésimas.
8	billonésimas.
7	diezbillonésimas.
5	cienbillonésimas.
2	milbillonésimas.
&c.	&c.

Para poder leer esta cantidad averiguaria la especie de unidades que expresaba el último guarismo 2, y hallaria que expresaba milbillonésimas, lo cual pondria por escrito para que no se me olvidase por ser complicado el número. Le dividiria despues de derecha á izquierda en periodos de seis en seis guarismos, y luego cada uno de estos en dos de tres guarismos con una coma puesta por la parte de arriba; hecha la division como aqui se vé, podré leer: $5434,857^{2}456139^{1}658752$ cinco mil cuatrocientos treinta y cuatro unidades ó enteros, ochocientos cincuenta y siete billones, cuatrocientos cincuenta y seis mil ciento treinta y nueve millones, seiscientos cincuenta y ocho mil setecientos cincuenta y dos milbillonésimas.

P. ¿Qué alteracion sufre una cantidad de decimales con enteros cuando la coma se corre mas á la derecha ó á la izquierda?

R. Si se corre la coma un número cualquiera de lugares hácia la izquierda, se hace al número tantas veces menor, como expresa la unidad seguida de tantos ceros como lugares se corrió la coma. Si en 352,48652 colocamos la coma entre el 3 y el 5 tendremos 3,5248652, que será cien veces menor que el propuesto; y si la hubiéramos puesto entre el 6 y el 5, hubiéramos obtenido 352486,52, que es mil veces mayor que el propuesto.

P. ¿Como se reduce todo quebrado comun á quebrado decimal?

R. Añadiendo á su numerador tantos ceros como guarismos decimales se quieran sacar; y partiendo despues por el denominador, no hay mas que separar de derecha á izquierda en el cociente tantos guarismos con la coma, cuantos ceros se añadieron al numerador. Por ejemplo: si quiero reducir el quebrado comun $\frac{5}{8}$ á quebrado decimal, parto el número 5 por el denominador 8, y como no cabe, pongo 0 al cociente y una coma en seguida: este 0 manifiesta que el quebrado propuesto es un quebrado propio, es decir, que no tiene enteros. Añado despues un cero al 5 y parto 50 por 8, lo cual me da de cociente 6, y queda el residuo 2; añado á este residuo otro 0 y vuelvo á partir por 8, sale el cociente 2 con el residuo 4, añado otro 0, y me da por cociente 5, y como no queda residuo alguno digo: que el quebrado comun $\frac{5}{8}$ es igual al quebrado ó fraccion decimal cero enteros, seiscientas veinte y cinco milésimas. En este ejemplo la division ha salido cabal, pero ocurren casos en los que no se puede hacerla por mas que se continue, y en los que tambien sale una serie de números, que á la segunda ó tercera cifra se conoce ser interminable. Los dos ejemplos siguientes aclararán esta materia. Si deseo reducir el quebrado comun $\frac{9}{14}$ á fraccion decimal que tenga solo dos guarismos decimales, añadiré al 9 dos ceros, y tendré 900; partiendo por 14 saldrán 64; separo dos guarismos en el cociente con la coma, y como entonces no queda nada á la izquierda de la coma, pongo un 0, de modo que tendré 0, 64, sesenta y cuatro centésimas, valor aproximado de $\frac{9}{14}$; pero cuya aproximacion la hubiera podido continuar tanto como hubiese querido, sacando mas guarismos. El otro ejemplo es $\frac{2}{3}$, el cual se conoce á la segunda cifra puesta en el cociente que es interminable (1), pues todos los cocientes parciales serían 6,

(1) *Las operaciones aritméticas, hechas por decimales, son sumamente breves, fáciles y cómodas para toda clase de cálculo; pero tienen el defecto de no poder expresar exactamente varios quebrados, como son todos aquellos cuyo numerador es la unidad y el denominador no puede ser divisor exacto de* 10, 100, 1000, *etc. como sucede en estos.*

Los franceses, que han reducido toda su contabilidad al método decimal, imaginaron remediar este inconveniente, aumentando dos cifras á la numeracion actual, con lo que, siendo doce el valor de la mayor, resultaba divisible por todos los números que no lo es el 10; *mas esta innovacion iba á traer consigo grandes dificultades y desórden en el computo y reduccion de las cantidades extrangeras, que seria menester, como quien dice, traducirlas al método frances para entenderlas en Francia, á no ser que el nuevo orden se adoptase universalmente; y por esta razon no llegó á tener efecto,*

P. ¿Como se reduce todo quebrado decimal á quebrado comun?

R. Poniendo por numerador la fraccion decimal dada, y por denominador la unidad con tantos ceros cuantas son las cifras decimales. En el ejemplo primero, dado en la pregunta anterior, sacamos que el quebrado comun $\frac{5}{8}$, reducido á fraccion decimal, era 0,625. Si queremos ahora que de esta fraccion decimal vuelva á resultar dicho quebrado comun, no habrá mas que simplificarle, segun se ha explicado en el capítulo séptimo.

LECCION XIV.

Sumar, restar, multiplicar y partir fracciones decimales, ya vayan acompañadas de enteros, ya vayan solas; y de la valuacion de estos quebrados.

P. ¿Como se suman las fracciones decimales?

R. Se escriben todos los sumandos los unos debajo de los otros, de modo que se correspondan las décimas debajo de las décimas, &c. y que la coma en todos los sumandos forme columna; despues empezando de derecha á izquierda, se suman exactamente como si fueran enteros, teniendo cuidado de poner la coma en la suma, de modo que forme columna con las de los sumandos.

P. Demostradme con un ejemplo el modo de sumar decimales.

R. Sea el siguiente: ,26 con ,044 con 4 con 15,924: escribo estas cantidades como se ven al lado y hago la suma como si fueran números enteros: diciendo 4 y 4 son 8, escribo el 8 debajo, y paso á la otra columna, 6 y 4 son 10 y 2 son 12, escribo el 2 y llevo 1: paso á la otra columna: 2 y 1 que llevaba son 3 y 4 son 7 y 9 son 16; escribo el 6 y en seguida la coma á su izquierda para que no se me olvide, y llevo 1: paso adelante; 5 y 1 que llevaba son 6, escribo el 6. y por último escribo el 1 de la otra columna, la suma es 16,628,

```
 0,26
 0,044
 0 4
15,924
------
16,628
```

P. ¿Como se restan las facciones decimales?

R. Como si fuesen enteros; pónese el sustraendo debajo del minuendo, de modo que se correspondan las unidades de cada especie, y que la coma del sustraendo corresponda debajo de la del minuendo; se tira una raya y se resta.

P. Demostradme con algunos ejemplos el modo de restar decimales.

R. Véanse los tres casos siguientes:

(A)	(B)	(C)
15,378	49,38753	45,32
3,625	27,052	36.213574
11,753	22.33553	09,106426

Empecemos por (A). Despues de tirada la raya, como tiene un mismo número de guarismos décimales, diré: de 8 á 5 van 3 que pongo debajo; de 7 á 2 van 5; de 13 á 6 van 7; pongo ahora la coma, y continuo: de 4 (que es lo que vale ahora el 5 despues de haberle quitado 1) á 3 va 1, y de 1 á nada va 1, con lo que saco la resta 11,753.

En el segundo ejemplo (B), como el sustraendo tiene menos guarismos decimales que el minuendo, pongo debajo de la raya los dos guarismos 53 del minuendo, que no tienen correspondientes en el sustraendo, y despues resto, diciendo: de 7 á 2 van 5; de 8 á 5 van 3; de 3 á 0 van 3; de 9 á 7 van 2; de 4 á 2 van 2; y colocando al mismo tiempo estos guarismos y la coma en sus lugares respectivos, hallo que la resta es 22,33553.

Como en el tercer caso (C) el sustraendo tiene mas guarismos que el minuendo, supongo que en el minuendo hay tantos ceros á la derecha como cifras tiene de mas el sustraendo; y esto supuesto, para restar 4 de 0 saco una unidad del 2, que es el guarismo mas inmediato, la que unida al 0 vale 10, y los que se hallan intermedios 9, como ya hemos dicho, y entonces diré: de 10 á 4 van 6, que pongo; de 9 á 7 van 2; de 9 á 5 van 4; de 9 á 3 van 6; ahora debo considerar al 2 del minuendo con una unidad menos, y diré: de 1 á 1 no va nada; de 3 á 2 va 1; de 15 á 6 van 9, y de 3, á que quedó reducido el 4, á 3 va 0, y saco la resta 9,106426.

P. ¿Como se multiplican las fracciones decimales?

R. Multiplicando como si fueran números enteros, sin hacer caso de la coma, y separando luego en el producto con la coma tantos guarismos, de derecha á izquierda, como habia en ambos factores juntos; y si no hubiese bastantes, se añadirán á la izquierda los ceros que se necesiten.

P. Demostradme con algunos ejemplos el modo de multiplicar decimales.

R. Sean los siguientes:

(A)	(B)	(C)	(D)
3,74	0,4 6	0,3 7	2 7,32 6
5,8	0,5	0,2	45,3
2 992	0,23 0	0,0 7 4	8 1 97 8
18 70			136 6 30
21,6 92			1093 0 4
			1237,8 67 8

Despues de tirada la raya en el ejemplo (A) multiplicaré 3,74 por el 8, sin hacer caso de la coma, y saco por producto parcial 2992, que pongo debajo de la raya; multiplico despues por 5, y coloco el producto parcial 1870 en su lugar, tiro una raya, sumo, y separando en la suma 21692 tres guarismos con la coma de derecha á izquierda, que son los guarismos decimales que habia en ambos factores juntos, saco el producto total 21,692. En el segundo caso (B) multiplicaré el 46 por 5, y tendré el producto 230; y como debo separar tantos guarismos con la coma como hay en ambos factores juntos, pondré antes un cero, y tendré 0,230; pero como los ceros de los guarismos decimales no los aumentan ni los disminuyen, borraré el 0 que hay despues del 3, y diré que el producto es 0,23. En el tercer caso (C) multiplicaré el 37 por 2, y como el producto 74 no tiene mas de dos guarismos, y debo separar 3 con la coma, supliré con ceros los guarismos que me falten, y tendré el producto 0,074. En el cuarto ejemplo (D) saco el produto 1237,8678.

P. ¿Como se multiplica un número que lleva enteros y decimales, ó decimales solamente, por 10, por 100, por 1000. &c.

R. Se multiplica por 10, corriendo la

coma un lugar hácia la derecha; por 100 corriendola dos; por 1000, corriéndola tres; y en general para multiplicar por la unidad seguida de cierto número de ceros, no hay mas que correr la coma tantos lugares hácia la derecha, como ceros hay despues de la unidad. Por ejemplo, si quisiera multiplicar el número 43,52367 por 100, el producto seria 4352,367; si por 10000, el producto seria 435236,7; si por 100000, el producto seria 4352367, y finalmente si por 10000000, el producto seria 435236700.

P. ¿Como se parten las fracciones decimales?

R. Se añaden al dividendo, ó al divisor, tantos ceros como se necesiten para que en ambos haya un mismo número de guarismos decimales: entonces se borra la coma, y se ejecuta la division como la de los enteros, sin tener que hacer nada con el cociente. Despues si la division no sale exacta, aquella resta que se habia de poner al lado del cociente en forma de quebrado decimal, esto es, luego que se ha bajado el último guarismo, se añade á la resta un cero, é inmediatamente se pone la coma en el cociente; se ve cuantas veces cabe el divisor en esta resta, se pone en el cociente despues de la coma este número de veces, ó cero si no cabe ninguna vez, se multiplica por el divisor y se resta; á la resta se le añade otro cero, se vé cuantas veces está contenido el divisor; y asi se continua hasta haber sacado los guarismos decimales que se quieran.

P. Demostradme con algunos ejemplos el modo de partir fracciones decimales.

R. Sean los siguientes;

(A)		(B)	
500	125	2400	7 25
000	4	02250	3,31034
		00750	
		02500	
		03250	
		9350	

En el primero (A), si quiero partir 0,5 por 0,125, añadiré al dividendo 0,5 dos ceros, y se convertirá en 0,500: despues borro la coma en el dividendo y divisor, y queda reducida la operacion á partir 500 por 125, lo que da 4 por cociente; y digo que el 0,125 está contenido en 0,5 cuatro veces. En el segundo caso (B) si quiero partir 24 por 7,25, como el dividendo no tiene ningun guarismo decimal, le debo añadir dos ceros; y borrando la coma en el divisor, queda reducida la operacion á dividir 2400 por 725; la que ejecutada como se presenta en (B), da 3 por cociente, y deja 225 por resta.

P. ¿Se puede continuar la particion con el residuo 225 del ejemplo (B) ?

R. Sí; y en vez de ponerle al lado del cociente 3 con la raya y el divisor debajo en forma de quebrado comun, lo reduciré á decimales añadiéndole un cero, poniendo la coma despues del cociente 3, y continuaré la particion : veo que el 725 está contenido tres veces en 2250, pongo este 3 despues de la coma; multiplico por el divisor y resto; á la resta 75 añado otro cero, veo que está contenido una vez el divisor, pongo uno en el cociente: y asi continuo hasta sacar los guarismos decimales que deseo, que aqui supongo son cinco.

P. ¿Como se parte un número cualquiera que contenga decimales por 10. por 100, por 1000, &c.

R. Corriendo la coma tantos lugares hácia la izquierda como ceros hay despues de la unidad; y si no hay bastantes guarismos hácia la izquierda de la coma, se suplen con ceros. Por ejemplo, si quiero partir por 100 el número 452,3, ó lo que es lo mismo, hacerlo cien veces menos, correré la coma dos lugares hácia la izquierda y tendré 4,523, si por 1000, la hubiera corrido tres, y tendría 0,4523; si por 100000, la hubiera corrido cinco lugares en esta forma 0,004523. Si el número no tuviese decimales, se separarian con la coma tantos guarismos como ceros hubiese despues de la unidad; y asi dividiendo por 100 el número 585, tendré 5,85 y dividiendo por 10000 tendré 0,0585.

P. ¿Qué operacion se hace para valuar los quebrados decimales?

R. Se multiplican por el número que expresa las veces que la unidad, en que se quiere valuar el quebrado, cabe en aquella á que se refiere el quebrado. Si hay unidades de especie inferior todavía, se vuelve á multiplicar el quebrado que resulte por el número de veces que la unidad, en que se quiere valuar ahora este quebrado, cabe en aquella á que se refiere el quebrado. Asi se continua hasta que no haya unidades de especie inferior; y si al fin queda quebrado, se desprecia si no llega á 5 décimas; y se añade, en vez de él, una unidad, si llega ó pasa de cinco décimas.

P. Demostradme con algunos ejemplos el modo de valuar los quebrados decimales.

R. Pondremos los que siguen.

(A)	(B)
0,37 de doblon	0,3251 de vara.
4	3
1,48 pesos	0,9753
15	12
2 40	1 9506
4 8	9 763
7,20 reales	11,7036 pulgadas
34	12
6,8 maravedis.	1 4072
	7 036
	8,4432 líneas.

Si quiero averiguar cuanto valen 0,37 de doblon, multiplicaré, como se ve en (A), el 0,37 por 4, que son los pesos que tiene un doblon, y saco un peso y 0,48 de peso; que para reducirlo á reales, multiplico el 0,48 por 15, que son los reales que tiene el peso sencillo. Para esto coloco el 15 debajo del primer producto 1,48; pero no multiplicaré el entero 1, y saco 7,20, en el cual borraré el 0, y multiplicaré por 34 las dos décimas, y saco 6,8, esto es, 6 maravedises y 8 décimas de maravedí; pero como 8 décimas es mayor que 5, diré que son 7 maravedises, y las 0,37 de doblon valdrán 1 peso, 7 reales y 7 maravedís. En el segundo caso (B), si quiero averiguar cuanto valen 0,3251 de vara, haré la operacion como se ve allí, y hallaré 0 pies, 11 pulgadas y 8 líneas.

LECCION XV.

De la formacion de los números cuadrados, y extraccion de sus raices.

P. ¿Qué se entiende por número cuadrado?

R. El producto que resulta de la multiplicacion de un número por sí mismo una vez: asi 25 es el cuadrado de 5, porque 25 resulta de la multiplicacion de 5 por 5. Si se multiplica dos veces por sí mismo, resulta la tercera potencia: si tres, la cuarta, &c,

P. ¿A qué se da el nombre de raiz cuadrada de un número propuesto?

R. A aquel que multiplicado por sí mismo, reproduciria este mismo numero propuesto: asi 5 es la raiz cuadrada de 25: y 7 es la de 49.

P. ¿Qué viene á ser un número que se cuadra?

R. Viene á ser al mismo tiempo multiplicando y multiplicador, dos veces factor del producto ; y por esto se llama tambien este producto ó cuadrado, la segunda potencia de este número.

P. ¿Como se saca el cuadrado de cualquier número?

R. Multiplicándolo por sí mismo, segun las reglas ordinarias de la multiplicacion. El cuadrado de 26 es 676, que salen multiplicando 26 por 26.

P. ¿Qué se entiende por extraccion de una raiz?

R. La extraccion de las raices es el método que se emplea para hallar aquel número que produjo el cuadrado, cubo ó bicuadro propuesto.

P. ¿Como se extrae la raiz cuadrada?

R. Cuando el número propuesto tiene uno ó dos guarismos solamente, su raiz, en número entero, es alguno de los siguientes: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, cuyos cuadrados son 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81.

P. ¿Pueden todos los números tener raiz cuadrada exacta?

R. No: porque no todos los números proceden de otros números multiplicados una vez por sí mismos. El número 6 no tiene raiz exacta, porque no hay número ninguno entero que, multiplicado por sí mismo, produzca 6.

P. ¿Como se llama la raiz cuadrada

de un número que no es cuadrado perfecto?

R. Llámase raiz sorda ó irracional; pero esta se puede aproximar mucho á la racional por medio de decimales, como se verá mas adelante. Por ejemplo, la raiz cuadrada de 72 es 8 en número entero; porque estando 72 entre 64 y 81, su raiz está entre las raices de estos, á saber, entre 8 y 9: la raiz es pues 8 y una fraccion, y esta fraccion se podrá aproximar por decimales.

P. ¿De qué partes se compone el cuadrado de un número compuesto de decenas y unidades?

R. De tres: 1.ª del cuadrado de las decenas; 2.ª de dos veces el producto de las decenas por las unidades; 3.ª del cuadrado de las unidades.

P. ¿Como se conoce el número de cifras que debe tener la raiz de un número dado?

R. Cuando el número propuesto del que se desea extraer la raiz, tiene de tres á cuatro cifras, su raiz debe tener dos; si tiene cinco ó seis, su raiz debe tener tres; si tiene siete ú ocho, su raiz debe tener cuatro, y asi succesivamente. Es bien claro que el menor número de dos guarismos es 10, y su cuadrado 100 se compone de tres; el menor número de tres guarismos es 100, y su cuadrado 10000 tiene cinco &c. Luego todos los números de uno ó dos guarismos, ó menores que 100, darán un guarismo de raiz, que cuando mas será 9. Todos los números de tres ó cuatro cifras, ó menores que 10000, darán dos cifras de raiz, que cuando mas será 99, &c. Conviene saber que no tendrá raiz cuadrada cabal, número ninguno, cuyo guarismo de unidades sea 2, 3, 7 ú 8.

Dadme una regla para extraer la raiz cuadrada de un número.

R. Divídase todo el cuadrado, empezando por la derecha, de dos en dos guarismos, poniendo un punto en cada separacion, y no le hace que la última parte contenga solo un guarismo; á su derecha se colocan las mismas rayas que para partir: véase cual es el mayor cuadrado contenido en la última porcion á la izquierda, y colóquese su raiz al lado debajo de la raya. Multiplíquese esta raiz por sí misma; y esto se llama cuadrarla, y el producto ó cuadrado se restará del número de donde procedió. Al lado de esta resta se bajarán los otros dos guarismos siguientes del cuadrado, y se separa con una coma el guarismo de la derecha; lo que queda á la izquierda de la coma se parte per el duplo de la raiz hallada antes, y debajo de sí mismo; se multiplica este duplo junto con el cociente, por el mismo cociente, y el producto se resta del residuo anterior, junto con los dos guarismos del cuadrado que se bajaron; al lado de la resta que resulte se bajan otros dos guarismos, se separa el último, lo que queda á la izquierda se parte por el duplo de toda raiz hallada; y asi se continua hasta que no haya mas cifras que bajar; en cuyo caso, si la última resta es cero, es señal de que el número tiene raiz exacta; y si no, es señal de que no la tiene.

P. Demostradme el modo de sacar la raiz cuadrada del número 1764.

R. Divídase con puntos ó comas de dos en dos cifras. Se buscará la raiz próxima menor de 17, que es 4, se escribirá al lado de la raya, y su cuadrado 16 se escribirá debajo del 17; réstese, y queda 1, á cuyo lado se bajará el 64 del cuadrado, y se separará el 4 del 6 con una coma. Duplíquese la raiz 4, y su duplo 8 se escribirá como divisor encima de la raiz 4. Volviendo al 16,4, sin hacer caso del 4, que está separado, se dirá: 16 partido por 8, toca á 2, que se escribirá al lado de la raiz 4,

```
        { 82
17.64   { —
        { 42 raiz.
16
———
01 6,4
 1 6 4
———
    0
```

y tambien encima de ella junto al 8. Multiplíquese el 82 del divisor por el 2 de la raiz, y el producto 164 se restará del 164, de donde procedió la raiz 2: 164 restado de 164 da 0, y esto es señal de que 42 es la raiz cuadrada cabal de 1764. En efecto, si se multiplica 42 por 42, dará por producto 1764.

P. Decidme cual es la raiz cuadrada de 55284.

$$
5{\cdot}52{\cdot}84 \left\{ \begin{array}{l} 465 \\ 43 \\ \hline 235\frac{59}{471} \text{ raiz.} \end{array} \right.
$$

$$
\begin{array}{r}
4 \\ \hline
15{,}2 \\
12\ 9 \\ \hline
2\ 3\ 8{,}4 \\
2\ 3\ 2\ 5 \\ \hline
5\ 9
\end{array}
$$

R. Divídase de dos en dos cifras, sáquese la raiz mas inmediata de 5, que es 2; escríbase al lado, y restando su cuadrado 4 de 5, queda 1, á cuyo lado se bajará el 52 del cuadrado. Escríbase 4, duplo de la raiz, encima de ella, y pártase por él el 15 (pues el 2 inmediato al 5 no entra en esta operacion, y por eso se marca con una coma); toca á 3, el cual se escribirá tanto en la raiz junto al 2, como encima de ella al lado del 4, y estas dos cifras compondrán 43. Multiplíquense estos 43 por el 3 de la raiz, y su producto 129 escrito debajo del 152, y restado, deja

23; á cuyo lado se bajarán los 84 del cuadrado. Se tomará el duplo de la raiz hallada 23, que es 46; se escribirá encima del 43 en el divisor, y se partirá (dejando el 4) 238 por 46: toca á 5, que se pondrá con la raiz 23. y al lado del divisor 46, con lo cual formará la cantidad de 465. Multipliquense estos 465 por el 5 que se acaba de poner en la raiz, y réstese el producto 2325 de 2384. Quedan 59, y como no hay mas guarismos del cuadrado que bajar, la raiz mas próxima de 55284 es 235, y sobran 59, y esta resta la pongo en forma de quebrado.

P. ¿De donde procede el denominador 471, que se ha puesto en el quebrado que tiene la raiz cuadrada del ejemplo anterior?

R. Siempre que al extraer una raiz cuadrada queda un residuo, este se pone en forma de quebrado, cuyo numerador es la misma resta, y el denominador es el duplo de toda la raiz y 1 mas: de este modo se saca una raiz mas cabal: asi 471 es el doble y 1 mas de la raiz 235.

P. ¿Como se extrae la raiz cuadrada cuando con los enteros hay decimales?

R. La separacion de las cifras de dos en dos, se hace desde la coma, en las decimales de izquierda á derecha, y en los enteros de derecha á izquierda; y si las décimas fuesen impares, se aumenta á la derecha un cero. Despues se extrae como si fuese todo un número entero, y en la raiz se separan con la coma tantas cifras como eran las divisiones de las decimales.

P. Demostradme el modo de sacar la raiz cuadrada de 69865,0624.

R. Primeramente separo las cifras, de derecha á izquierda los enteros; y de izquierda á derecha las decimales: extraigo la raiz como en los ejemplos anteriores, la cual es 26432; y por último separo con la coma tantas cifras de derecha á izquierda como divisiones de decimales habia en el número dado, las cuales siendo dos, tendré en 264,32 la raiz pedida.

```
                    ┌ 528 62
                    │ 528 3
                    │ 524
6·98·65,06·24 ──────┤ 46
4                   │ ──────
───                 │ 264,32
29,8                └ raiz.
27 6
 2 26,5
 2 09 6
 ──────────
   16 90,6
   15 84 9
   ──────────
    1 05 72,4
    1 05 72,4
    ──────────
    0 00 00 0
```

P. Cuando la raiz cuadrada de un número es irracional ó sorda, como en el ejemplo segundo de esta leccion, ¿qué se hace para aproximarla mas?

R. Ademas de poner el resíduo en forma de quebrado, como se ha hecho en el citado ejemplo, se puede poner á continuacion del resíduo, dos, cuatro, seis ó mas ceros en número par, segun las cifras decimales que se desee tener en la raiz, cuidando de separar despues, en esta, tantas como sean la mitad de los ceros añadidos al resíduo.

P. ¿Cual es la raiz cuadrada de 55284 aproximada á milésimas?

R. Véase el ejemplo segundo de esta leccion: despues de sacar la raiz 235 me queda un resíduo de 59; y agregándole dos ceros prosigo, como lo demuestra el ejemplo siguiente, como si 5900 fuesen enteros. Al resíduo segundo 1199 agrego otros dos ceros, y hecha la extraccion de 119900, queda otro resíduo 35856, al que agrego otros dos ceros; y tendré 3585600: saco la raiz, y queda otro resíduo 293871,

Resíduo 590,0	470 247
	470 22
	471
	———
	235,127
	raiz
470 1	
———	
119 90,0	
84 04 4	
———	
358560,0	
329172 9	
———	
29387 1	

al cual le dejo en este estado, porque solo me han pedido tres decimales en la raiz, y las separo de las otras cifras de la raiz por medio de una coma, por ser la mitad de los ceros que he añadido al primer resíduo 59 : y asi será 235,127 la raiz pedida.

P. ¿Como se extrae la raiz cuadrada de un quebrado comun?

R. Se transforma el quebrado dado en fraccion decimal; en seguida se extrae la raiz por el método enseñado en esta leccion.

P. ¿Cual es la raiz cuadrada de $\frac{3}{8}$?

R. Transformo primeramente $\frac{3}{8}$ en decimales, y tendré 0,375 : añado un 0, separo de dos en dos las cifras, y extraigo la raiz, como lo he hecho en los ejemplos anteriores, y tendré aproximadamente 0,61.

$$0{,}37\cdot5{,}0 \left\{ \begin{array}{l} 121 \\ \hline 0{,}61 \end{array} \right.$$

36

——

15,0

12 1

——

2 9

P. ¿Cual es la raiz cuadrada de $\frac{3}{7}$, aproximándola hasta milésimas?

R. Transformo $\frac{3}{7}$ en millonésimas por el método explicado, con lo cual me resultará 0,428571 ; hago las operaciones como ya estan enseñadas, y hallaré que la raiz es 0,623.

LECCION XVI.

De la formacion de los números cubos, y extraccion de sus raices.

P. ¿Qué se entiende por número cúbico ó cubo?

R. El resultado de la multiplicacion del cuadrado de un número por la misma raiz: ó en otros términos; para formar lo que se llama el cubo de un número, es preciso multiplicar primeramente este número por sí mismo una vez, y multiplicar en seguida por este mismo número el producto que resulte de esta primera multiplicacion. Por ejemplo: 27 es el cubo de 3, por que resulta de la multiplicacion de 9 (cuadrado de 3) por el mismo número 3. El número 125 es cúbico, porque multiplicando el cuadrado de 5, que es 25, otra vez por 5, salen 125.

P. ¿A que se dá el nombre de raiz cúbica de un cubo propuesto?

R. A aquel número que, multiplicado por su cuadrado, produce este cubo: 3 es la raiz cúbica de 27, y 5 la de 125.

P. ¿Qué viene á ser un número que se cubíca?

R. Es tres veces factor en el cubo: y por esta razon el cubo suele llamarse tercera potencia, ó tercer grado, de este número.

P. ¿Qué se entiende por un número elevado á su segunda, tercera, cuarta, quinta, &c. potencia?

R. Aquel número que se ha multiplicado por sí mismo 1, 2, 3, 4. &c. veces seguidas: ó cuando es dos veces, 3 veces, 4 veces, &c. factor en el producto.

P. ¿Como se forma el cubo de cualquiera número?

R. Ya queda dicho; multiplicando el número por sí mismo, y multiplicando despues este cuadrado otra vez por la misma raiz.

P. ¿Como se extrae la raiz cúbica?

R. Todo número que caiga entre dos de los siguientes:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,

cuyos cubos se hallan en los números de arriba.

P. ¿Puede todo número tener la raiz cúbica cabal?

R. No: pero se puede aproximar muchísimo, por medio de operaciones que se explicarán mas adelante.

P. ¿De que partes se compone el cubo de un número que contiene decenas y unidades?

R. De cuatro: 1. del cubo de las decenas; 2. de tres veces el cuadrado de las decenas multiplicado por las unidades; 3. de tres veces las decenas multiplicadas por el cuadrado de las unidades, y 4. del cubo de las unidades.

P. ¿Como se puede conocer el número de cifras que debe tener una raiz cúbica?

R. Cuando el número propuesto del que se desea extraer la raiz cúbica tiene hasta tres guarismos, su raiz debe tener uno; el que tiene hasta seis guarismos, su raiz debe tener dos; el que tiene hasta nueve, su raiz debe tener tres, &c. De donde se puede sacar por regla, que la raiz cúbica ha de tener la tercera parte, ó el número mayor mas cercano á la tercera parte de los guarismos del cubo propuesto. Y si no observese lo siguiente. El menor número de dos guarismos es 10, cuyo cubo es 1000, el menor número de tres guarismos es 100, y su cubo es 1000000; y asi succesivamente. Luego todo número de uno, dos ó tres guarismos, y menor que 1000, tendrá un guarismo de raiz, que cuando mas sera 9: todo número de cuatro, cinco ó seis guarismos, y menor que 1.000.000, tendrá dos guarismos de raiz, que cuando mas será 99, &c.

P. Dadme una regla clara para extraer la raiz cúbica de un número cualquiera.

R. Divídase el número propuesto en porciones de á tres guarismos con un punto, desde la derecha á la izquierda, aunque en la última de la izquierda solo quede uno ó dos guarismos. Sáquese la raiz cúbica de la primera porcion á la izquierda; escríbase al lado, y su cubo réstese de la porcion de donde procedió. Bájese al lado de la resta la porcion siguiente del cubo, sepárense los dos guarismos de la derecha con una coma, y lo que quede á la izquierda pártase por el triplo del cuadrado de la raiz hallada que se ha colocado aparte; luego se multiplica el triplo del cuadrado de la raiz hallada, por el cociente que acabamos de encontrar, y el producto se pone debajo de lo que nos sirvió de dividendo: de modo que el último guarismo esté debajo del inmediato, á la izquierda de la coma con que se separaron los dos últimos de la porcion que se bajó; despues se multiplica el triplo de la raiz que teníamos, por el cuadrado del cociente, y el producto se coloca debajo del producto anterior; por último se cubíca el cociente y se pone debajo del producto anterior; luego se suman estas tres cantidades, y al mismo tiempo se vá restando de lo que teniamos antes, que era la resta anterior junta con la porcion que se bajó. Al lado de la resta que obtengamos, se bajará la otra porcion, se separarán los dos últimos guarismos, y lo que quede á la izquierda se partirá por el triplo del cuadrado de toda la raiz hallada, &c., y asi se continua hasta que no haya mas porciones que bajar; en cuyo caso, si no ha quedado resta es señal de que el número tiene raiz cúbica exacta, y si quedase es señal de que no; y para aproximarnos por decimales debemos añadir tres ceros por cada guarismo que queramos sacar en la raiz, y continuar del mismo modo la operacion.

P. Enseñadme prácticamente el modo de extraer la raiz cúbica de 185193.

R. Divido de tres en tres con un punto, y en la porcion de la izquierda 185 debo averiguar cual es el cubo mayor contenido; lograré esto repasando los cubos puestos en la 6.ª pregunta de esta leccion, y viendo que 185 está entre 125, que es el cubo de 5, cuya raiz pondré al lado; despues restaré 125, cubo de 5, del 185: al lado de la resta 60 bajaré la porcion siguiente 193, separaré los dos últimos guarismos con la coma, y partiré lo que quede á la

185,193	7	
125	58	
———	—	
601,93	75	
690		
960	15	15
525	64	49
735	60	135
343	90	50
00000	960	735

izquierda por el triplo del cuadrado de la raiz hallada, que es 5 : esto es ; lo partiré por 75 (porque el cuadrado de 5 es 25, y el triplo de 25 es 75) : este 75 se pone debajo de la raya, y digo: ¿75 en 601 cuantas veces? veo que 8, y pongo 8 en la raiz: multiplico el 75 por el 8, diciendo: 5 por 8 son 40, pongo el 0 debajo del 1 del 601, y llevo 4; 7 por 8 son 56, y 4 que llevaba son 60, que pongo á la izquierda del 0; triplico la raiz hallada anteriormente, que es 5, y lo que me resulte, que es 15, multiplicado por 64 cuadrado del cociente 8, me dará 960, que colocaré debajo del producto anterior 600. Sin pasar mas adelante, veo que la suma de estos dos productos no la puedo restar del 60193, y por lo mismo los borraré, borrando igualmente el 8 de la raiz, y pondré encima 7; multiplicaremos el 75 por 7, y pondremos el producto 125 debajo del 601 (ó debajo del 960 borrado), despues multiplicaré el triplo de 5, que es 15, por 49 cuadrado de 7, y el producto 735 le colocaré debajo del 525; finalmente cubicaré el 7, y pondré el 343 debajo del 735; sumaré estas tres partidas, y al mismo tiempo iré ejecutando la resta en esta forma: 3 es 3, de 3 á 3 no va nada; 5 y 4 son 9, de 9 á 9 no va nada; 5 y 3 son 8 y 3 son 11, de 11 á 11 no va nada, y llevo 1; 2 y 1 son 3, y 7 son 10, de 10 á 10 no va nada, y llevo 1; 5 y 1 son 6, de 6 á 6 no va nada: y como no hay mas porciones que bajar, y la resta es cero, se ve que el número propuesto tenia raiz exacta, como debia verificarse.

P. Enseñadme con una explicacion mas corta el modo de sacar la raiz cúbica del número 21952.

R. Dividiré los guarismos con un punto de tres en tres, sacaré la raiz cúbica de la parte restante 21: es 2, cuyo cubo 8 restado de 21, deja 13, á cuyo lado se bajará la porcion restante 952, y será 13952, y separaré con una coma dos guarismos. Para proseguir se tomará el cuadrado de la raiz 2, que es 4; y multiplicándolo por 3, se escribirá el producto encima de la raiz para que sirva de partidor al 13952, ó por mejor decir, al 139, pues ya hemos separado con una coma 52; partiendo 139 entre 12 toca á 8, y se pondrá en la raiz 8. Ahora se cubíca

$$\begin{array}{rl}
21{\cdot}952 & \left\{\begin{array}{l} 12 \\ \hline 28 \text{ raiz.} \end{array}\right. \\
8 & \\
\hline
139.52 & \\
219\ 52 & \\
\hline
0 & \\
28 & \\
28 & \\
\hline
224 & \text{cuadrad.} \\
56 & \\
\hline
784 & \\
28 & \\
\hline
6272 & \\
1568 & \\
\hline
21952 &
\end{array}$$

toda la raiz 28, y como su cubo 21952 restado del número 21952, de donde procedió (y es el que está debajo de 13952), deja 0, se inferirá que la raiz cúbica cabal es 28; y esto sirve al mismo tiempo de prueba.

P. ¿Cual es la raiz cúbica de 8755, aproximándola á centésimas?

R. Para lograr centésimas, ó bien dos decimales, es preciso que el cubo ó número propuesto tenga seis; luego pondré seis ceros á continuacion de 8735. Asi la cuestion se reduce á extraer la raiz cúbica de 8755000000. Divido todo el número de tres en tres. Saco la raiz cúbica de la última porcion 8; es 2, y lo pongo en la raiz. Cubí-

8.755·000·000	2061 raiz
0 7,55	
1 2	
8 0 00	
7550,00	
1200	
87418 16	
131840,00	
127308	
8754552981	
447019	

co el 2, lo resto del producto 8; tengo 0, y al lado suyo bajo la porcion 755 del cubo; separo dos cifras 55: debajo de la porcion que queda 7, escribo 12, triplo del cuadrado de la raiz 2, y partiendo 7 por

12, hallo 0 por cociente, y lo escribo en la raiz. Cubíco la raiz 20, y me da 8000, que resto de 8755, primeras cuatro cifras del cubo, y tengo por resta 755, á cuyo lado bajo la porcion 000, separo dos ceros, y debajo de la porcion que queda 7550. escribo 1200, triplo del cuadrado de la raiz 20; y partiendo 7550 por 1200, hallo por cociente 6, que escribo en la raiz. Cubíco la raiz 206; resto su producto de 8755000, tengo por resta 13184, á cuyo lado bajo la última porcion 000, y separo dos ceros. Debajo de la parte que queda 131840, escribo 127308, triplo del cuadrado de la raiz hallada 206. Parto 131840 por 127308, hallo por cociente 1, y lo pongo en la raiz despues de 206. Cubíco 2061, y restando de 8755000000, el producto 8754552981, tengo por resta 447019. De este modo la raiz cúbica aproximada de 8755000000 es 2061; pero como á 8755 añadí seis ceros para aproximar su raiz cúbica á centésimas, separo de la raiz hallada dos guarismos, y tendré que la raiz cúbica de 8755, aproximada á centésimas, es 20,61. Si quisiera llevar la aproximacion mas adelante, añadiría tres ceros á la resta que ha quedado, y continuaria haciendo la operacion del mismo modo(1).

(1) *Hemos puesto tres modos diferentes de extraer*

P. ¿Como se cubíca una fraccion?

R. Cubicando su numerador y denominador.

P. ¿Como se extrae la raiz cúbica de una fraccion?

R. Extrayendo la raiz cúbica del numerador, y la del denominador. Asi la raiz cúbica da $\frac{27}{64}$ es $\frac{3}{4}$; porque la raiz cúbica de 27 es 3, y la de 64 es 4.

P. ¿Qué se hace cuando solo el denominador de una fraccion es cubo?

R. Se saca la raiz aproximada del numerador, y se da á esta raiz por denominador, la raiz cúbica del denominador. Si se pide la raiz cúbica de $\frac{143}{343}$, como el numerador no es un cubo, saco la raiz, que sera 5,22 aproximada á centésimas, y sacando la raiz 343, que es 7, tengo $\frac{5,22}{7}$ por raiz aproximada de $\frac{143}{343}$.

P. ¿Qué se hace cuando el denominador de una fraccion no es cubo?

R. Se multiplican los dos términos de la fraccion por el cuadrado de este denominador; y siendo entonces un cubo el nuevo denominador, se continuará, como ya se ha explicado. Si piden la raiz cúbi-

la raiz cúbica, para que el que aprende, escoja el que mas le agrade. La única diferencia consiste en la colocacion de las cantidades ó parte material, pues en la científica todos van acordes.

ca de $\frac{3}{7}$, multiplico el denominador y el numerador por 49, cuadrado del denominador 7; tengo $\frac{143}{343}$, que (véase la Leccion II, pregunta 17) es igual á $\frac{3}{7}$. La raiz cúbica de $\frac{143}{343}$ es $\frac{5,22}{7}$.

P. Si hubiera enteros con las fracciones, ¿qué se haria para extraer la raiz cúbica?

R. Se convertiria todo en fraccion, y la cuestion estaria reducida á extraer la raiz cúbica de una fraccion, como ya lo hemos demostrado.

P. ¿Se puede reducir una fraccion á decimales para extraer la raiz cúbica?

R. Sí; teniendo cuidado de llevar la reduccion á tres veces tantos decimales, como decimales se quieran tener en la raiz. Si se pidiera la raiz cúbica de $7\frac{3}{11}$ aproximada á milésimas, convertiria la fraccion $\frac{3}{11}$ en 0,272727272; de modo que para tener la raiz cúbica de $7\frac{3}{11}$. se extraerá la 7,272727272, y será 1,937.

P. ¿Como se extrae la raiz cúbica de un número que tenga decimales?

R. Se añaden al fin unos cuantos ceros, de modo que el número de sus decimales sea ó 3, ó 6, ó 9 &c.; entonces se extrae la raiz como si fuesen enteros; hecha la operacion, se separará á la derecha de la raiz, con una coma, un número de cifras igual al tercio del número de las decimales de la cantidad propuesta; y si la raiz no tuviera cifras bastantes para poner en ejecucion esta regla, se suplirian añadiendo ceros colocados á la derecha de la raiz.

P. Demostradme el modo de sacar la raiz cúbica de 6,54 aproximada á una milésima.

R. Añadiré siete ceros, y sacaré la raiz cúbica de 6540000000, que será 1870; separaré tres cifras, porque hay nueve decimales en el cubo, y tendré 1,870, ó simplemente 1,87, por raiz cúbica de 6,54. Del mismo modo se hallará que la de 0,0006, aproximada á una centésima, es 0,08.

LECCION XVII.

De las razones y proporciones.

P. ¿Qué es razon aritmética?

R. Se da el nombre de razon aritmética á la diferencia que hay entre dos cantidades de un mismo género. La cantidad que se compara se llama antecedente, aquella con que se compara, consecuente, y lo que resulta de la comparacion se llama relacion ó exponente de la razon. Si comparo 15 con 8 para conocer su diferencia 7, este número 7, que es el resultado de la comparacion, es la razon aritmética de 15 á 18.

P. ¿Con qué mira se puede hacer la comparacion de dos cantidades?

R. O bien con la de averiguar la diferencia que hay entre ellas, ó con la de averiguar las veces que la una contiene á la otra. El primer caso queda explicado en la pregunta antecedente, el segundo se llama razon geométrica. Por ejemplo, si comparo 12 á 3 para saber cuantas veces 12 contiene á 3, el número 4, que expresa este número de veces, es la razon geométrica de 12 á 3.

P. ¿Como se señalan la razon aritmética y la razon geométrica?

R. La aritmética, separando ambos términos con un punto, asi 15. 8, que se lee: 15 es aritméticamente á 8. La geométrica con dos puntos, asi 12: 3, que se lee: 12 es geométricamente á 3. Pero como estas voces ocurren con frecuencia, se puede suprimir el aritméticamente y geométricamente. Al antecedente y al consecuente juntos, se les da el nombre de términos de la razon.

P. ¿Qué es menester hacer para encontrar la razon aritmética de dos cantidades?

R. Restar el consecuente del antecedente; ó en otros términos, el menor del mayor.

P. ¿Qué se debe hacer para hallar la razon geométrica de dos cantidades?

R. Partir el antecedente constantemente por el consecuente.

P. ¿Se alterará una razon aritmética aunque á sus dos términos se les añada ó quite una misma cantidad?

R. No: porque la diferencia (en que consiste la razon) permanece siempre la misma.

P. ¿Se alterará una razon geométrica aunque se multipliquen ó partan sus dos términos por una misma cantidad?

R. No: porque la razon geométrica, que consiste del cociente de la division del antecedente, por el consecuente, es una cantidad fraccionaria, que no puede cambiar por la multiplicacion ó division de sus dos términos por un mismo número. Esto sirve para simplificar las razones. Si tuviera que averiguar la razon de $6\frac{3}{4}$ á $10\frac{2}{3}$, diria, reduciendo todo á fraccion, esta razon es lo mismo que $\frac{27}{4}$ á $\frac{32}{3}$, ó reduciéndolos á un mismo denominador, lo mismo $\frac{81}{12}$ á $\frac{128}{12}$, ó suprimiendo el denominador 12 (que es lo mismo que multiplicar los dos términos de la razon por 12) esta razon es lo mismo que 81 á 128.

P. ¿Qué se entiende por proporcion?

R. La igualdad de dos razones de una misma especie.

P. ¿Cuantas especies de proporciones hay?

R. Dos: proporcion aritmética y proporcion geométrica.

P. ¿Qué viene á ser la proporcion aritmética?

R. La igualdad de dos razones aritméticas.

P. ¿Qué se entiende por proporcion geométrica?

R. La igualdad de dos razones geométricas.

P. ¿Como se escribe una proporcion aritmética?

R. Se pone una razon á continuacion de otra, y ambas separadas con dos puntos. Las cuatro cantidades 7, 9, 12, 14, forman una proporcion aritémtica, porque la diferencia de las dos primeras, es la misma que la de las dos ultimas, y se escriben asi: 7. 9: 12. 14; que quiere decir: 7 es á 9 como 12 es á 14.

P. ¿Como se escribe una proporcion geométrica?

R. Se pone una razon á continuacion de la otra, y ambas separadas con cuatro puntos. Las cuatro cantidades 3, 15, 4, 20, forman una proporcion geométrica, porque 3 esta contenido en 15, como 4 lo está en 20, y se escriben asi 3 : 15 : : 4 : 20, que se lee 3 es á 15, como 4 es á 20,

P. ¿Como podré formar por mí mismo una proporcion aritmética?

R. Pónganse dos cantidades cualesquiera, separadas entre sí con un punto para que formen la primera razon: pónganse despues dos puntos, y luego, á las dos cantidades primitivas, se les añadirá ó quitará una misma cantidad; y estos dos números se pondrán despues de los dos puntos, separados entre sí con un punto; los cuales formarán la segunda razon. Supongamos dos cantidades cualesquiera, 8 y 3: las separo con un punto, y pongo dos puntos despues del 3; añado, por ejemplo, 4 á cada número, y tendré 8. 3: 12. 7, lo cual leeré: 8 es aritméticamente á 3 como 12 á 7. Si en lugar de añadir 4. hubiera quitado 2, tendria 8. 3 : 6. 1, y seria lo mismo.

P. ¿Como podré formar por mí mismo una proporcion geométrica?

R. Escribiendo dos cantidades para que formen la primera razon: luego los cuatro puntos, y despues por segunda razon lo que resulte de multiplicar ó partir por una misma cantidad los dos términos de la primera. Pongo por ejemplo, 15 y 3; separo estos números con dos puntos, y escribo cuatro puntos despues del 3; multiplico ó parto ambas cantidades por otra cantidad cualquiera, tal como 4, y tendré multiplicando la proporcion 15 : 3 . : 60 : 12 , lo cual leeré : 15 es geométricamente á 3 como 60 á 12. Si hubiéramos partido por 4, hubiera resultado 15 : 3 : : $\frac{15}{4}$: $\frac{3}{4}$, que tambien forman proporcion ; si se quiere evitar quebrados será mejor multiplicar ambos términos en lugar de partirlos.

P. ¿Como se llaman los términos primero y último de una proporcion ?

R. Llamanse extremos ; y el segundo y tercero, medios. El primero y segundo se llaman los dos primeros términos, y el tercero y el cuarto, los dos segundos ó los dos últimos.

P. ¿Como se llama la proporcion cuyos términos medios son iguales ?

R. Llamase proporcion contínua 3. 7 : 7 . 11, es una proporcion aritmética contínua, y se escribe así : ÷ 3 . 7 . 11 ; los dos puntos con la raya sirven para advertir que se debe repetir el término medio, que aqui es 7.

P. ¿Como se escribe una proporcion geométrica contínua ?

R, Supongamos la proporcion 5 : 20 : : 20 : 80 ; escrita en abreviatura es : : 5 : 20. 80 ; el uso de los cuatro puntos y de la raya es el mismo que en la proporcion aritmética contínua.

LECCION XVIII.

Propiedades de las proporciones Aritméticas y Geométricas.

P. ¿Cuál es la propiedad fundamental de la proporcion aritmética?

R. Que la suma de los extremos es igual con la suma de los medios en la discreta. (1) Se ve en esta proporcion 3, 7, 8, 12, que la suma 3 y 12 de los extremos y la de 7 y 8 de los medios, son igualmente 15. Para comprender mejor esto, obsérvese que si los dos primeros términos fueran iguales entre sí, y tambien los dos últimos entre sí, como en esta proporcion 7. 7, 12. 12, es evidente que la suma de los extremos seria igual á la de los medios.

P. ¿A que es igual la suma de los extremos en una proporcion aritmética continua?

R. La suma de los extremos en una proporcion aritmética continua es el du-

(1) *Llamase proporcion discreta aquella cuyos medios estan representados por diferentes cantidades como* 7. 9 : 12. 14.

plo del término medio, ó el término medio es la mitad de la suma de los extremos. Asi para tener un medio aritmético entre 7 y 15, por ejémplo, añado 7 á 15, y tomando la mitad de la suma 22, tengo 11 por término medio; de modo que ÷ 7. 11. 15.

P. Dados tres términos de una proporcion aritmética discreta, ¿cómo se halla el cuarto?

R. Sumando el segundo con el tercero, y de esto restar el primero. Por ejemplo, si se nos pide hallar el cuarto término de 5. 9: 12, diremos: 12 y 9 son 21; 21 menos 5 son 16, y el cuarto término será 16; de modo que se tendrá 5. 9: 21. 16.

P. ¿Cuál es la propiedad fundamental de la proporcion geométrica?

R. Que el producto de los extremos es igual al producto de los medios en la discreta. Por ejemplo en 3: 15:: 7: 35, el producto de 35 por 3, y el de 15 por 7, son igualmente 105.

P. ¿A qué es igual en la proporcion geométrica continua el producto de los extremos?

R. Al cuadrado del término medio; porque siendo los dos medios iguales, su producto es el cuadrado de uno de ellos. Asi para tener un medio geométrico entre 4 y 9, multiplico 4 por 9, y la raiz cuadrada 6, del producto 36, es el medio proporcional buscado.

P. Dados tres términos de una proporcion geométrica, ¿cómo se halla el cuarto?

R. Multiplicando el segundo por el tercero, y partiendo el producto por el primero. Si se desea hallar el cuarto termino á estos tres 5, 7 y 15, multipliquese el 7 por el 15, y el 105 partase por 5, el cociente será 21, y tendremos que la proporcion completa será 5: 7:: 15: 21.

P. Dados dos términos de una proporcion geométrica ¿cómo se hallará el tercero continuo proporcional?

R. Se cuadrará el segundo, y este cuadrado se partirá por el primero. Si quisieramos hallar el tercer término á estos dos 4 y 6, diriamos: el cuadrado de 6 es 36: 36 partido por 4, da 9; luego 9 es el tercer término pedido, y tendré ÷ 4: 6: 9.

P. ¿Cómo se encontrará un medio continuo proporcional á dos cantidades dadas?

R. Multiplicando dichas dos cantidades, y extrayendo del producto la raiz cuadrada, la cual será el medio pedido: de modo que si entre 3 y 27 quisiera hallar un medio, multiplicaría el 3 por el 27, y del producto 81, extraería la raiz cuadrada, que es 9, y me dará ∺ 3: 9: 27. Si no se pudiese extraer la raiz cuadrada se aproximará por decimales.

P. ¿Qué es lo que se puede hacer con toda proporcion geométrica?

R. Seis cosas sin que deje de subsistir proporcion; á saber: alternar, invertir, componer, partir permutar y convertir.

P. ¿Qué se entiende por alternar en una proporcion geométrica?

R. Comparar antecedente con antecedente, y consecuente con consecuente de cada razon; cuya operacion queda hecha con mudar de lugar los medios ó los extremos. Esto se puede hacer con toda proporcion, y su producto siempre será el mismo.

P. ¿Qué quiere decir invertir en una proporcion geométrica?

R. Es comparar consecuente con antecedente en cada una de las razones; cuya operacion queda hecha con poner los medios en lugar de los extremos, y los extremos en lugar de los medios.

P. ¿Qué es componer una proporcion geométrica?

R. Comparar la suma de antecedente y consecuente con uno de los dos; esto es, ó con el antecedente ó con el consecuente de cada razon.

P. ¿Qué se entiende por partir una proporcion?

R. Es comparar la diferencia de antecedente y consecuente con uno de los dos en cada una de las razones; esto es, ó bien con el antecedente, ó bien con el consecuente de cada razon.

P. ¿Qué es permutar una proporcion?

R. Mudar de lugar las razones, ó poner la segunda razon por primera, y la primera por segunda.

P. ¿Qué quiere decir convertir una proporcion?

R. Es comparar el antecedente con la suma ó diferencia de antecedente y consecuente; cuando se compara con la suma se llama convertir componiendo, y cuando con la diferencia convertir dividiendo. Vease todo esto explicado en el siguiente ejemplo.

Proporcion................	3 : 8 :: 12 : 32
Alternar.................	3 : 12 :: 8 : 32
Invertir.............. ...	8 : 3 :: 32 : 12
Componer.	8 mas 3 : 3 :: 32 mas 12 : 12
Partir....	8 menos 3 : 3 :: 32 menos 12 : 12
Permutar...............	12 : 32 :: 3 : 8
Convertir...............	3 : 11 :: 12 : 44

LECCION XIX.

De la regla de tres directa y simple.

P. ¿Qué se entiende por regla de tres?

R. Regla de tres, llamada por algunos regla de oro, es aquella que sirve para hallar un número que esté en proporcion geométrica con otros tres conocidos; cuya operacion, que siempre se reduce á buscar algun término que falte, acaba de enseñarse en la leccion anterior.

P. ¿De cuántos modos puede ser la regla de tres?

R. De dos: simple y compuesta.

P. ¿En cuántas partes se subdivide la regla de tres simple?

R. En directa é inversa.

P. ¿Por qué se llama regla de tres simple?

R. Porque la cuestion á que se aplica, nunca encierra mas que cuatro cantidades, de las cuales tres son conocidas y la cuarta está por hallar.

P. ¿Por que se llama regla de tres directa?

R. Porque se vá á buscar de lo mas

á lo mas, ó de lo menos á lo menos: esto se entenderá con un ejemplo. Seis caballos consumen al dia 9 celemines de cebada, y se quiere saber 8 caballos ¿cuantos celemines consumirán al dia? Plantearé la proporcion del modo siguiente. 6 cab. : 9 : cel. :: 8 cab. : ó de este otro modo:

6 cab. : 8 cab. :: 9 cel.

En ambos casos si se multiplican los medios, y se parte el producto por el extremo conocido, resultará el término desconocido, que en este ejemplo es 12, y manifiesta los celemines de cebada que consumirán los 8 caballos de la pregunta. Aqui hemos ido á buscar de lo mas á lo mas; esto es, de mayor número de caballos á mayor número de celemines de cebada. Pongamos otro ejemplo. Si 8 caballos consumen al dia 12 celemines de cebada, 6 caballos ¿cuantos celemines consumirán en el mismo tiempo? Plantearemos la proporcion como sigue: 8 cab. : 12 cel. :: 6 cab. ó bien de este otro modo 8 cab. : 6 cab. :: 12 cel.

Hecha la operacion como queda explicado, resultará que los seis caballos, por ser menos que 8 caballos, consumirán menos celemines de cebada, esto es 9. En estos ejemplos la regla es directa, y en el último se va de lo menos á lo menos, á saber de menos caballos á menos celemines de cebada que consumiran.

P. ¿De cuantas partes ha de constar toda cuestion que conduce á una regla de tres?

R. ¿De dos; del supuesto y la pregunta. En el supuesto se da la dependencia que tiene la causa con el efecto, y en la pregunta la causa ó efecto que se dá, para determinar el efecto ó causa que se busca.

P. ¿Cuántas cantidades conocidas entran en toda regla de tres?

R. Tres: dos del supuesto, y una de la pregunta; como esta ha de ser de la misma especie que una de las del supuesto, á las dos cantidades que son de una misma especie se les dá el nombre de principales; la otra y la que se busca se llaman relativas; pero como de las relativas solo se conoce una, se llama cantidad principal, y su relativa por excelencia á las dos del supuesto, siendo la principal aquella que es de la misma especie que la de la pregunta.

P. Demostradme con un ejemplo el uso de los términos de la pregunta anterior.

R. Supongamos que quiero averiguar los cahices que transportan 45 pares de mulas en el supuesto de que 15 hayan transportado 60 cahices: las dos cantidades principales son los 15 pares de mulas, y los 45; las relativas son los 60 cahices y los cahices que busco; y las que se llaman por excelencia cantidad principal y su relativa, son los 15 pares de mulas y los 60 cahices; siendo la principal los 15 pares de mulas que es de la misma especie que la de la pregunta.

P. Dadme el método de plantear una regla de tres directa.

R. Pongase por primer término la cantidad principal del supuesto, despues cualquiera de las otras dos; á saber, la relativa del supuesto ó la principal de la pregunta, despues la otra, y el cuarto término de la proporcion será lo que se busca; que para encontrarle no hay mas que multiplicar los medios entre sí, y partir por el extremo.

P. ¿Qué producirán 86235 reales que voy á imponer en un fondo al 5 por 100?

R. Aqui la cantidad principal del supuesto es 100, porque la cuestion quiere decir que 100 reales dan de rédito al año 5 reales; y asi la operacion se ejecutará como aqui se vé: 100 rls. : 5 rls. :: 86235 rls. : 4311, 75 rls. igual á 4311 rls. y 25, 5 mrs.

P. ¿Qué capital es el que produce 42321 rls. al 3 por 100?

R. Aqui la cantidad principal del supuesto es 3; y asi, ejecutando la operacion sacaré que el capital que debe producir los 42321 rls. es 1410700 rls.

P. 1728 varas de Aragon equivalen á 1597 castellanas; ¿cuántas varas castellanas compondrán 5000 aragonesas?

R. 1728 vs. ar. : 1597 castellanas :: 5000 ar. 4620, 949 cast.

P. Si 26 peones han sacado 650 espuertas de tierra, 50 peones ¿cuantas sacaran?

R. Esta regla es directa, porque mas hombres han de sacar mas espuertas. Ponganse los dos números relativos 26 y 650, por primeros términos, y el 50 por tercero, 26 : 650 :: 50 : multiplicando 650 por 50, y partiendo el producto 32500 por 26, saldrán 1250 espuertas, que sacarán los 50 peones.

P. Si 48 varas de una tela han costado 360 reales ¿1 vara cuanto costará?

R. Veo que tambien esta regla es directa, porque á menos varas corresponde menos coste. Escribiré 48 y su relativo 360 por primeros términos, y por tercero el 1. 48 :: 360 :: 1 : multiplicando 360 por 1, y partiendo por 48, salen para coste de vara 7 $\frac{24}{48}$, que se reducen á 7 $\frac{1}{2}$ reales.

P. Un navio ha hecho, con viento

igual, 275 leguas en 3 dias, ¿en cuantos haría 2000 concurriendo todas las demas circunstancias?

R. Es claro que es menester mas tiempo, á proporcion del número de leguas, y que necesariamente el número de dias que se busca debe contener 3 dias, tantas veces, como 2000 leguas contienen 275 leguas: es preciso pues buscar el cuarto término de una proporcion que principiase por estas tres: 275 : 2000 :: 3 : multiplicando 2000 por 3, y partiendo el producto 6000 por 275, se tendrá 21 dias $\frac{9}{11}$.

LECCION. XX.

De la regla de tres inversa y simple.

P. ¿Qué se entiende por regla de tres inversa y simple?

R. Aquella en que concurriendo igual número de términos que en la directa sigue un orden enteramente inverso; esto es, cuando se vá á buscar de lo mas lo menos, ó de lo menos lo mas; lo cual aclararemos con ejemplos.

P. Habiendo consumido 40 caballos un pajar en 15 dias, se desea saber ¿en cuantos lo hubieran consumido 60 caballos comiendo igual racion diaria?

R. Planteo la proporcion del modo siguiente : 60 : 40 :: 15 : multiplicando, como en la regla directa, 40 por 15, que son los medios, y partiendo el producto por 60, que es el extremo conocido, resultará 10, que es el número de dias en que los 60 caballos consumiran el pajar comiendo igual racion diaria. Bien se ve que esta regla es inversa porque se va de lo mas á lo menos; esto es, de 60 caballos, mayor número que 40, á 10 dias menor número que 15 dias.

P. Supongamos ahora que 60 caballos consumen un pajar en 10 dias, y que se desea saber en cuantos dias lo consumiran 40 caballos, comiendo igual racion diaria: ¿cómo plantearé la proporcion?

R. Del modo siguiente : 40 : 60 :: 10: hecha la operacion, como ya se ha explicado, resulta 15, número de dias que tardarían los 40 caballos en consumir dicho pajar con igual racion diaria. Este ejemplo es tambien de regla inversa, por que se va de lo menos á lo mas; quiere decir: de 40 caballos número menor que 60, á 15 dias número mayor que 10.

P. Un comerciante ha ganado en 5 meses 540 doblones con un capital de 3000 doblones; para ganar los mismos 540 doblones con un capital de 1200 doblones, ¿cuanto tiempo necesitará?

R. Aqui la cantidad principal y su relativa son 3000 doblones, y 6 meses, la principal de la pregunta 1200 doblones. 1200 : 3000 :: 6 : multiplicando 3000 por 6, y partiendo el producto por 1200, tendré 15 por cociente, y hallo que necesitará 15 meses.

P. Un general tiene calculado que con poner 5000 hombres á trabajar, ya á la zapa, ya á la trinchera, llegará en 8 dias á hacer todas las obras que necesita para llegar al camino cubierto; tiene aviso de su mayor general, que es indispensable tomar el camino cubierto dentro de 5 dias, ¿cuántos hombres necesitará poner á trabajar, empleando igual número de horas al dia?

R. Aqui la cantidad principal y su relativa son 8 dias y 5000 hombres, que son las causas que han de concurrir para ejecutar todas las obras necesarias; y lo que se busca es ¿cuantos han de ser los hombres, que juntos con la causa conocida, 5 dias, han de poder obrar el mismo efecto? por lo cual debe plantearse la cuestion en estos terminos: —

5 dias : 8 dias :: 5000 hombres :

$$\begin{array}{r} 8 \\ \hline 40000 \mid 5 \\ \hline 8000 \text{ hombres.} \end{array}$$

P. En una embarcacion hay viveres para tres meses: á causa de una borrasca se ha alejado del puerto á donde se dirigia, y por lo mismo han de durar los viveres 5 meses: se trata de saber ¿ que racion se ha de dar á cada uno de los que van embarcados?

R. Aqui el efecto que se ha de producir es la manutencion de todos los que van embarcados; y lo que se sabe es que con los viveres que hay se puede lograr esta manutencion durante tres meses, dando á cada uno su racion regular, que se podrá llamar 1; ahora se quiere que esta manutencion dure 5 meses; y lo que se trata de averiguar es la otra causa que ha de producir dicha manutencion; á saber, la racion que se ha de dar á cada persona; y como aqui la cantidad principal de la pregunta es 5 meses, ejecutaré la operacion como aqui se ve: 5 mes.: 3 mes.:: 1 r.: y hallo que á cada uno de los que van embarcados se ha de dar $\frac{3}{5}$ partes de la racion que se le daba; es decir, si se le daban 5 onzas, de arroz, ahora se le deberán dar 3, y asi de las demas cosas como agua, vino, &c.

LECCION XXI.

De la regla de tres compuesta.

P. ¿Qué se entiende por regla de tres compuesta?

R. La que tiene mas de tres números proporcionales.

P. ¿Como se resuelve una regla de tres compuesta?

R. Por medio de varias reglas de tres simples, entre las cuales suelen hallarse á veces directas ó inversas.

P. ¡Demostradme con varios ejemplos el modo de resolver una regla de tres compuesta?

R. Supongamos que quiero averiguar los cahices de trigo que podrán transportar 45 pares de mulas en 12 dias, en el supuesto de haber traido 15 pares de mulas en 5 dias 60 cahices de trigo. Primero averiguaré los cahices que traerán los 45 pares de mulas en el mismo tiempo, esto es en 5 dias, lo que ejecutaré como aqui se ve: — 15 par. de mul. : 45 par. de mul. :: 60 cah. Multiplicando el 60 por 45 y partiendo el producto por 15 tendré 180 cahices. Ahora: si en 5 dias traen 45 pares de mulas 180 cahices, en 12 dias ¿cuantos traerán? Ejecutaré la operacion como una regla de tres simple poniendo los términos asi: — 5 dias : 12 dias :: 180 cahices; multiplicaré 180 por 12, partiré el producto por 5, y hallaré que traerán 432 cahices.

P. Sé que 8 hombres en 10 dias, trabajando en cada dia 6 horas, han segado 50 fanegas de trigo, 4 hombres en 12 dias, trabajando 9 horas al dia, ¿cuantas fanegas segarán?

R. Aqui tendré que hacer las tres reglas de tres simples siguientes: —

8 homb.	: 4 homb.	:: 50 f.	: salen 25 f.
10 dias	: 12 dias	:: 25 f.	: salen 30 f.
6 hor.	: 9 hor.	:: 30 f.	: salen 45 f.

y saco que segarán 45 fanegas de trigo.

P. Trabajando 16 caballerías en unas bombas 12 horas al dia, han sacado cierta cantidad de agua en tres dias, ¿cuantos dias necesitarán para lo mismo 10 caballerías trabajando 15 horas al dia?

R. Se reducirán los cinco números á tres, considerando que 16 caballerías, á 12 horas al dia, trabajan lo mismo que 12 veces 16 caballerías (que son 192) en una hora. Del mismo modo, 10 caballerías á 15 horas son tanto como 15 veces 10 caballerías en una hora que son 150. Pero como estas son menos que las otras 192, necesitarán mas tiempo para sacar la misma agua y será una regla inversa, que se ordenará asi : 150 : 192 : : 8 : multiplicado 192 por 8 y partido el producto por 150 dá 10 $\frac{6}{25}$ dias.

P. Sé que 720 hombres en 5 dias trabajando 6 horas al dia han hecho 600, varas de obra; para hacer las mismas varas 360 hombres, trabajando 9 horas al dia, ¿ cuantos dias necesitarán ?

R. Ejecutando la operacion como aqui se ve :: —

360 hom. : 720 hom. :: 5 dias : salen 10 d.
9 hor. : 6 hor. :: 10 d. : salen $6\frac{2}{3}$ d.

saco que necesitarán 6 dias y las dos terceras partes del trabajo de otro dia.

P. ¿Se puéde resolver una regla de tres compuesta por medio de una sola proporcion?

R. Si, multiplicando entre sí las circunstancias del supuesto y pregunta, y hallando el resultado correspondiente por una sola proporcion, en esta forma. Para el segundo ejemplo multiplicaré 8 por 10 y por 6, que me darán 480; por lo que consideraré que 8 hombres en 10 dias trabajando 6 horas al dia, harán lo mismo que 480 en una hora, ó que un hombre en 480 horas. Multiplicaré tambien los de la pregunta, diciendo : 4 por 12 son 48; 48 por 9 son 432; por lo que las circunstancias de la pregunta equivalen á estas : 432 hombres en una hora ó un hombre en 432 horas; y asi dire: —

480 : 433 : : 50 f.

Hágase la operacion y saldrán 45 fanegas como antes. En el cuarto ejemplo multiplicaré el 720 por 6, y tendré 4320; ahora multiplicaré 360 por 9 lo que dará 3240; y estará reducida la cuestion á encontrar cuantos dias deberán trabajar 3240 hombres para hacer la misma obra que 4320 han hecho en 5 dias; y como esta regla de tres es inversa plantearé la cuestion en estos términos: —

3240 : 4320 : : 5 :

multiplicado 5 por 4320 y partido por 3240 dá 6 $\frac{2}{3}$ como antes.

LECCION XXII.

Regla de Compañía.

P. ¿Que se entiende por regla de compañía?

R. La que sirve generalmente para determinar las ganancias ó pérdidas de una compañía, con arreglo al capital que puso cada asociado. Para cada asociado se debe hacer una regla de tres concebida en estos términos. Todos los capitales juntos son á todas las ganancias ó perdidas juntas, como el capital de cada uno es á la ganancia ó pérdida que le toca.

P. ¿ En cuantas partes se divide la regla de compañía?

R. En dos ; simple, y con tiempo.

P. ¿ Cuándo es regla de compañía simple?

R. Cuando el caudal que pone cada sócio permanece un mismo tiempo en el fondo.

P. ¿ Cuando es regla de compañía con tiempo?

R. Siempre que los caudales de los sócios no permanecen el mismo tiempo en el fondo. Pero esta se reduce á la simple multiplicando el tiempo por lo que puso cada uno ; pues de este modo el tiempo es un factor comun ; y por otra parte, lo mismo es 15 doblones en dos años, que 30 en un año.

P. ¿ Demostradme con ejemplos el modo de resolver la regla de compañía, y sea el primero : Tres compañeros han ganado en un trato 6000 rs., poniendo el primero 4000 rs. ; el segundo 8000 reales; y el tercero 12000 rs, ¿ qué ganancia toca á cada uno?

R. Sumaré los tres capitales que componen 24000 ; y en virtud de la regla antecedente, haré una regla de tres para cada uno, diciendo : si 24000 reales de todos han ganado 6000, ¿ 4000 capital del primero cuanto debe ganar? y sacaré 1000. rs Haciendo otras dos reglas para el segundo y tercero con sus capitales respectivos, saldrán 2000 para el segundo y 3000 para el tercero. Como estas tres ganancias 1000, 2000, 3000 (ademas de ser proporcionales á los capitales de los que las tiran), componen 6000 rls. queda probada la operacion, la cual puede verse detallada de este modo: —

4000
8000
12000
———
24000

1.° 24000 : 6000 :: 4000 : 1000.
2.° 24000 : 6000 :: 8000 : 2000.
3.° 24000 : 6000 :: 12000 : 3000.
———
6000

P. Repartid 120 en cuatro partes proporcionales á los números 1, 3, 5, 7.

R. Se tomará la suma 16 de estos cuatro números, como si fueran otros tantos capitales, y se dirá: la suma 16 de los nú-

1.° 16 : 120 :: 1 : 7 $\frac{1}{2}$
2.° 16 : 120 :: 3 : 22 $\frac{1}{2}$
3.° 16 : 120 :: 5 : 37 $\frac{1}{2}$
4.° 16 : 120 :: 7 : 52 $\frac{1}{2}$
———
120

meros dados es, á la suma de las partes, como cada número es á la parte que le cabe. Ordenando cuatro reglas de tres para los cuatro números 1, 3, 5, 7, se sacará que la primera parte es 7 $\frac{1}{2}$, la segunda 22 $\frac{1}{2}$, la tercera 37 $\frac{1}{2}$ y la cuarta 52 $\frac{1}{2}$, que en todas componen 120, y son proporcionales á los números dados.

P. Habiendo formado una compañía tres sugetos, el primero puso 6000 pesos por 15 meses; el segundo 8000 pesos por 10 meses; el tercero 6500 pesos por un año; y habiendo perdido 1488 pesos entre todos, se desea repartir esta pérdida proporcionalmente á los capitales y tiempos que estuvieron puestos.

R. Como todos los tiempos son distintos, para guardar uniformidad, figurémonos que tener el primero 6000 pesos por 15 meses, es lo mismo que tener 15 veces 6000 pesos (que son 90000 pesos) por un mes; el segundo con 8000 pesos por 10 meses, tuvo lo mismo que con 80000 pesos por un mes, y el tercero con 6500 por un año ó doce meses, tuvo tanto como 78000 por un mes. Tomando la suma 248000 de los tres capitales 90000, 80000, y 78000 se haran tres reglas, como en los otros ejemplos, en virtud de las cuales se sacaran 540 de pérdida para el primero, 480 para el segundo, y 468 para el tercero.

15 por 6000 90000
10 por 8000 80000
12 por 6500 78000

248000

1.° 248000 : 1488 :: 90000 : 540
2.° 248000 : 1488 :: 80000 : 480
3.° 248000 : 1488 :: 78000 : 468

1488

LECCION XXIII.

Regla de falsa posicion.

P. ¿Qué quiere decir regla de falsa posicion?

R. Se dá este nombre á una regla que se usa para descubrir un número verdadero, por medio de otro que se finge ó se supone.

P. Explicadme con un ejemplo á lo que se reduce la regla de falsa posicion.

R. Tres comerciantes pusieron en un fondo, igual cantidad; pero no teniendo todos la misma ciencia, convinieron en repartir su ganancia de modo que el segundo tuviese duplo que el primero, y el tercero el triplo del segundo; ganaron 9000 doblones ¿cuánto toca á cada uno? Supongamos que al primero le tocaron 12, el segundo tendria 24, y el tercero 72, y sumando tendré 12 y 24 son 36, y 72 son 108. Ahora diré: si 108 dan 12, ¿los 9000 cuanto darán? Sale 1000 para el primero; el duplo de 1000 es 2000, y esto toca al segundo; el triplo de 2000 es 6000, y esto corresponde al tercero: las tres cantidades sumadas forman 9000.

P. Dadme otro ejemplo detallado de regla de falsa posicion.

R. Supongamos que me piden un número cuya mitad, tercera y cuarta parte juntas compongan 78. Tomo arbitrariamente un número que tenga mitad, tercera y cuarta parte tal como 24; sumo su mitad 12 con su tercera parte 8, y con su cuarta parte 6, y tengo 26. Digo ahora; si 26 mitad, tercera y cuarta parte del número 24 supuesto, proceden de 24, ¿el número 78 mitad, ter-

36
24
18
78

12
8
6
26 : 24 :: 78
24
312
156
1872 | 26
052 | 72
0

cera y cuarta parte del número verdadero, de que número procederá? Hago la regla de tres; y saco que el número pedido es 72, cuya mitad 36, tercera parte 24, y cuarta parte 18 juntas componen 78.

P. Dadme un tercer ejemplo de regla de falsa posicion.

R. Un sugeto reparte todos sus bienes libres de este modo: las dos terceras partes de ellos á una sobrina, la quinta parte á un sobrino, y 6000 rls. á un criado. ¿Como sabremos lo que dejó? Tomese un número que tenga tercera y quinta parte como 15, y supongase que estos son los bienes. La sobrina tirará dos terceras partes 10, el sobrino una quinta parte 3, y el criado lo restante 2. Pero como el criado debia sacar 6000, diré: 2 parte supuesta del criado son á 15 (que son los bienes supuestos), como 6000 parte verdadera del criado son á los bienes verdaderos, que sacaremos ser 45000 reales; cuyas dos terceras partes 30000 para la sobrina, quin-

10	30000
3	9000
2	6000
——	——
15	45000

2 : 15 :: 6000
6000
——
90000 | 2
——
10 45000
0

ta parte 9000 para el sobrino, y 6000 rls. para el criado componen el total de bienes.

P. Un labrador compró unas tierras, una casa, un par de mulas y un carro en 10200 reales. Las mulas le costaron tres veces mas que el carro; la casa dos veces mas que las mulas; y las tierras cuatro veces mas que la casa. Yo quisiera saber ¿en cuanto le estuvo cada cosa?

R. Tomo para valor del carro un número cualquiera, supongamos el 10; y en este supuesto las mulas valdrian 30, la casa 60, y las tierras 240. Pero como todos estos valores juntos ascienden á ser 340 no mas, debiendo ser 10.200, se dirá 340, suma de los valores fingidos, es á 10 valor fingido del carro, como 10.200 suma de los valores verdaderos, es al valor verdadero del carro, que se saca de 300 reales; y á este respecto le costarian las mulas 900, la casa 1800, y las tierras 7200.

```
 10
 30
 60
240
----
340 : 10 :: 10.200
                10
            ------
            102000
10.200(0 | 34(0
           -----
     0     30 0
```

P. ¿Cómo haré para partir 6954 pesos entre tres personas, de modo que la segunda tenga tanto como la primera, y 54 pesos mas, y que la tercera tenga tanto como las otras dos juntas, y 78 pesos mas?

R. Sin los 54 y 78 pesos, es claro que solo se trataría de partir el número propuesto en partes proporcionales á los números 1, 1, y 2: pero como es menester sacar de la suma 54 pesos para la segunda persona, y 54 pesos, mas 78 pesos, para la tercera, es evidente que solo una parte del número propuesto es la que se debe partir en partes proporcionales á 1, 1, y 2. Como esto, que es facil de hallar en el ejemplo actual, puede ser mas dificil de percibirlo en otras circunstancias, bueno será enseñar el método que se observa. Supongamos, para la primera parte, cualquiera número, 1 peso por ejemplo; la segunda será 1 peso mas 54 pesos, es decir 55 pesos; y la tercera 1 peso, mas 55 pesos, mas 78 pesos, es decir, 134 pesos; la suma total de estas partes es 190 pesos. Si se tratára solamente de dividir en partes proporcionales á 1, 1, y 2, suponiendo que la primera parte fuera 1 peso, la segunda seria 1 peso, la tercera 2 pesos, y la totalidad 4 pesos; restada esta diferencia de 190 pesos, quedarían 186 pesos, y esta cantidad sería preciso sacar de la suma propuesta 6954 pesos, lo cual reduciría á 6768 pesos. Quedan pues 6768 pesos para dividirlos en partes proporcionales á 1, 1, y 2; y plantearé la proporcion siguiente: —

4 : 6768 :: 1 :

Hecha la operacion me resultará que la primera parte es 1692 pesos. Si á esta cantidad añado 54 que debe tener de mas la segunda parte hallaré 1746 pesos; sumando estas dos cantidades y añadiendo 78 tendré 3516 pesos, que es lo que corresponde á la tercera parte; y por último si sumo las tres cantidades 1692, 1746, y 3516 observaré, que la totalidad de estas tres partes es 6954 pesos, cantidad propuesta en la pregunta.

P. Un padre deja á Juan la tercera parte de su dinero; á Pedro la cuarta parte, y á Diego la quinta; la suma de estas tres partes asciende á 9400 doblones; ¿como podré saber el dinero que tenia?

R. Supongamos que su dinero era 60 doblones, y resultará que su tercera parte será 20, su cuarta 15, y su quinta 12; y tendremos que entre todas ascienden á 47 doblones. Ahora diré: si 47 doblones provienen de 60 doblones, 9400 ¿de cuanto provendrán?

47 : 69 : 9400:

Hago la operacion, y encuentro que provienen de 12000 doblones.

LECCION XXIV.

De la regla de aligacion y de interés.

P. ¿Qué se entiende por regla de aligacion?

R. Esta regla tiene dos casos: ó bien se busca el precio de un mixto de cosas conocidas, ó bien se busca la cantidad de las cosas, para mezclarlas, cuando se conoce su precio.

P. ¿Como podré saber el precio medio, de diferentes cosas mezcladas, de precios conocidos.

R. Multiplicando cada una por su precio, se sumarán estos productos, y se dividirá la suma por la suma de las cosas. Lo que salga es el precio medio.

P. Presentadme un ejemplo de la regla de aligacion perteneciente al caso primero.

R. un platero tiene 5 onzas de plata,

de á 16 rs. la onza,	5 por 16	80
6 onzas de á 20	6 por 20	120
3 onzas de á 18	3 por 18	54
2 onzas de á 22	2 por 22	44
	16	298

Si la derrite y mezcla toda junta, ¿como podré saber á cuanto sale la onza? Multiplicaré cada plata por su precio, segun se ve al margen, y la suma 298 partiré por la suma 16, de las 5, 6, 3 y 2 onzas. El cociente $18\frac{5}{8}$ reales es el precio de cada onza mezclada.

298	16
138	$18\frac{5}{8}$
10	

P. Un literato ha comprado 8 libros en folio á 20 reales; 15 en cuarto á 12 reales, y 27 en octavo á 6 reales; decidme ¿á como le sale cada libro uno con otro?

R. Multiplico 8 por 20, 15 por 12, 27 por 6; sumo los tres productos 190, 180, 162; y partiendo despues la suma 502 por la suma 50 de los libros, saldrán en el cociente $10\frac{1}{25}$, y este es el precio de cada libro, uno con otro.

P. ¿Qué prueba hay para saber si una cuenta de regla de aligacion está bien hecha?

R. Se multiplica todo el mixto por el precio que se ha sacado; y mientras no haya equivocacion, lo mismo debe sacarse del mismo total, que de todas las partes ó cosas que le componen, á su precio particular cada una. Es decir, se multiplica, en el primer ejemplo el precio 18 por 16, suma de las onzas; al producto añado el resíduo 10, y saldrán 298, suma de los precios particulares de la plata antes de mezclarla. En el segundo caso multiplicaré el precio 10 por 50, suma de los libros, al producto añadiré el resíduo 2, y tendré 520, suma de los precios particulares de los libros.

P. ¿De qué medio me valdré para mezclar diferentes cosas de distintos precios, para que salga el mixto medio que se quiere?

R. Deben compararse con el precio medio todos los demas precios, de dos en dos, cuidando siempre de tomar uno mas bajo, y otro mas alto que el precio medio. La diferencia entre el precio menor y el precio medio, es lo que se ha de mezclar del precio alto, y la diferencia entre el precio alto y el precio medio, es lo que se ha de echar del precio bajo.

P. Supuesto lo dicho, ¿cuantas fanegas de trigo de á 34 y de á 42 reales se han de mezclar, para poder venderlo revuelto á 40 reales?

R. Este es el caso segundo de la regla de aligacion. Para averiguar lo que se pregunta, escríbanse los números de este modo, y dígase: de 34 á 40 van 6, y escríbase el 6 al lado del 42. Dígase despues: de 42 á 40 van 2, y se escribe el 2 al lado del 34. De esta operacion se infiere que, para cada 2 fanegas de 34 reales, se deben echar 6 de 42 reales; y de este modo saldrá la mezcla á 40 reales.

P. Decidme ¿en qué se funda la regla de aligacion del segundo caso?

R. En que vendiendo á un precio mediano, se pierde en el género mas caro, y se gana en el mas barato. Para hacer la justa recompensacion, se truecan los números, adjudicando la pérdida al género en que se gana, y la ganancia al género en que se pierde.

P. Presentadme otro ejemplo del segundo caso de regla de aligacion.

P. Supongamos el siguiente: un cosechero quiere revolver garbanzos de á 24 reales por arroba, con unos de á 20 reales, y otros de á 28, de suerte que los pueda vender juntos á 25 reales, y le salga la misma cuenta. Dispónganse los precios de este modo: se tomarán los precios 28 y 20, uno mayor, y otro menor que 25, y dígase: de 28 á 25 van 3, que se pondrán al lado del 20; y luego de 20 á 25 van 5, y pónganse al lado del 28. Como falta que comparar el 24, y no

$$25\left\{\begin{array}{l}24.\ .\ 3\\20.\ .\ 3\\28.\ .\ 5\ .\ .\ 1.\end{array}\right.$$

hay otro número mayor que el 25, sino el 28, se volverán á comparar 24 y 28 con 25, diciendo: de 28 á 25 van 3, que se escriben al lado del 24, y despues: de 24 á 25 va 1, que se añade al 5, que está junto al 28. De cuya operacion resulta, que para que le saliese la cuenta al cosechero, tendria que mezclar para tres arrobas de á 24 reales, otras tres de á 20, y 6 de á 28 rs.

P. ¿Hay algo que advertir acerca de los números que se sacan en la segunda clase de aligacion?

R. Que los números que se sacan no son fijos y absolutos, sino proporcionales; esto es, que lo mismo se verificaria, si en lugar de tomar, como en el último ejemplo, 3, 3 y 6, se tomasen 6, 6 y 12, ó 1, 1 y 2. En fin, se pueden tomar los números que se quieran, con tal que tengan la misma razon, que han salido la primera vez.

P. Demostradme con un ejemplo lo dicho últimamente acerca de la regla de aligacion.

R. Sea el siguiente. Un mercader, deseando despachar 12 varas de una tela manchada, que solo vale á 30 reales, quiere saber cuantas ha de dar con ella de otras telas de á 48, 55 y 70, para venderlas todas juntas á 50 reales. Escríbanse los precios, y tomando 30 y 70, uno mayor y otro menor que 50, pónganse al lado de 70 los 20 que van de 30 á 50, y al lado del 30 los 20 que van de 50 á 70. Se tomaran despues el 48 y el 65; y trocando las diferencias, se escribirán al lado de 48 los 15 que van de 50 á 65; y al lado de 65 los 2 que van de 48 á 50. Por esta cuenta, para cada 20 varas de á 70 reales tiene que dar 2 de 65, 15 de 48; y 20 de 30 reales. Pero como de este precio no tiene sino 12 varas, necesita reducir los otros géneros en la misma proporcion. Dirá pues: si 20 varas de á 30 reales se reducen á 12, 15 varas de á 48 reales ¿á cuantas se reducirán? Saldrán 9 varas; y por otras reglas de tres semejantes, sacará que las dos varas de á 65 reales se reducen á $1\frac{1}{5}$, y las otras 20 de á 70 se reducen á otras 12. Con estos cuatro números de varas, 12, 9, $1\frac{1}{5}$, 12, se verificará la misma cuenta que con los primeros, 20, 15, 2, 20; y es fácil la prueba.

$$50\begin{cases}30\ldots 20\\48\ldots 15\\65\ldots 2\\70\ldots 20\end{cases}$$

20 : 12 :: 15 :
12
80
15
180 | 20
0 | 9

27 : 12 :: 2 :
2
24 | 20
(4 | $1\frac{1}{5}$

P. ¿Qué viene á ser la regla de interés?

R. La que enseña lo que se debe pagar por alguna porcion de dinero prestado con ciertas condiciones.

P. ¿Cuantas especies de interés se conocen?

R. Dos: el simple y el compuesto. El primero es el que se paga solo por el principal ó capital, y el segundo es el que se paga por el principal y los intereses que dejan de pagarse.

P. Suponiendo que un usurero ha prestado 15600 rs. á 8 por 100 al año, ¿como haré para saber cuanto tendrá que cobrar al cabo de 5 años por el capital y los intereses caidos?

R. El modo mas sencillo es plantear la proporcion siguiente. Hágase la operacion como en una regla de tres, y se hallará en el cociente 1248, valor de los intereses de un año.

$$
\begin{array}{r}
100 : 8 :: 15600 : \\
8 \\
\hline
124800 \mid 100 \\
\hline
1248
\end{array}
$$

Como tengo que saber el valor de los intereses de cinco años, multiplico 1248 por 5, y tendré 6240. Unida esta cantidad, que es el valor de los intereses de cinco años, al capital 15600, formará esta otra 21840 rs., que serán los que tendrá que cobrar el usurero. Por aqui se ve, que la regla de interés equivale á multiplicar la suma por el tanto por ciento, partir el producto por 100, y el cociente que resulte multiplicarlo por el número de años pedido.

P. Parte del caudal de un pupilo consiste en una suma de 20000 pesos, que su tutor ha puesto á ganancias á 5 por ciento. Al cabo de un año, el sugeto que tenia esta suma la vuelve, pagando el interés estipulado. El tutor halla en el instante proporcion de emplear dicha cantidad al mismo interés; forma un nuevo capital con los 20000 pesos y el interés que dieron el primer año, é impone este nuevo capital. Emplea del mismo modo, á principios del tercer año, todo lo que cobró á fines del segundo; y prosigue, á este tenor, por espacio de seis años. veamos lo que ha de cobrar al cabo de este tiempo.

R. Se plantean tantas proporciones como años; la segunda, despues de haber averiguado el interés ganado el primer año, y unídole al capital; y asi las demas. Supongamos:

100 : 5 : : 20000 :
5
―――――
1000(00 | 1(00

El interés del primer año es 1000, lo uno al capital, y formo una nueva proporcion, como sigue:

100 : 5 : : 21000
5
―――――
1050(00 | 1(00

En el segundo año ya tengo 1050; lo uno al capital, y asi voy formando proporciones, hasta que al fin de los seis años hallo que el tutor ha de cobrar 26802 pesos.

P. He entregado á un comerciante, en diversas épocas, diferentes cantidades de dinero al 6 por ciento; habiendo fallecido el comerciante, quiero saber lo que me corresponde por el tiempo que ha estado mi dinero en su poder, que es desde el 14 de Febrero, que entregué la primera partida, hasta el 20 de Marzo, en que trato de ajustar la cuenta.

R. Para esto es necesario saber las cantidades entregadas, y las fechas en que se entregaron; en seguida se escriben los dias que estuvo cada cantidad en poder del comerciante, y la cantidad se multiplica por este número de dias; todo lo cual se pone en esta forma:

Fechas.	*Cantidades.*	*Dias.*	*Producto de cantidades por dias.*
En 14 de Feb.° entregué. .	17000. . .	34. . .	578000
En 18 id. . . .	6000. . .	30. . .	180000
En 23 id. . . .	9000. . .	25. . .	225000
En 28 id. . . .	15000. . .	20. . .	300000
En 6 de Mar..	10000. . .	14. . .	140000
En 15 de id. .	25000. . .	5. . .	125000
			1548000

El producto total 1548000 parto por 6000, y hallo 258 reales, que son los que corresponden por el tiempo que ha estado el dinero en poder del comerciante.

P. Dadme una regla mas general que la antecedente, para hallar el interés de un capital por dias.

R. Multiplíquese el capital por el número de dias que ha estado puesto, y por el doble del tanto por ciento, y el producto que resulte pártase por 73000: el cociente será el interés vencido. He entregado, por ejemplo, 26000 reales al 8 por ciento; pero de estos, 17000 han estado solamente 34 dias, y los 9000 restantes 25. Multiplico pues 17000 por 34, y tengo 578000, y los 9000 por 25 me dan 225000: estas dos cantidades unidas forman la suma de 803000: multiplicada esta cantidad por 16, que es el doble del tanto por ciento, me da 12848000; parto este producto por 73000, y el cociente 176 será lo que me deberá pagar el que ha guardado los 26000 reales, al 8 por ciento, el tiempo que queda dicho.

P. ¿Como se reduce el tanto por ciento de una cantidad?

R. Multiplicando la cantidad dada por lo que se quiere rebajar, y partiendo el producto por 100. Supongamos que he ganado en una especulacion 18000 reales, y que prometí dar á un amigo el 16 por ciento de lo que ganase. Multiplico 18000 por 16, el producto 288000 lo parto por 100; y el cociente 2880 es lo que ofrecí á mi amigo,

LECCION XXV.

De la correspondencia de las pesas, medidas y monedas francesas con las españolas.

P. ¿Cómo sabriamos que relacion tienen las pesas, medidas y monedas españolas con las francesas?

R. Las tablas siguientes expresan la correspondencia que las pesas, medidas y monedas francesas, tienen con las españolas; y de ellas podemos servirnos en todos los casos que nos ocurra reducir las unas á las otras.

MONEDAS MODERNAS DE FRANCIA.

Pieza de oro de 40 francos	*Pieza de oro de 20 francos*	*Pieza de plata de 5 francos*	*Pieza de plata de 2 francos*	*Franco*	*Medio franco.*	*Décimos.*	*Centésimos.*	*Reales vellon.*	*Maravedis.*
1	2	8	20	40	80	400	4000	152	....
	1	4	10	20	40	200	2000	76	....
		1	$2\frac{1}{2}$	5	10	50	500	19	....
			1	2	4	20	200	7	20
				1	2	10	100	3	27
					1	5	50	1	31
						1	10	„	13
							1	„	$1\frac{1}{3}$

MONEDAS ANTIGUAS DE FRANCIA.

Luis de oro de 48 libras tornesas.	*Luis de oro de 24 libras tornesas.*	*Luis de plata.*	*Medio luis ó escudo.*	*Pieza de 1 libra y 10 sueldos.*	*Sueldo.*		*MONEDA de Castilla. Reales vellon.*	*Mrs.*
1	2	8	16	32	960	......	177	14
	1	4	8	16	480	......	88	24
		1	2	4	120	......	22	6
			1	2	60	......	11	3
				1	30	......	5	18
					1	......	....	6

MEDIDAS ITINERARIAS

FRANCESAS.	ESPAÑOLAS.
La légua comun es de 2283 toesas ó.......	0,798473 leguas (1)
La légua de 2500 toesas equivale á.........	0,874367 id.
La posta de dos leguas comunes ó...........	1,596946 id.

(1) *Léguas de 20.000 pies de España.*

MEDIDAS DE SUPERFICIE.

El pie cuadrado equivale á....	1,359144 pies cuadrados.
El estadal cuadrado á	657,826...id. 4,568...estadales cuadrados (1).
El arpent es por lo comun de 100 pértigas ó estadales cuadrados; pero como el estadal varía, tambien varía el arpent.	456,82....estadales cuadrados. 1,142.....aranzadas.
La légua cuadrada de 2500 toesas es de.................	0,7645186.leguas cuadradas.

(1) *Estadales de cuatro varas ó doce pies españoles de lado. En la arquitectura, excavaciones etc. usan de la expresion: pie de toesa cúbica, que significa el sólido que tiene por base el cuadrado de una toesa y por altura un pie. En este mismo sentido se dice: pulgada de toesa cúbica, y línea de toesa cúbica.*

MEDIDAS LINEALES

Toesas.	Brazadas	Pie de Rey.	Pulgadas.	Líneas.	
1	$1\frac{1}{2}$	6	72	864..	.... 6,99494 pies.
	1	5	60	720..	.... 5,829 id.
		1	12	144..	.... 1,165823 id.
			1	12..	.... 1,165823 pulgadas.
				1..	.... 1,165823 líneas,

La ana ú ona (aune) .... **1,422 varas.**

PARA LAS MADERAS.

Ciento de madera de carpintería	Solive.	Pie cùbico.	Pie de Solive.	Pulgada de Solive.	Línea de Solive.		
1	100	300	600	7200	86400	475,356	p. c.
	1	3	6	72	864	4,75356	id.
		1	2	24	288	1,58452	id.
			1	12	144	0,79226	id.
				1	12	0,06602	id.
					1	0,00550	id.

MEDIDAS DE SOLIDEZ.

Pie cúbico.............................. 1,58452 pies cúbicos.
Toesa cúbica............................ 342,2563 pies cúbicos.

MEDIDAS DE ARIDOS

Muid ó tonneau	*Setier.*	*Mine.*	*Minot.*	*Bois-seau.*	*Litron.*	*Pulgada cúbica.*	
1	12	24	48	144	2304	92160...	32,8895 fanegas.
	1	2	4	12	192	7680...	2,7408 id.
		1	2	6	92	3840...	1,3704 id.
			1	3	48	1920...	8,2224 celemines.
				1	16	640...	2,7408 id.
					1	40...	0,6855 cuartillos.
						1...	1,584522 pulg. cùb.

PARA LA AVENA.

Muid ó tonneau	*Setier.*	*Mine.*	*Minot.*	*Bois seau.*	*Pico-tin.*	*Pulgada cúbica.*	
1	2	24	48	288	1152	184320...	65,77896 fanegas.
	1	2	4	24	96	15360...	5,48158 id.
		1	2	12	48	7680...	2,74079 id.
			1	6	24	3840...	1,37039 id.
				1	4	640...	2,74079 celemines.
					1	160...	2,74079 cuartillos.
						1...	1,584522 pulg. cúb.

PARA LOS LIQUIDOS.

Muid.	Feuillete.	Quartaut.	Pie cúbico	Velte ó verge.	Quarte ó pot.	Pinte.	Chopine ó setier.	Poisson.	Roquille.	Pulgada cúbica.		
1	2	4	8	36	144	288	576	2304	9216	13824...	16,9933	cántaros,
	1	2	4	18	72	144	288	1152	4608	6912...	8,4968	id.
		1	2	9	36	72	144	576	2304	3456...	4,2483	id.
			1	4½	18	36	72	288	1152	1728		
				1	4	8	16	64	256	384...	3,776	azumbres.
					1	2	4	16	64	96...	3,776	cuartillos.
						1	2	8	32	48...	1,888	id
							1	4	16	24...	3,776	copas,
								1	4	6...	0,944	id.
									1	1½..	0,236	id.
										1...	1,584522	pulg. cúb.

PARA LA SAL.

Muid.	Setier.	Mine.	Minot.	Boisseau.	Medida de Sal.	Litron.	Pulgada cúbica.	
1	12	24	48	192	1152	3072	122880...	43,85263 fanegas.
	1	2	4	16	96	256	10240...	3,65439 id.
		1	2	8	48	128	5120...	1,82719 id.
			1	4	24	64	2560...	10,96314 celemines.
				1	6	16	640...	2,74079 id.
					1	$2\frac{2}{3}$	$106\frac{2}{3}$..	1,8272 cuartillos.
							40...	0,6852 id.
							1...	1,584522 pulg. cub.

La pinta de aceite equivale á................................ 1,8948 libras.

P E S A S.

Millier.	Quintal.	Libra.	Marco.	Onza.	Grueso ó dragma	Escrùpulo ó dinero.	Grano.	
1	10	1000	2000	16000	128000	384000	9216000..	10,63928 quintal,
	1	100	200	1600	12800	38400	921600..	1.063928 id.
		1	2	16	128	384	9216..	1,063928 libras.
			1	8	64	192	4608..	1,063928 marcos.
				1	8	24	576..	1,063928 onzas.
					1	3	72..	1,063928 ochavos,
						1	24..	1,063928 tomines.
							1..	1,063928 granos.

La libra para la seda es de 15 onzas.......................... { 15,95892 onzas. 0,9974 libras.

P. Ademas de estas medidas ¿no se ha establecido en Francia un sistema general y filosófico arreglado al método decimal, para facilitar las operaciones aritméticas en toda clase de cantidades?

R. En ese sistema se reducen todas las medidas á la unidad de longitud; esta convenia que fuese invariable y se tomase en la naturaleza; por lo cual se eligió un cuadrante del meridiano terrestre, y se tomó la diezmillonésima parte de esta distancia, que es 3 pies ó pulgadas, y 11, 296 líneas francesas ó 3,5889216 pies españoles. A esta distancia se le llamó (*metre*) ó metro de una palabra griega que significa medida, como queriendo decir: medida fundamental ó medida por excelencia. Se llamó despues (*are*) ara á la mitad de superficie, y se convino en representarla por nn cuadrado que tuviese por lado una longitud de 10 metros. Se ha llamado *Stere* á la mitad de solidez, y convinieron en entender por esta palabra el valor de un metro cúbico; es decir, una medida que tubiese un metro de largo, de ancho y de profundo. Para la unidad de medida en las capacidades, se ha elegido *el decímetro cúbico*, es decir, una medida hueca de la figura de un cubo, y que tiene una décima de metro en longitud, ancho y alto; dando á esta medida el nombre de (*litre*) litro. En cuanto á la unidad de moneda que se llama *franco*, su valor es el de una pieza que contiene nueve decimas de plata con una decima de cobre, y su peso es de cinco gramas. La unidad de peso, que llaman *Quilograma*, es la milésima parte del peso de un metro cúbico de agua destilada, considerada en el vacío y en su maximo de densidad segun la temperatura, que está regulada á 4 grados del termómetro centígrado ó de cien grados. — Con los nombres colectivos griegos *deca* (diez), *hecto* (ciento), *quilo* (mil), y *miria* (diez mil), formaron las palabras reunidas á las primitivas para significar unidades, diez veces, cien veces, &c. mayores que las de su raiz; y con las partitivas latinas *deci*, *centi*, *mili*, &c. para significar las que eran diez, ciento, mil, &c. veces menores. — Como la unidad fundamental de toda clase de pesas y medidas es el metro, y este procede de la extension del cuadrante de círculo, pudiera llegar el caso de tener que volver á medir dicho arco: para rectificarla, y ahorrarse la necesidad de una operacion tan dificil y complicada, se ha calculado la relacion que dicha unidad tiene con el péndulo del observatorio de Paris, que hace cien mil oscilaciones por dia, y resulta que este contiene 0,741887 del metro que sirve de tipo primordial. — Entendido esto, he aqui la correspondencia de las nuevas pesas y medidas de Francia con las de España.

MEDIDAS

FRANCESAS.

Cuadrante de Merid.	*Grado terrestre*	*Miriámetro.*	*Quilómetro.*	*Hectómetro.*	*Decámetro.*	*Metro.*
1	100	1000	10000	100000	1000000	10000000
	1	10	100	1000	10000	100000
		1	10	100	1000	10000
			1	10	100	1000
				1	10	100
					1	10
						1

El grado terrestre tiene 17,9446 leguas de 20000
por los franceses; pero este grado es la centésima
de pies españoles que contiene, viene á ser los $\frac{9}{10}$
se ve en la Tabla de Medidas itinerarias.

LINEALES

ESPAÑOLAS.

Decimetro.	Centimetro.		
100000000	1000000000...	35889216	pies.
1000000	10000000...	358892,16	id.
100000	1000000...	35889,216	id.
		1,79446	leguas.
10000	100000...	3588,9216	pies.
1000	10000 ..	358,89216	id.
100	1000...	35,889216	id.
10	100...	3,5889216	id.
1	10...	0,35889216	id.
		4,31	pulgad.
	1...	0,035889216	pies.
		5,17	líneas,

pies españoles, segun la última medicion hecha parte del cuadrante, y por lo mismo la cantidad de los que contiene el grado de Espana, segun

MEDIDAS DE SUPERFICIE.

Miriara.	*Quilara.*	*Hectara.*	*Ara.*	*Deciara.*	*Centiara.*	*Metro cuadrado.*	Estadales cuadrados de á 12 pies.
1	10	100	1000	10000	100000	1000000..	89446,87
	1	10	100	1000	10000	100000..	8944,687
		1	10	100	1000	10000..	894,4687
			1	10	100	1000..	89,44637
				1	10	100..	8,944687
					1	10.	0,894469
						1..	0,089447
							12,88035... pies cuadrados.

La hectara vale { 2,27234 aranzadas de 400 estadales cuadrados.
{ 1,5529 fanegas de 576 estadales cuadrados.

M E D I D A S

de capacidad.						de áridos.		de liquidos.	
Quilolitre	*Hectolitre*	*Decalitre.*	*Litre.*	*Centilitre.*	*Metro cùbico.*				
1	10	100	1000	10000	1...	17,9909	fanegas.	61,9653	cántaras.
	1	10	100	1000	0,1...	1,79909	id.	6,19653	id.
		1	10	100	0,01...	2,15890	celem.	4.957226	azumbr.
			1	10	0,001...	3,454249	ochavos.	1,98289	id.
				1	0,0001...	1,3815	id.	0.0198289	id.
					0,00001...	0,13815	id.	46,226565	pies cùb.
					1...	1,712095	var. cùb.		

La litra de aceite tiene . . . . 1,98971 libras.

Para la leña . . . . *Stere* igual al cubo del metro.

PE

Baro.	Decibaro.	Miriagrama	Quilograma.	Hectograma.	Decagrama.	Grama.	Decigrama.
1	10	100	1000	10000	100000	1000000	10000000
	1	10	100	1000	10000	100000	1000000
		1	10	100	1000	10000	100000
			1	10	100	1000	10000
				1	10	100	1000
					1	10	100
						1	10
							1

SAS.

Centigrama.	*Milagrama.*	*Metro cúbico de gua pura.*	
100000000	1000000000	1...21,734736	qq
10000000	100000000	0,1...2,1734739	li.
1000000	10000000	0,01...21,734736	li.
100000	1000000	0,001...2,1734736	id.
10000	100000	0,0001...3,4775578	onz.
1000	10000	0,00001...200,307333	gr
100	1000	0,000001...20,0307333i	d.
10	100	0,0000001...2,00307333i	d.
1	10	0,00000001...0,200307333	id.
	1	0,000000001...0,0200307333	id.

Tambien se suelen presentar estas tablas en la forma que vamos á poner aqui la anterior, que es del modo siguiente :--

Baro (diez decibaros)	21,734736	quintales.
Decibaro (diez miriagramas)	2,1734736	idem.
Miriagrama (diez quilogramas)	21,734736	libras.
Quilograma (diez hectogramas)	2,1734736	idem.
Hectograma (diez decagramas)	3,4775578	onzas.
Decagrama (diez gramas)	200,307333	granos.
Grama (diez decigramas)	20,0307333	idem.
Decigrama (diez centigramas)	2,00307333	idem.
Centigrama (diez miligramas)	0,200307333	idem.
Miligramas (0,000000001 del peso del metro cúbico de agua pura)	0,0200307333	idem.

LECCION XXVI.

De la correspondencia de pesas, medidas y monedas inglesas, con las españolas.

P. ¿Cual es la correspondencia que tienen las pesas, medidas y monedas de Inglaterra con las de España?

R. La que se expresa en el orden siguiente:

MEDIDAS INGLESAS DE LONGITUD.

El pie ingles (foot) equivale á 1,0938951 pies españoles.

La yarda ó vara equivale á 3 pies ingleses.

La ana para los tejidos ordinarios (the English ell) equivale á 1,3674 varas españolas. La ana para los lienzos superfinos (*the Flemish ell*) equivale á 0,82042 de la vara española.

La milla equivale á 0,28885 de la legua española.

El estadal (pole) equivale á 18,0488 pies españoles, ó lo que es lo mismo, á 1,504 estadales españoles.

MEDIDA AGRARIAS.

El (rood) equivale á 4 estadales ingleses cuadrados, y de consiguiente á 90,48 estadales cuadrados españoles.

La pipa ó bota de vino contiene 126 gallons, y se divide en hogsheads.

El *gallon* de aceite equivale á 7,53289 libras españolas.

El *bushel* para los granos equivale á 7,7052 celemines, y se divide en 4 pecks.

La cuartera (*quarter*) contiene 8 *bushels*, y de consiguiente equivale á 5,1368 fanegas.

PESAS.

La libra llamada de *troy* tiene 12 onzas, y la de *avoirdupois* 16 onzas; pero las onzas de la primera son mayores que las de la segunda. La primera equivale á 0,81111, y la segunda á 0,98556 de la libra española. La libra *avoirdupois* es para las mercancías, y la de *troy* es para los metales preciosos y joyas.

El quintal (hundred) tiene 112 libras inglesas, y equivale á 110,3824 libras españolas.

MONEDAS EFECTIVAS.

		Rs. vn.	Mrs.
DE ORO	La guinea (guinea) tiene 21 chelines, y vale	103..	10,152
	La libra esterlina (sterling pound) tiene 20 chelines, y vale	98..	12,9
DE PLATA	La corona (crown) es de 5 chelines, y vale	22..	15,893
	El chelin (shilling) corresponde á	4..	16,776
DE COBRE	El penique (*penny* y *pence* en plural)		12,731
	El farthing		3,182

Tambien hay dobles libras esterlinas, que se llaman dobles soberanos, y valen cuarenta chelines: hay media corona, que vale dos chelines y medio: hay medio chelin, que vale seis peniques; y por último, hay medio penique, que vale dos fartings.

INDICE.

ADVERTENCIA.

Los objetos de que tratarán los cuadernos ofrecidos á la Juventud española en los diversos anuncios públicos, y que saldrán indistintamente, son:

Agricultura.
Agrimensura.
Algebra.
——Aplicada á la Geometria y precedida de las Secciones Cónicas.
Anatomía.
Antiguedades Judáicas.
————Griegas.
————*Romanas*,
Aritmética.
Arquitectura.
Astronomía.
Biografía Antigua.
Biografía Moderna.
——— Española.
Botánica.
Calculos Diferencial é Integral:
Conocimientos genera-

les y órden de ellos; ó idea rápida de todas las Ciencias, Artes y Oficios.
Cronología.
Economía Política.
Filosofía.
Física.
Geografia Universal.
________ de España.
________ Antigua y Sagrada.
Geometría Elemental.
Gramática Castellana.
________ Latina.
________ de otros idiomas.
Heráldica.
Historia de España.
________ Antigua.
________ de Grecia.
________ Romana.
________ Bajo imperio.
________ Moderna hasta nuestros dias.
Industria Rural y Económica.
Lógica.
Mecánica.
Medicina.
Mineralógia.
Mitologia.
Moral.
Música.
Navegacion.
Obligaciones de los Padres.
Pintura al oleo y de perspectiva.
Poesía.
Química
Religion.
Retórica y Poética.
Tráfico y Comercio.
Trigonometría.
Uso de los Globos.
Zoología.
Otras Ciencias y Artes

Los títulos que llevan esta misma letra, indican que las lecciones de aquella materia, se han publicado ya.

Los que faltan saldrán á luz por el mismo órden, y con la misma estension y gusto que el presente cuaderno.

El número en blanco de la portada, servirá para colocar el que le corresponda por el órden de conocimientos, publicada que sea toda la coleccion.

Como no perdonaremos gasto para que la impresion sea lucida, advertimos que sobrecargaremos el corto valor que exijan las láminas, que sea necesario unir á los cuadernos