



ANALYSIS GEOMETRICA
AVCTORE
D. ANTONIO MEROPE
DE JOVINI
DD. JOSEPHO BONET
CAMPODARNE
DICTATA

**ANALYSIS
GEOMETRICA**

SIVE

**NOVA, ET VERA ME-
THODVS RESOLVENDI**

TAM

PROBLEMATATA GEOMETRICA,

QVAM

ARITHMETICAS QVÆSTIONES.

PARS PRIMA DE PLANIS.

A V T H O R E

D. ANTONIO HVGONE

DE OMERIQUE,

SANLVCARENSE.

A D

ILLVSTREM DOMINUM

D. IOSEPHVM

BONET CAMPODARVE.

GADIBVS typis Christophori de Requena,
anno Domini 1698.

CVM PRIVILEGIO.



Om 2
1698



Salvati

ANALYSIS

GEOMETRICA

SIVE

NOVA, ET VERA ME-

THODUS RESOLVENDI

TAM

PROBLEMATICA GEOMETRICA

QVAE

ARITHMETICAS QUESTIONES

PARS PRIMA DE PLANIS.

AUTHOR

D. ANTONIO HUGONE

DE OMERIOVE

SALVETARRESE

AD

ILLVSTREM DOMINUM

D. JOSEPHVM

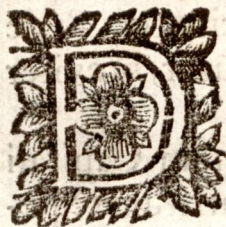
BONET CAMPODARVE

CADIBVS suis Christophoro Rechner

anno Domini 1698.

CVM PRIVILEGIO

ILLVSTRI DOMINO
D. JOSEPHO BONET
CAMPODARVE.



Vplici iure , Amplissime Vir,
Analyſis mea Te Patronum
quærit , à ſua enim officioſa
gratitudine impulſa , & à ſtu-
dioſa nobilitate tua correpta
ad Te confugit. Nondum em-
bryon titillabat in mente, & iam favores Do-
minationis tuæ prælibabat, concitabatur fætus
& partus tandem in lucem editur , vt ſi quid
emolumenti Orbis Mathematicus exinde hau-
riat, liberalitati tuæ potius , quam ſtudio meo
debitum fateatur. Iure ergo hac devincta obli-
gatione, quod beneficium recipit, obſequium
reddit. Nil minus , quam Solia , & Murices
omni tempore Matheſi fuere patrocinium;
non vt tam alta protectione ab invidia mu-
niatur, cum ſibi præcipuum vendicet aſſertas
veritates ratione potius , quam authoritate,
propugnare; ſed vt in centro quieſcat, & pro-
pria explendeſcat ſede, cum nihil magis Prin-
cipibus, & Magnatibus hoc ſtudij genere ana-
logicum videatur. Iure igitur hoc attrac-
ta magnete ſub auſpicijs tuis Analyſis mea , &

quiescere, & explendescere intendit. Tu enim antonomasticè *El Contador* vocaris, &, quos natura fortitus es, splendoribus fulges. Quid de Te, quid de tuis Maioribus dicam? Modestiae tuae institutis arceor, observantiae meae stimulis vrgeor; sed dum vtrisque cogor, me cunctis satisfecisse arbitror, si ea dumtaxat, quae de Te omnibus satis nota suspiciuntur, & de Tuis apud alios fusè scripta leguntur, breviter exposuero.

Ex Cæsar-Augusta Aragonum Capitali Cæsarea Ciuitate, quæ natus, Matritum te penè pubentem contulisti, vt ardentem spiritum in Regali seruitio, quæstoris munere, si posses, exerceres; siquidem inter cæteras humanas litteras, quibus operam navasti, Mathematicus genius in Arithmetica Te ita practicè detinuit, vt nova compendia circa minutias, prius quam duodecimum annum ageres in publicam vtilitatem ederes; ea tamen, quæ ad rationum libros ducendos pertinebant, tibi metipsi seruens, quod quibusdam, qui Regia conventionem, & authoritate Galeonum Classes instruendas susceperant, ansam tribuit, vt tanti momèti negotium dexteritati tuæ commendarent, Te, licet invitum, Gades attrahendi, vbi magis in hac directione mirandum, quam Exteris, quorum ex omnibus nationibus plurimi extant, imitandum præstasti. Non tibi propriae negotiationes ex voto successerunt,

runt, quod rursus occasio fuit, vt Te, & quæ-
torem hæc Regalis Vectigalium arx, & Ciuem
hoc Illustrissimum totius Orbis Emporium
obtinerent. Nec meritis tuis debiti defuerunt
honores. Indiarum Comercij Regio titulo
Quæstor condecoraris, & cæterarum expedi-
tionum primus tot solus amplecteris, quot
pluribus indigebant Quæstoribus. Nil fit quin
directione tua dispositum, & integritati tuæ
commissum in Regalis Ærarij cedat incremē-
tum, & in mirabilis dexteritatis tuæ laudem,
& æstimationem resultet: Quid ad vtrumque
non contribuisti laboris? Ad negotiorum
exitus novas subministraſti formulas, & ad
calculi facilitatem novas inuenisti praxes,
ita vt instantaneæ operationes in quantitati-
bus magnis, eis, quas logarithmi exhi-
bent, longè præstantiores videantur. No-
vi tamen tabularum canonis clauem tibi re-
ſervas, donec publicam facias, quod, ni as-
ſiduæ occupationes præpedirent, iam eſſes
executus. Quid mirum, ſi Te Natura habi-
lem, & paternæ habilitatis hæredem fecerit.
Sumptuoſiſſimi pro Antiqua, Auguſta, & Re-
gia fundatione, atque celeberrimi pro pio,
provido, & prudenti ſtudio Illuſtriſſimorum
Senatorum, Xenodochij, quod Cæſar-Auguſ-
tæ decus, & toti orbi miraculum eſt, Ratio-
nalis fuit D. Orontius Bonet Dom. Tuæ dig-
niſſimus Parens, ita præ cæteris in hac facul-
tate

tate expeditus, vt si aliquid arduum occurreret computandum, quod ad Magistratum spectaret, statum illi commissum esset, in quibus insignem peritiam suam, quemadmodum in cæteris in ipso Consistorio eximij consilij sui sententiam vltro contribuebat.

Non tui Gadibus degentis oblita est Aragonia, Te potius litteris sub Regis nomine citatorijs ad generalia Regni Comitia, pro ipsius coronatione celebranda, & iterum, iterumque ad ea deinceps celebrata, convocavit, vt in *Infantium stamento* ipse interesses, quemadmodum Pater tuus in munera in gubernatione Civitatis, & Regni Quiritibus solis obtinenda, conscriptus astiterat.

Hæc quidem in testimonium nobilitatis tuæ dicta sufficerent; non tamē ideo gloriosa cognomina tua silentio relinquam. Floret in Urbe Jacca primorum Regum sede antiquissima Domus Bonet, quæ in duas divisa Dominos agnoscit, vnus D. Antonium Bernardum Bonet, & alterius D. Petrum Paulum Bonet, quorum hic nepos, ille consobrinus est Dom. Tuæ. Coronatur clarissimo sanguine de La-Sala, & Abarca nodo ita stricto, vt vtraque familia La-Sala, & Bonet Capellæ S. Michaelis in Cathedrali Ecclesia sitæ, atque à Joanne de La-Sala, & Joanna Bonet consortibus fundatæ, vsu, dominio, & Patronatu æquè fungantur, quemadmodum Capellæ in foro vulgo de

el Campo erectæ ad ostensionem, quæ quotan-
nis fit corporis S. Orosiæ Pyreneorum mon-
tium Patronæ, dominio fruuntur, & concur-
rentiâ cum Capitulo Ecclesiastico, & Sæculari
Senatu eo die, qui in perpetuam memoriam
Sacri Corporis traditionis, anno 759, Iudice
Ciuitatis Martino de La-Sala factæ, festus ce-
lebratur.

Arduum equidem foret, nec hæc epistola
capere posset, si clarissimas stirpes La-Sala, &
Abarca, quibus præter alias, tua splendet illa-
queata, seorsim describendas susceperem. De
stricta tamen vnione ambarum aliquid saltem
referam. Dominus Domus Abarca, Arcis Olim
in qua ipsius progenitor D. Sancius Abarca,
huius nominis primus, coronatus fuit Rex, Pa-
latij hodie Comitis de La-Rosa, trium quas
habebat filiarum vnâ Duci Gandiæ, alte-
ram Duci Villæ formosæ, & tertiam Domi-
no Domus La-Sala vxores tradidit. Consan-
guinitatem alia connectarunt connubia D.
Franciscus de La-Sala vxorem duxit D. Fran-
cisam Abarca, cui parentes fuere D. Phi-
lipus Abarca Dominus eiusdem Domus, &
D. Francisca Iniguez æquè Regio sanguine
D. Garcie Iniguez secundi Regis Suprarbis,
primi Garci-Ximenez, & Reginæ D. Inigæ
primogeniti, procreata. D. Iosephus de La-
Sala Dominus Samanès in Domo Abarca cum
filia Domini Gauini matrimonium contraxit.
D. Pe-

D. Petrus de La-Sala, & Abarca Domui Xime-
nez pariter à Regibus descendenti nuper So-
rorem dedit in matrimonium cum filio eiuf-
dem Domus, cui mater erat D. Hyeronima
Bonet, consobrina tua, & D. Michaelis Hye-
ronimi Bonet in Cathedrali Jaccensi Ecclesia
Canonici, Viri ingenio, prudentia, & littera-
tura celeberrimi dignissima Soror. Nec ulte-
rius pergam quin prius prædicti D. Petri, quem
hospitem tibi carissimum cognovi, mortem
tecum condoleam. Quid non expectandum
erat à nobili Iuvene, qui Regis servitio dedi-
tus, dux iam factus, & Septam profectus ita
accensum spiritum contra Mauros exercuit,
vt magis quam hostibus proprio ardori succu-
buerit: sistam tamen cùm tibi D. Josephus An-
tonius Torrejon La-Sala, & Abarca conso-
brinus tuus tibi solamini fuerit, qui morte D.
Petri successor Domus, & spiritus hæres ip-
sius memoriam suscitare, & Maiorum suorum
vestigia insequi aggreditur, cui si arma pla-
cent, ipsius Pater D. Josephus Torrejon La-
Sala, & Abarca, qui pro servitijs, & Regi, &
Patriæ factis Castelli Speluncæ Castellanus ef-
fici tandem meruit, exemplar præclarum est.
Si vero litteris incumbere lubeat, quid non
imitandum præstat Doctissimus avunculus
eius D. D. Blasius Torrejon La-Sala & Abar-
ca, in Cathedrali Jaccensi Ecclesia Archidia-
conus Gorgæ, Olim Ecclesiæ, Iudex, & Vica-
rius

rius Generalis Archiepiscopatus Hispalensis, nunc tandem in S. Tribunali Aragoniæ Apostolicus Inquisitor, qui ita eruditus, & prudens eminet, vt omnes, qui eum noverint, tam voce, quam scriptis suauiter in stuporem rapiat. Non solum Jaccæ Domus Bonet florescit, huius enim cognominis viris illustribus ditatæ plures extant in Orbe, quarum illa origo. Itæ earum, quæ per totam Aragoniam dispersæ, nobilissimæ suspiciuntur, tua illi propinquissima fatetur; licet non desit alia quæ sibi principium omnium adiudicet. Sed quamvis propter immemorabilem antiquitatem anceps sit origo, stat pro te monumentum, Vulgo *Salva de Infançonía*, quod in Barcinonensi archiuo custoditur, vnde constat Regem Alphonsum in Commitijs Oppido Alagon, anno 1289 celebratis, Joannem Bonet civem Oppidi Alfarin claro sanguine huius cognominis procreatum, & Oppido Grañen oriundum declarasse, ex quo ædes extant in oppidis ipsis, necnon Sallen, & La-Fresneda.

Ex prædicto Oppido Alagon Matritum profectus illustris Vir D. Ioannes Paulus Bonet Monasterij Clarissarum Virginum Patronus, Ordinis S. Jacobi Eques, Regis Philippi IV. Dapifer, atque in Sacro, & Supremo Aragoniæ Consilio suæ Maiestatis à secretis, ingeniosissimum librum mutos loqui docentem in lucem edidit, atque mirabiles dotes, quibus

præditus erat, ad Galliam, Italiam, & Mauritaniam Legatus ostendit.

In Valentia D. Jacobus Pallàs Regio sanguine cretus de Domo Pallàs in Cattalonia sita, Comitum de Sinarcas progenitor, D. Elisabetham Bonet vxorem duxit, & tanti Viri virtute, & splendore non parum condecoraris.

Nec deest qui ex hoc Principatu Cattaloniæ Bonetes originarios faciat, asserens exinde se in Aragoniam contulisse, quando sub victoriosi Regis D. Jacobi vulgo *el Conquistador* vexillis hi fortissimi viri contra Mauros beligerantes ita virtute, & strenuitate præclaruerunt, vt recuperatà Valentia, & subiugatis Balearibus tantum in Maiorica territorij Nicolaus Bonet nactus fuerit, quantum Oppidum Santani mandato Regis D. Jacobi II. anno 1300 fundatum, & alia plura occupare videntur.

Nec tantæ gloriæ exors remansit Nauarra: Extat enim exinde Castellum, cui insignia sunt argentea Aquila expansis alis, quæ ingenij, & audaciæ symbolum heroicum cognomen Bonet posteritati commemorat.

Nec Gallia hac gloria caruit, absque alia enim origine, quin immemoriali huius clarissimi cognominis possessione, Viris omni tempore illustribus vigentia, in oppidis Poyton, & Nivernois palatia eminent.

Italia tandem quot, quantosque Viros literis,

teris, & armis, immo, & sanctitate celleberrimos, hoc nobilissimo cognomine insignitos, fortita fuerit, quis recensebit? Pro me loquatur Joannes Petrus Crecensis, qui dum Amphiteatrum Romanum scriberet, iam à 1200 retro annis Bonetes floruisse asserit, eorumque gloriæ angustos totius Orbis terminos existimat. Inter plurimos, quorum gesta refert, magnum illum Senatorem Bonete, quo Mediolanum conscripto Patre honorabatur, commemorat, & Cremonam, quia tanti Viri patria, inter alia, felicè reputat. Venerabilem Cominum Bonet, inter alios martyres æquites S. Afræ Brixie annumeratum, comminiscitur, qui pro defensione S. Romanæ Ecclesiæ, dum ipsa contra Henricum Germanorum Regem, ob schisma, quod in Italia proteruus suscitaverat, bella gerebat, sanguinem effudit. Eusebium Bonete fortissimum Christi militem in eodem bello calamo, & ense dimicantem describit. Sanctum tandem Eusebium (ne omnes repetam) quem sanguine, & virtutibus ipsius Magister S. Hieronymus nobilissimum extollit, nec ipsius æmulus Rufinus perficiari audet, immo S. Ecclesia in eiusdem lectionibus approbat, hac illustrissima stirpe procreatum affirmat.

Præter Castellum, pileum, sive Virretum (quod Itali Bonete proferunt, nos vero si more Jaccensi utimur, aut Cattalonico dicimus Bonet) ratione huius Inclyti cognominis, ut
pote

potest fortitudinis, & ingenij expressio propria,
nobilitatis tuæ iure insignia conservas. Sunt
qui litteris principium tribuunt, alij vero, qui
potius quam Minervæ, Martis hæredes esse
gloriantur, pileum Regis, quadam traditione;
fuisse asserunt, quem perditum expugnato
Castello, è hostium manibus extorsit Vir ille
illustris, & fortis, qui propterea Castello, &
pileo insignitus, & Bonet cognominatus stirps
creditur omnium. Litteris nigrum Virretum
favet in aliquibus Scutis depictum; in alijs ve-
ro purpureus pileus arma resonat, vtrumque
profecto eis, qui tot sæculis, litteris, & armis
pares fulserunt convenire videtur.

Quod autem ad aliud attinet cognomen
Campodarve brevius me expediam, sed non
minora dicam. Illi fortissimi Viri, qui Æterni
Regis Vexillum, dum Mauros tanto tempore
Hispanas Prouincias infestantes in Campis Ja-
cetanis profligabant, super arbore aspicere
meruerunt, Inclyti sunt progenitores tui. Quod
quidem miraculum campum, qui palestra,
montem, qui testis, Regem, qui dux tantæ
victoriæ fuerant, hoc glorioso cognomine ho-
noravit. Rex enim Suprarbis dictus fuit, pri-
mus scilicet Aragoniæ, Progenitor vero tuus
Campodarbe, sive Campodarve cognomina-
tus, an quia in ipso prælio strenuus miles præ
cæteris excelluerit, vti & ipse Campus ety-
mon sumpserit, an vero ab ipso Regio sangui-
ne

ne originem traxerit, apud Cronologicos non invenitur. Hoc quidem postremum Robur & Crux, quæ in miraculi testimonium primi Regis insignia sunt, & Scutum venustant tuum suadere videntur. Verum quomodocumque sit antiquissimam huius cognominis nobilitatem Castella, quorum alterum in Oppido Campodarve in prædicto Campo, eodem nomine fundato, alterum in Oppido Boltaña, æquè testantur. Istius Dominus, Præsentis avus, sororem habuit D. Catharinam Campodarve, quam paternam aviam obtinere, & tam præclari sanguinis particeps fieri meruisti.

Te igitur beneficum, Mathematicum, & generosum Analysis mea Mæcenatem iure merito exquisivit. Officia gratitudinis meæ benignus accipe, & amicitiam erga me iam pridem habitam prosequitor, atque in publicum emolumentum sub diuina protectione scælix vive, diu vive.

Dominationis Tuæ

Obsequentissimus Servitor

D. Antonius Hugo de Omerique.

R. A. P. JACOBI KRESA,
Societatis Jesu in Collegio Imperiali Matri-
tensi Mathematicum Professoris Regij

C E N S U R A.

POTENTISSIME DOMINE.

EX mandato Celsitud. V. legi librum, cui titu-
lus: *Analysis Geometrica, Auctore D. An-
tonio Hugone de Omerique cive Gaditano*, quem
in lucem publicam edere desiderat. Perlegi opus
insigne, nec mole mirandum, nec questionibus, quas
pertractat peregrinum, sed novitate, ac facilita-
te methodi rarum, & universalitate resolvendi
problemata singulare, quæ enim ab alijs per varios
gyros, & labyrinthos deprehensa tandem fuere,
vno eodemque tramite percurrit, & invenit, &
multa solo proponendi modo Resoluta iam osten-
dit, & demonstrat; O Edipum dicerem in multis, qui
Problema vno versu, non in medium, sed in uni-
versum orbem currere compellat. Multi Analysim
speciosam tentarunt, & insignia monumenta Rei-
publicæ literariæ reliquerunt, multi resolutionem
Geometricam tractarunt, & egregiam Mathema-
tis operam in eo locarunt, sed hæc *Analysis Geome-
trica utrumque amplexa* felicior sortem nacta
mihi videtur in fertili solo Bæticæ, & celeberrimo
portu Gaditano, ut eius Resolutiones vel poma
Hesperidum aurea, vel lectas Americæ opes non

in-

injuriã dicere possem, si conferantur cum Authoribus, quos ad marginem citat dum eadem Problemata proponit. Selegit rara Quæsitæ Antecessorum, & quos felices reperit quia tempore præcesserunt in proponendo, felicius antecedit in resolvendo, aperto latissimo philomathis campo percurrendi cætera, quæ Antiquis vel invia, vel prærupta fuerunt. Quare typis dignissimum opus censeo, futurum gratissimum omnibus, & Reipublicæ literariæ perutile. Sic censeo, salvo, &c. In Collegio Imperiali Matritensi Societatis JESV. 13. Decembris 1697.

A X A T
Jacobus Kresa.

SVMMA PRIVILEGIJ.

CArolus II. Dei Gratia Hispaniarum Rex, &c. Diplomate suo sanxit, ne quis librum cui titulus est: *Analysis Geometrica*, Authore D. Anton. Hugone de Omerique citra ipsius authoris voluntatem proximis decem annis imprimat, aut alibi terrarum impressum in Castellæ Regni ditiones importet, venalemque habeat: qui secus faxit confiscatione librorum, & aliâ gravi pœna multabitur. Vti latius patet in eodem diplomate dato Matriti 21. Decembris 1697. à D. Francisco Daza Regio Secretario referendato, & apud D. Raphaelem Saenz de Maza registrato.

R.A.P. JOSEPHI DE CAÑAS

Societatis Iesu in Collegio Gadicensi Olim
Matheseos Professoris Regij, de Analyfi Geo-
metrica D. Antonij Hugonis de Ome-
rique

I V D I C I V M.

Qui primus ferri ex affrictu Herculei lapidis
verticitatem, atque immobilem in utrum-
que polum conversionem sagaci observatione no-
tavit, is profecto ingentium utilitatum, & emolu-
mentorum segete humanum ditavit genus, & sibi
tam præclari inuenti gloria nomen immortale
quæsiuit. Nota erat satis superque veteribus illis
philosophis huius lapidis raptrix ferri vis: tamen
maximam illam, & nobilissimam virtutem, quæ
scilicet ferro illitus, & affrictus illud Boream ver-
sus assiduò spectare faciat eorum observationes
nè verbo quidem attigere. Hinc totam veterum
nauigandi Oceanum solertiam in notitia stella-
rum Promonteriorum, terrarum, littorumque di-
uersitate positam; qui si in alto mari ubi præter
cælum, & vndam nihil pateret, tempestatis sæui-
tia depulsi deprehenderentur, nauiis dirigendæ dis-
ciplinam nullam tenuerunt aliam, quam quæ As-
trorum, Solis, & Lunæ situ, motuque demonstra-
batur; si tamen casu non infrequenti cælum nubi-
lum, aut obscurum Astrorum inspectione prohibe-
ret, tum imaginaria quadam locorum, ad quæ
tendebant, conceptione, aut visis fortè marinis

avibus, aut demum ventorum impetu, & aquarum cursu, pro itineris duce uti cogeabantur. Quo factum est ut immensa telluris spatia nostra ætate detecta, & toto interjecto oceano diuulsa nisi tam diuini inventi beneficio, ut antiquis ignorata ita nobis perpetua oblivione sepulta mansissent. Haud absimile quidem Euclidianis elementis accidisse neminem mihi insicari existimem, qui Hugonianam istam Analysim sedula meditatione perpenderit. Enim vero Geometricam Analysim hucusque in cassum plurimi è nobilissimis huius ætatis ingenijs (ut veteres omittam) tentavere, in quibus palmam sibi præripere ausi sunt Vieta, Descartes, Schooten symbolis quibusdam adjuti latentis quantitatis, & obvoluta speciem, & imaginem subobscurè representantibus. His tamen sæpe longis itineribus portum tenuere, sæpius viæ difficultate, quasi vi tempestatis depulsi, retro acti sunt; numquam tamen Geometrica demonstratione (licet de ijs concinnandis eruditum ediderit tractatû Schooten) viam, quam monstrarunt utcunque sternere potuere. Inerat ea vis Euclidianis elementis: abdita tamen, & incomperta, ut in magnete verticitas, quam non casu aliquo, uti de magnete perhibetur, sed acri & pænè diuino ingenio, nec minus indefesso studio primitus detectam novo isto conmatu à lucidissimo, & eximio Viro D. Antonio Hugone de Omerique serio pronunciare non abnuam. Cur hæc asseram? In promptu est Analysis ipsa, dum seuera, sed attenta meditatione percur-

ratur: maiora præstat quàm spondet. Hucusque sit-
tora, & promontoria in Geometrica navigatione le-
gebantur: nunc Oceanum totius Geometriæ, quan-
tus quantus est, certis itineribus adiri posse pronū-
cio: atque adeo tantam huic facultati nostra ætate,
& vno opere isto accessionem factam, quantam re-
tro actis quindecim sæculis suis in eruditis elemen-
torū commentationibus Arabes, Græci, Latinique
non fecere quidem, sed facturos se receperunt. Si
quis etiam nunc ingenio suo confusus inquisitionem
de integro suscipere affectet, mihi assensurum non
despero, nisi eo præiudicio agatur, quo maxima
pars hominum præsentibus non æqua in antiquita-
tem propendet, & credit nos antiquorum pensa, &
inventa longo intervallo æquare non posse; & si
nova alicuius scientiæ accessio tentetur, hunc hu-
iusce rei euentum fore, ut aut in ipsa incidat, quæ
ab antiquitate libata sunt, aut sanè in alia, quæ
ab antiquitate iam pridem indicata, & reiecta in
oblivionem iam merito cessere; aut sprete gente, &
facultate humana utriusque temporis, sive anti-
qui, sive novi, auctiore scientiarum statu plane
desperato, quæ obstetricante suo, aut suorum la-
bore non parturiunt, sensuum fallacias, & iudicii
infirmitatem reputare non dubitant. At ea est hu-
ius scientiæ maiestas, quæ sibi suis calculis autho-
rumentum conciliet; & ea est huius novi operis so-
lidarum demonstrationum constantia, & acolou-
thia, ut quemlibet quantumvis reuulentem, vel
nuda tantum elementorum notitia imbutum faci-

*li negotio in sentētiam trahat. Quo maximæ auctori amicissimo gratiæ habendæ sunt, qui Rempubli-
cam litterariam ætate, & seculo adeo eruditis
tali honorario auxit, quò nullus profecto aut ex-
cogitare solertius, aut capessere fortius, aut exe-
qui subtilius, aut perficere fœlicius potuisset. Et
à quo, vt à maximo huius ætatis ingenio, mihi lon-
ga consuetudine noto, maiora sperare auguror:
faxit Deus, illi vita supersit: altiore si superest,
statum Geometria, quam hucusque obtinuit, è
Bætica nostra Hispania nanciscetur. Sic opto, &
D. O. M. præcor. In Domo Professæ Hispalensi So-
ciet. Iesu Kalend. Februar. A. M. DC. XCVIII.*

Josephus de Cañas.

R. A. P. CAROLI POVVEL

Societatis Iesu in Collegio Gadicensi Mathe-
seos Professoris Regij in Analyti Geometrica
D. Antonij Hugonis de Omerique

I V D I C I V M.

Nobile, vt creditur, foret metallum argentum
vium, vulgo mercurius, si sua non sibi ob-
esset subtilitas, nam pondere auro, colore argento
affinis, principiumque agnoscitur universale om-
nium, sed potius his omnibus renunciat, leuesque
evanescit in auras, quam medijs quibuscumque
ad soliditatis finem perducatur. Non hoc unicè de

*inconsistenti hoc terræ dono profero; habet Mathematica, quæ cæteroqui solidas confert scientias, etiã suum mercurium, Analiticam inquam statica virtute æquilibrantem potentias, Arithmetica specie pollentem, principiumque universalis Matheseos; sed usque nunc soliditatis geometricæ impatientem. Cum esset in statu pure numeroso, qualem eam nouerat Diophantus, usque adeo informis erat, ut confusis quantitatibus primitivis, nil nisi rem discretam, hancque in particulari tantũ, cuderet, donec Franciscus Vieta prædictas quantitates contra violentiam concussionum ita symbolis involuit ut etiam rem continuam, & in univ-
ersali proderet. Verum quæ symbolis inclusi, tam valide imaginationi præclusit, ut summo Francisci à Schooten nixu, vix aliqua improbe, nedum in concinnè inde excludi potuerint. Nunc tandem Eximius Vir D. Antonius Hugo de Omerique, Analysim olim à Platone ideatam, ad Geometricam consistentiam, quod vnice desiderabatur, perduxit, categoriamque nobilium scientiarum hoc mercurio in pretiosum metallum consolidato auxit. Rem vere magnam! Non tamen, ut in magnis fieri solet, auget propterea apparatus, mediae quibus tantum finem assequitur, quin potius missas facit Vietae species ut expeditius, materiam sub proprijs coloribus contemplatur ut clarius, rerum propensionibus attendit, ut connaturalius, incognita æque omnia in communi eorum causa insequitur ut compendiosius, in simplicioribus quantita-*

tibus versatur, ut facilius, prospicit gressus faciē-
dos, ut securius, scopum expandit ut certius, Geo-
metricè licet argumentādo Arithmetica complec-
titur ut universalius, verbis cooperatur ut effica-
cius, ritè concinnata adhibet elementa ut elegan-
tius, differentes aperit vias ut iucundius, & ex
certa scientia præligit commodiores ut utilius
problema simul solvat, construat, & demonstrat.
Elementa inquam ritè concinnata adhibet, nam
quæ sexcenti alij Interpretes commentati sunt,
ideo formidine cuiusque legentis animum inquie-
tarunt, quod laborarent ignorantia huiusce finis,
sive, ut ita dicam, obiecti attributionis unice do-
centis quæ & qualia esse debeant elementa ad se
conducentia; unde asserere audeam plus emolu-
menti ex huius analyseos introductione in elemen-
ta redundare, quam ex sexcentorum hucusque
Interpretum lucubrationibus. Hanc nudam po-
tius descriptionem, quam exquisitam laudem ex-
pediuit complacentia mea quadriennis, quam in
dies augere non desinit, iugis huius analyseos exer-
citatio, Deo de re tam utili dentur gratiæ, Au-
thori congratulatio, mihi detentionis in limine ve-
nia. In Collegio Gadicensi Societatis Jesu 20 Ja-
nuarij 1698.

Carolus Povvel.

LECTORI

E Arum, quas inter vitæ varietates digerere potui, has lucubrationes Geometricas tibi Lector amice sincero impertior animo. Vnum rogo, propositiones, tam quas cum Authoribus in margine citatis conferre poteris, quam reliquas à me excogitatas, ante omnia discutere velis, methodumque si habueris pottiorem, Orbi Mathematico, qui tot sæculis anxius eam inquisivit, decludere digneris, primus ero, qui tibi grates referam; sin vero veram viam analyticam in hac prima parte aperuisse videar, gratus incede, benignus corrige, foelix promove, & reliqua, quæ supersunt, expecta. Vale.

ERRORES CORRIGENDI

Pag.	Lin.	Error.	Corrige.				
3.	1.	concessit	concessi	24.	mutu	mutua	
6.	17.	media	mediam	25.	productioni	productione	
7.	8.	quorum	quarum.	57.	25.	E	Et
20.	20.	vel	&	60.	2.	subtractionem	subtractione
33.	1 & 13	dimiando	dimidiando			ratione	rationum
38.	7.	4.	3.	63.	30.	Joannis	Joannes
45.	6.	fit	fi	68.	14.	argumentatur	argumentatur
	15.	permant	perm.ant.	69.	4.	idem	idem
	16.	vt.c.b.b.&	vt.c.b. &	70.	6.	4bxa	4bax
49.	2.	Societati	Societatis	71.	15.	concludetem	concluderem
50.	23.	multiplicator	multiplicationem, vel	77.	14.	eadem	eamdem
		vel divisor factus	divisionem factam	84.	9.	cadet	cadat
51.	15.	subtractio	subtrahendo		18.	fb	fc
	33.	deprehentur	deprehendatur	88.	6.	fit	fi
					11.	c	&
53.	36.	imprimam	impropriam		13.	rec	rectas
55.	23.	extremas	extremos	89.	4.	omnibus	cum omnibus

	7.	altitudinem	altitudinum	281.	15.	æquales	æqualia
91.	14.	sufficere	sufficeret	293.	11.	bax	abx
	21.	vnam	vna	303.	20	itaque rectangulum gyt qua-	
96.	7.	linea	lineæ			drato m erit æquale. Dele	
	19.	animadver-	animaduer-			totum.	
		tisse	tisset	305.	16.	vsurpandæ	vsurpandæ
108.	in fig.	a.b.x.a.g.	a.b.x.c.g.	318.	11 & 13.	7 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{1}{2}$
113.	14.	bg	kg	323.	5	bcad bx	bdad bx, & divid.
	16.	bkad bg	vt bkad kg			vt ax. ad xc ita xd ad bx.	
114.	7.	acad bc	abad bc	326.	14	+2 $\frac{1}{2}$ xb	+12 $\frac{1}{2}$ xb
117.	10.	inveniatur	inveniantur	333.	in fig.	k	x
122.	21.	24 $\frac{1}{2}$	24 $\frac{1}{2}$	335.	10.	g & k	g & b
135.	1.	numerus	numeros		ibidem	ijs	ea
140.	8.	quod si	si	347.	16.	3 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$
141.	14.	at	ad	360.	8.	elysim	ellipsim
152.	11.	1 $\frac{1}{2}$ bx	1 $\frac{1}{2}$ bx	361.	28.	xy	xy
158.	penult.	fit	fi	364.	10.	li	fit
169.	13.	xb	xc	392.	8	bo	ac
	14.	xc	xb	405.	18.	quartam	quartum
173.	22.	differentiæ	aggregata		21.	fi	sic
177.	11.	est	&		30.	75	95
180.	11.	fit	fit si		32.	integris	in integris
184.	7.	ab	bg	408.	9.	nuris	numerus
	8.	bg	ab	409.	11.	ex	est
189.	2.	triangulæ	triangula	412.	penult.	7.	17
192.	7.	1 ab	$\frac{1}{3}$ ab	413.	9.	fit	fit
198.	1.	manifestum	manifesta	414.	13.	aya — 216	aya — 219
199.	13.	fueri	fuerit	416.	16.	minime	minimæ
207.	5.	bc	ac	417.	8.	emergi	emergere
210.	5.	axd	bxd	418.	9.	ya + q	yax + q
217.	11.	aby	dby	427.	5.	22	42
229.	11.	yzv	yzx		6.	41	21
233.	in fig.	deest alia recta bx		429.	2.	suas	suos
242.	in margine	17.	27.	430.	11.	radices	radices semissium
250.	5.	ergo	ergo rectangu-	432.	1.	binomi	binomij
			lum abx ad	434.	5.	differentia	differentiæ
260.	16.	fit	fi	437.	30.	cum 1 & 2	cum 3 & 2
270.	18.	ayb	ayc	440.	antepen.	quadratum	quadratum
279.	9.	mp	mid			sinus.	



ANALYSIS GEOMETRICA. INTRODVCTIO.

QVID SIT ANALYSIS.



Ostquam elementis Geometricis instructus fuerit, qui Geometra vocari cupit, fructumque colligere laboris sui: aliquam sibi viam paratam habere debet, cuius ope vim, & facultatem cuiuscunque Geometricæ propositionis resolutionem inveniendi acquirat.

Hæc quidem via, quæcumque illa sit, analysis, seu resolutio dicitur, & omnium consensu ita definitur. *Assumptio quæsitæ tamquam concessæ, per eam, quæ deinceps consequuntur ad aliquod concessum procedens. Regressus verò à concessæ ad quæsitum Synthesis, seu compositio nominatur.* Ve-

rumenimvero ista definitio nihil nobis certi promittit. In assumptione quidem quæſiti tamquam conceſſi aliqua ineſt interdum difficultas, in eo conſiſtens, quod data, & quæſita ad commodam contiguitatem reduci debeant. Iam verò poſito quæſito tamquam conceſſo, quænam ex multis quæ deinceps conſequentur eligemus? Quorſum tendimus? Hæc omnia proſecto nobis incerta reliquerunt Authores, vnde fit, quod quando abſtruſa, & intricata inter data, & quæſita eſt connexio, hæreat analyſta, quò ſe convertat neſciens. Fateantur omnes, neque veterum quiſquam perficiari auderet cum poſtquam tot, tantaque volumina hac de re conſcripſiſſent, vt nobis tradit Pappus initio libri ſeptimi; nullam tamen habuiſſe veram rationem reſolvendi, ex ipſorum propoſitionibus non temerè ſuſpiciantur iuniores. Ex recentioribus autem Algebræ ſpecioſæ cultores hanc vim reſolvendi ſibi adiudicare videntur. Vtrinam æquè facilis, ac reſolutio algebrica, eſſet geometrica demonſtratio; ſed tantum abeſt, vt poſtquam multos annos in concinnandis demonſtracionibus geometricis ex calculo Algebrico conſumpſiſſem, violentam eſſe methodū in Geometricis putaverim, viamque omnino Geometricam ineundam concluſerim.

¶ Analyſim igitur noſtram nos ita definimus.

Assumptio quesiti tamquam concessit, per necessarias consequentias ad certum, & determinatum finem progrediens. Hæc equidem definitio nobis securum gressum promittere videtur. Conabimur promissa adimplere; sed quoniam arduam nimis aggredimur materiam, scopum tetigisse nobis suadere non audemus; suspicientes potius tantorum virorum, qui de resolutione scripsere veneramur labores, atque fælicioribus ingenijs nostros iudicandos, promovendosque, si forte conducere visi fuerint, relinquimus.

DE FINE ANALYSEOS.

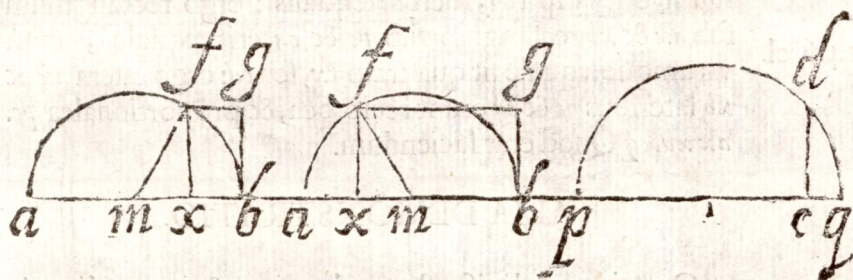
OMnium problematum, quæ proponi possunt, resolutio ita se habet (mirabile dictu) ut evolutis eorum conditionibus, magnitudo incognita, alij magnitudini notæ æqualis tandem appareat, vel tantum necesse sit medium, seu quartum terminum proportionalem, vel duos terminos, quorum summa, aut differentia nota sit, duobus datis terminis reciprocos invenire. Vel, quod in idem recidit: ex quatuor terminis proportionalibus datis extremis, dataque summa, aut differentia mediorum, singulos exhibere. Quod cum ita sit, hoc problema, quod passim construendum occurrit, in elementis expressum haberi debebat. Sunt enim

enim elementa quædam principia demonstra-
ta, & ab omnibus supposita, vt à probationibus,
& effectiõibus communibus, & frequentibus
abstinere liceat. Itaque illud ostendendum, &
elementis adiungendum iudicavimus. Cæte-
rum cum magnitudinum reciprocarum, vel
vtraque linea recta, vel vtraque planum esse
possint, vel denique mixtum ex vtraque altera
sit linea recta, & altera planum (quo in casu
summa, aut differentia petitur ab ipso plano, &
potentia rectæ) hoc loco de duobus primis ac-
cidentibus, quæ ad problemata plana perti-
nent, agemus. Tertium verò, & quæ ex eo
oriuntur ad problemata solida spectantia, vt in
nostræ methodi explicatione commodius pro-
cedere possimus, speciali tractationi solidorum
reservabimus. Hoc tamen animadversum volu-
mus, problema planum ideò vocari, non quia
in illo de planis agitur; sed quia illius construc-
tio vna ad summum media proportionali indi-
get. Solidum vero non quia solida tractantur,
quod in problemate plano contingere solet; sed
quoniam duas saltem medias propor-
tionales oportet inue-
nire.

PROPOSITIO PRIMA

ELEMENTIS ADDENDA.

DVAS RECTAS, QUARVM SVMMA,
aut differentia nota sit, duabus rectis datis
reciprocas invenire.



DATA SVMMA.

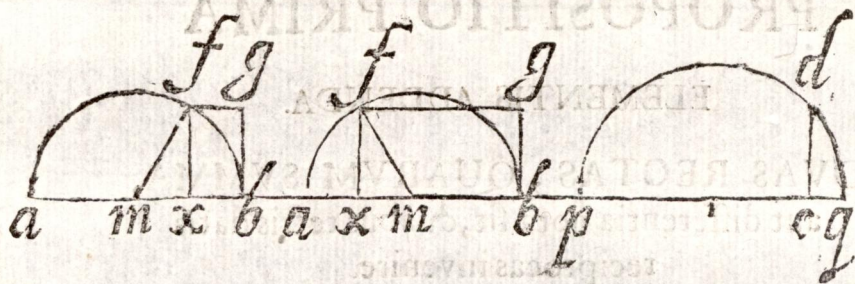
Oporteat primo duas rectas invenire ax & xb , quarum
summa sit data ab , datis pc & cq reciprocas.

CONSTRUCTIO.

Inter pc & cq media inveniatur cd , cui æqualis ex utro-
vis termino b rectæ datæ ab perpendicularis excitetur bg , 13.6. el.
ipsique ab parallela ducatur gf , occurrens semicirculo
super eandem ab descripto in f , & demittatur perpendi-
cularis fx . Dico ax , xb , quarum summa est data ab , reci-
procas esse datis pc & cq .

DEMONSTRATIO.

Cum enim ex constructione sit $bgfx$ parallelogram- 34.1. el.
mum,



14.6. el.

num, erit fx ipsi bg , idest cd æqualis : ergo rectangulum sub ax & xb rectangulo sub pc & cq erit æquale , cum vtrumque æquale sit quadrato fx , seu cd : ergo latera ax & xb lateribus pc & cq erunt reciproca, & proportionales pc . ax xb . cq Quod erat faciendum.

ALIA DEMONSTRATIO.

5. 1. el.

47. 1. el.

Quoniam ab divisa est æqualiter in m & inæqualiter in x erit rectangulum axb cum quadrato mx æquale quadrato mb , seu mf ; sed quadratum mf æquatur quadratis mx & xf : ergo quadrata mx & xf æqualia erunt rectangulo axb cum quadrato mx , & dempto communi quadrato mx , remanebit rectangulum axb æquale quadrato xf , seu cd , idest rectangulo pcq : ergo latera ax & xb lateribus pc & cq erunt reciproca, & proportionales pc ax . xb cq . Quod erat faciendum.

DETERMINATIO.

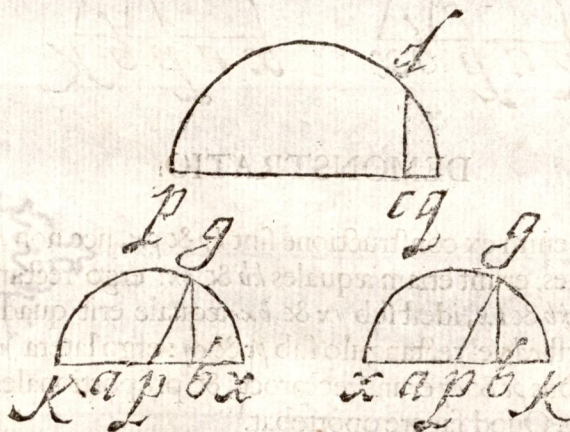
Oportet autem rectam cd , mediā scilicet inter reciprocas datas pc & cq , non maiorem esse, quam mb , semisumma videlicet partium reciprocarum quæ sitarum ax & xb , aliter enim semicirculus afb rectam non caperet fx ipsi cd æqualem; unde impossibile erit problema illud, quod talibus

INTRODVCTIO.

7

libus partibus construi debeat, vt ex ipsa constructione satis apparet. Pretereat quoniam in constructione liberum est alteram partem ax iam pro parte maiore, iam pro minore constituere, poterit propterea problema talibus partibus construendum non raro duas accipere solutiones. Quod semel monuisse sufficiat.

DATA DIFFERENTIA.

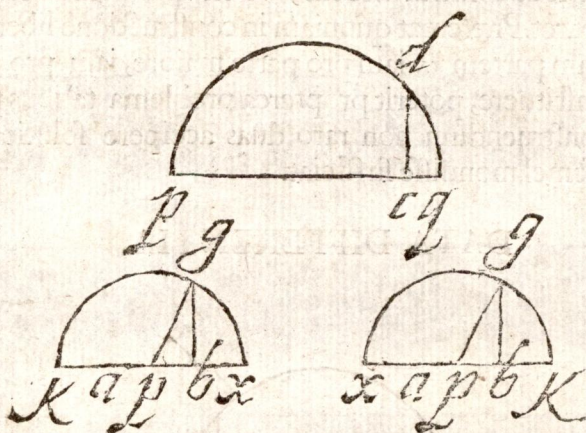


Oporteat secundo duas rectas invenire ax & bx , quarum differentia sit data ab , reciprocas datis pc & cq , vel ipsi cd , quæ media est inter illas.

CONSTRUCTIO.

Ex vtrovis termino b rectæ datæ ab perpendicularis erigatur bg ipsi cd æqualis, bisectaue ab in p ducatur pg , cuius intervallo semicirculus describatur $k g x$. Dico ax , & bx , quarum differentia est data ab , reciprocas esse datis pc & cq , seu ipsi cd .

DE



DEMONSTRATIO.

Cum enim ex constructione sint kp & px , nec non ap & pb æquales: erunt etiam æquales kb & ax : ergo rectangulum sub kb & bx , idest sub ax & bx æquale erit quadrato bg , hoc est cd vel rectangulo sub pc & cq : ergo latera ax & bx lateribus pc & cq erunt reciproca, & proportionales pc . ax . bx . cq . Quod facere oportebat.

DETERMINATIO.

Possumus in constructione alteram partem ax iam pro parte maiore, iam pro minore accipere, vnde aliquando problema talibus partibus construendum duas poterit solutiones admittere.

ALIA DEMONSTRATIO.

6.2. el.

47.1. el.

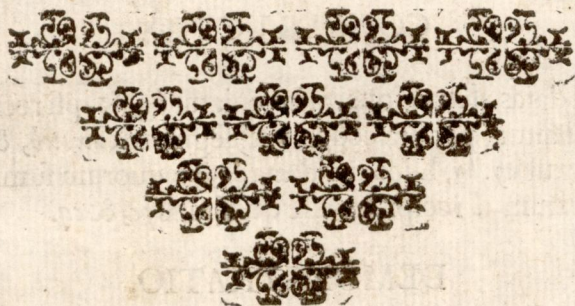
Quoniam ab divisa est bifariam in p , & ei adijcitur bx , seu xa , erit rectangulum sub ax & bx cum quadrato pb æquale quadrato px , idest pg , seu quadratis pb & bg : ergo demp-

INTRODVCTIO.

dempto communi quadrato pb , erit rectangulum sub ax & bx æquale quadrato bg , idest cd , vel rectangulo sub pc & cq , atque latera ax & bx lateribus pc & cq erunt reciproca, & proportionales $pc. ax. bx. cq$. Quod erat faciendum.

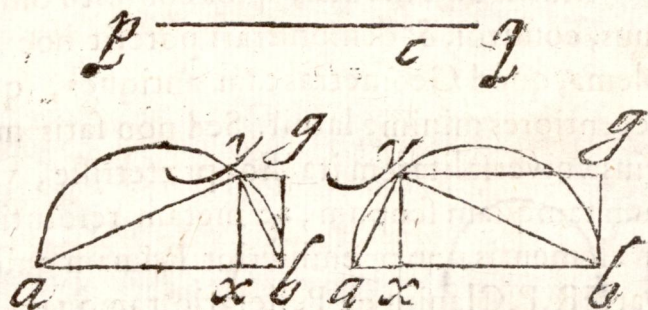
SCHOLION.

Multis alijs modis, quos consulto omittimus, construi, & demonstrari poterit hoc problema, quod Geometras tam antiquos, quam recentiores minime latuit. Sed non satis miror eius vniversalitatem ita illos præterijisse, vt ipsum tamquam scopum, ac metam resolutionis in elementis non præmiserint. Primam quidem partē R. P. Clavius ex Pelletario, tamquam speciale problema, ad prop. 13. lib. 6. elementorum attulit. Secundam sanè eadem facilitate afferre potuisset, si vtrarumque simul vtilitas ipsi obvia fuisset.



PROPOSITIO II.

DUO QVADRATA, QUORUM SVM-
ma, aut differentia nota sit, duobus qua-
dratis datis reciproca invenire.



DATA SVMMA.

Sint primo invenienda duo quadrata ay , by , quorum summa sit quadratum datum ab , datis quadratis pc , & cq reciproca.

CONSTRUCTIO.

Ad datas ab , pc , cq quarta inveniatur bg , & ipsi reciproca inveniuntur (per præcedentem) segmenta ax , xb , & connectantur ay , by . Dico quadrata ay , by , quorum summa est quadratum ab reciproca esse quadratis pc , & cq .

DEMONSTRATIO.

Cum enim ex const. ab ad pc sit vt cq ad bg , hoc est ad xy , Et, ob similitudinem triangulorum aby & xyb , ab ad ay sit

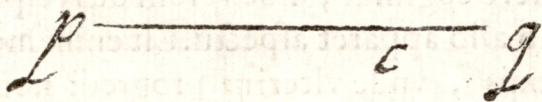
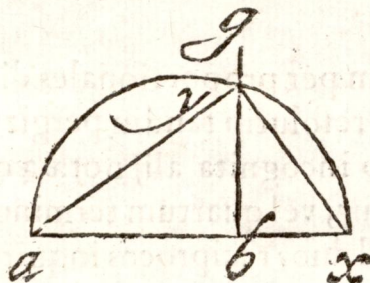
INTRODVCTIO.

11

fit vt by ad xy : erit ex æquo pc ad ay vt by ad cq . Ergo etiam eorum quadrata erunt proportionalia, quod erat faciendum.

DATA DIFFERENTIA.

Sint secundo inveniēda duo quadrata ay & by , quorum differētia sit quadratum datū ab datis quadratis pc & cq reciproca.



CONSTRVCTIO.

Ad datas ab . pc . cq quarta inveniatur bg , cui (per præcedentem) reciproca inveniatur segmenta ax . bx , quorum differentia sit ab , describatur semicirculus ayx secans bg in y & ducantur ay . xy . Dico quadrata ay & by , quorum differentia est quadratum datum ab reciproca esse quadratis datis pc & cq .

DEMONSTRATIO.

Cum enim ex constructione sit ax ad bg vt bg ad bx , & per 8.6.el. sit ax . ad xy , vt xy ad bx ; æquales erunt bg & xy . Est autem ex constr. ab ad pc , vt cq ad bg , hoc est ad xy , & ob similitudinem triangulorum aby . bxy est ab ad ay , vt by ad xy : ergo ex æquo erit pc ad ay , vt by ad cq , & eorum

quadrata erunt proportionalia. Quod facere oportebat.

DE ÆQVATIONIBVS QUADRA- TIS.

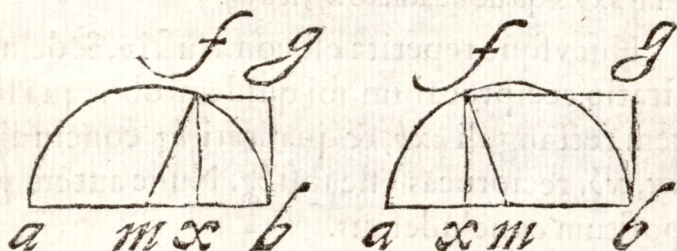
Cum per proportionales differimus, analysis, seu resolutio tandiu pergit quousque magnitudo incognita alij notæ æqualis tandem inveniatur, vel quartum terminum proportionalem, vel duos reciprocos inquirere oporteat. At vero cum per comparisonem planorum arguere cogimur, hoc ipsum de reciprocis sæpe sub alio apparet aspectu. Est enim meta resolutionis, unde ulterius progredi non expedit, quædam æquatio, quæ quamvis in proportionales resoluta, partes reciprocas redderet inveniendas; nihilominus in se ipsa manens, finis resolutionis haberi debet propriissimus.

Hæc igitur vltima æquatio tripliciter accedit, & quamvis per modum corollarij primæ Propositionis explicari poterat; vberioris doctrinæ gratia tribus sequentibus propositionibus eam explanare conabimur.

PROPOSITIO III.

RECTAM INVENIRE , CUIVS QVADRATUM cum dato quadrato æquale sit re-
ctangulo sub ipsa, & alia recta
data.

Sint datæ rectæ ab . bg & oporteat rectam ax invenire
cuius quadratum cum quadrato dato bg æquale sit rectan-
gulo sub ipsa, & data ab .



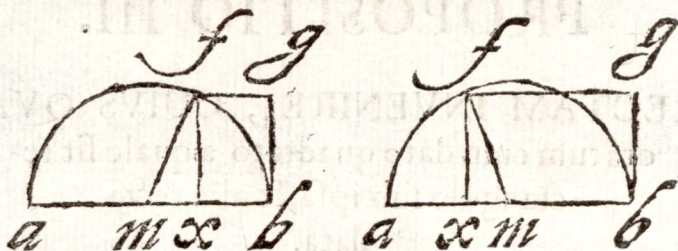
Hoc est resolvere hanc æquationem, vel aliam eiusdem
formæ.

$$axa + bgb - \Lambda - bax.$$

CONSTR. & DEMONSTR.

Constituâtur ab . bg ad rectos angulos, bisectaue ab in
 m , centro m intervallo am semicirculus describatur, & ip-
si ab parallela ducatur gf , demittaturque perpendicularis
 fx , quæ æqualis erit ipsi gb . Dico tam ax , quam xb . rec-
tam esse, de qua quæritur.

Quo-



Quoniam enim ab divisa est æqualiter in m , & inæqualiter in x : erit rectangulum axb cum quadrato mx seu xm æquale quadrato am , seu mf , idest quadratis mx , & xf , unde dem pto communi quadrato mx remanebit rectangulum axb æquale quadrato xf , seu bg .

Hucusque repetita est constructio, & demonstratio reciprocarum, ibi quidem ob æqualitatem rectanguli axb , & quadrati bg concluditur $ax \cdot xb$. reciprocas esse ipsi bg . Nunc autem propositum concludemus.

Quoniam igitur rectangulum axb æquale est quadrato bg , addito communi quadrato ax , erit quadratum ax cum quadrato bg æquale rectangulo axb cum quadrato ax , hoc est rectangulo bax . Igitur rectam invenimus ax , &c.

prop. 3.
2. elem.

Eodem modo ostenditur rectam xb problema efficere, quia cum quadratum bg æquale sit rectangulo axb , addito communi quadrato xb , erit quadratum xb cum quadrato bg æquale rectangulo axb cum quadrato xb , idest rectangulo abx . Igitur rectam xb , &c. Quod erat faciendum.

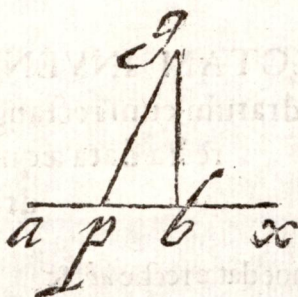


PROPOSITIO IV.

RECTAM INVENIRE, CVIVS QVADRATUM æquale sit rectangulo sub ipsa,
& alia recta data, vna cum quadrato dato.

Sint datæ rectæ ab , & bg oporteatque invenire rectam ax , cuius quadratum æquale sit rectangulo sub ipsa ax & data ab . vna cum quadrato dato bg .

Hoc est resolvere hanc æquationem, vel aliam eiusdem formæ.



$$axa - \Delta - xab + bgb$$

CONSTR. & DEMONSTR.

Inclinentur ab , bg ad rectos angulos, biseçtaque ab in p educatur pg , cui æqualis ponatur px . Dico ax esse rectam, de qua quæritur.

Quoniam enim ab biseçta est in p , & ei adijcitur bx : erit rectangulum axb cum quadrato pb æquale quadrato px , seu pg , idest quadratis pb , & bg , & dempto communi quadrato pb : erit rectangulum axb æquale quadrato bg .

6.2. el.

47.1. el.

Eccẽ eadem constructio, & demonstratio recipro-

reciprocarum, ibi enim concluditur (propter æqualitatem) ax , & xb reciprocas esse ipsi bg : propositum autem ita concludetur.

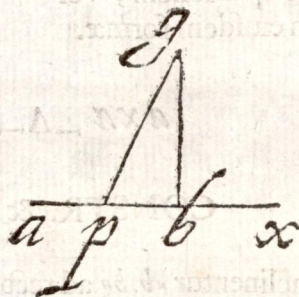
2.2.el Quoniam rectangulum axb æquale est quadrato bg , addito communi rectangulo xab : erunt rectangula axb , & xab , idest quadratum ax æquale rectangulo xab , & quadrato bg . Quod facere oportebat.

PROPOSITIO V.

RECTAM INVENIRE , CVIVS QVADRATUM cum rectangulo sub ipsa , & alia recta data æquale sit dato quadrato.

Sint datæ rectæ ab , & bg , & oporteat rectam invenire bx , cuius quadratum cum rectangulo abx æquale sit quadrato bg .

Hoc est resolvere hanc æquationem, vel aliam similem.



$$bxb + abx = bgb.$$

CONSTR. & DEMONSTR.

Inclinentur ab & bg ad rectos angulos, & divisa ab bifariam

riam in p , ducatur pg , cui æqualis fiat px . Dico bx rectam esse, de qua quæritur.

Quoniam igitur bisecta est ab in p , & adijcitur bx : erit rectangulum axb cum quadrato pb æquale quadrato px , id est pg , vel quadratis pb , & bg . Vnde dempto communi quadrato pb erit rectangulum axb æquale quadrato bg . 6.2.el.
47.1.el.

Huc vsque, eadem est constructio, & demonstratio reciprocarum, immo prop. antecedentis.

Quoniam rectangulum axb æquale est quadrato bg ; & etiam æquale rectangulo abx , cum quadrato bx : erit quadratum bx cum rectangulo abx æquale quadrato bg , quod erat ostendendum. 3.2.el.

Sunt igitur conspectus æquationum quæ vocantur quadratæ, in hunc modum.

$$axa + bgb - \Lambda - ab: ax.$$

$$axa - \Lambda - ab: ax + bgb.$$

$$bxb + ab: bx - \Lambda - bgb.$$

In prima æquatione vtraque pars ax , vel xb satisfacit, in secunda, pars maior ax , in tertia pars minor bx .

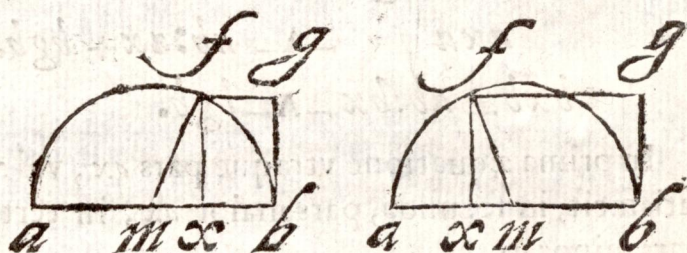
Algebræ quidem cultores numquam de reciprocis cogitarunt; sed in aliquâ harum æquationum, quæ easdem reciprocas exhibent, semper inciderunt. Cum igitur ipsæ reciproquæ æquæ veræ rectæ lineæ sint, neque vna earum dignosci possit, quin altera simul innotescat, non ideo radices falsæ iure vocari videntur si quidem nihil falsi sortiantur.

RESOLVTIO IN NVMERIS PARTIVM

reciprocarum, & æquationum, quæ vocantur quadratæ.

Quando problema in numeris resolvendum proponitur, hoc est cum quantitates magnitudinum in numeris exprimuntur, facile ex prædictis regulam sibi quisque eruere poterit; rem nihilominus exemplis placet explicare.

DATA SVMMA.



Quærentur duo numeri (ax , & xb) quorum aggregatum fit 10. (ab) reciproci duobus numeris datis 6 & $3\frac{1}{2}$ (pc , & cq).

VEL PROP. 3.

Quæritur numerus (ax vel xb) cuius quadratum cum quadrato dato 21 (bg , seu fx) æquale sit rectangulo sub ipso numero (ax vel xb) & dato numero 10 (ab). Dimidium aggregati (ab) 10 est 5. (pro mf seu mb) à cuius quadrato

drato 25 si auferatur 21. (productum à 6 & $3\frac{1}{2}$, quod quadratum *fx* seu *bg* representat) remanebit 4. cuius $\sqrt{4}$ (idest radix quadrata) est 2. (pro *mx*) qui numerus 2 si dimidio aggregati 5 (*am*) addatur, & ab ipso (*mb*) auferatur, provenient numeri quæsit 7 & 3. (pro *ax*, & *xb*) erunt enim proportionales 6.7.3. $3\frac{1}{2}$, eritque tam 7 quam 3 numerus qui æquationem prædictam efficit, quia 49 quadratum ipsius 7 cum 21 facit 70. productum videlicet sub ipso 7, & dato 10. Et eodem modo 9 quadratum ipsius 3 cum 21 facit 30 nempe rectangulum sub ipso 3, & dato 10.

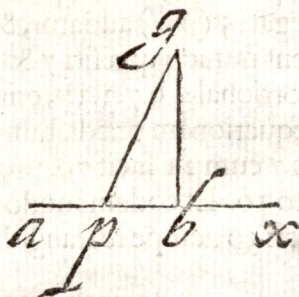
ALIVD EXEMPLVM.

Quærentur duo numeri, quorum summa fit 8 reciproci datis numeris 7, & 2. Vel. Quæritur numerus, cuius quadratum cum quadrato dato 14. æquale sit producto sub ipso, & dato numero 8.

Dimidium aggregati 8 est 4 à cuius quadrato 16. auferatur 14 (productum à 7, & 2. vel quadratum datum 14) & remanebit 2, cuius radix est $\sqrt{2}$. quæ si addatur ipsi 4, & ab eo auferatur, provenient numeri quæsit 4+ $\sqrt{2}$, & 4- $\sqrt{2}$. qui reciproci sunt datis numeris 7, & 2. quia proportionales sunt 7, 4+ $\sqrt{2}$, 4- $\sqrt{2}$, 2. Et tam 4+ $\sqrt{2}$. quam 4- $\sqrt{2}$. æquationi propositæ satisfacit, quadratum enim 18+ 8 $\sqrt{2}$. ipsius 4+ $\sqrt{2}$. cum quadrato 14. facit 32+ 8 $\sqrt{2}$, quod aggregatum æquale est producto sub ipso 4+ $\sqrt{2}$. & dato 8. Et eodem modo quadratum 18- 8 $\sqrt{2}$, ipsius 4- $\sqrt{2}$ cum quadrato 14 facit 32- 8 $\sqrt{2}$, nempe rectangulum, vel productum sub ipso 4- $\sqrt{2}$, & dato 8.

DATA DIFFERENTIA.

Quærentur duo numeri (ax & bx) quorum differentia (ab) sit 12 reciproci datis numeris (pc , & cq) 7 & 4.



VEL PROP. 4.

Quæritur numerus (ax) cuius quadratum æquale sit rectangulo sub ipso (ax) & dato numero 12 (ab) vna cum quadrato dato 28 (bg)

VEL PROP. 5.

Quæritur numerus (bx) cuius quadratum cum rectangulo sub ipso (bx) & dato numero 12 (ab) æquale sit quadrato dato 28. (bg)

Dimidium differentie (ab) 12 est 6. cuius quadrato 36 (pb) addatur 28 (productum sub pc , cq 7 & 4. vel quadratum datum 28 & exurgit 64, cuius $\sqrt{\quad}$ est 8. (pro pg seu px) si igitur prædictum dimidium (cp seu pb) 6. addatur ipsi 8. vel ab eo auferatur, provenient numeri quæsitæ (ax & bx) 14, & 2. qui omnia complent. Sunt enim 14, & 2 reciproci datis numeris 7, & 4. quia proportionales sunt 7. 14. 2. 4. Et numerus maior 14. æquationem efficit prop. 4. quia quadratum 196. ipsius 14. æquale est rectangulo sub ipso 14. & dato 12. nempe 168 vna cum quadrato dato 28. Et numerus minor 2. æquationem efficit prop. 5. quia 4. quadratum ipsius 2. cum 24. rectangulo sub ipso 2. & dato 12. facit 28, nempe quadratum datum 28.

ALIVD EXEMPLVM.

Quærentur duo numeri quorum differentia sit 14. recipro-

ciproci datis numeris 18 & 2.

Vel quæritur numerus cuius quadratum æquale sit rectangulo sub ipso, & dato numero 14 vna cum dato quadrato 36.

Vel quæritur numerus cuius quadratum cum rectangulo sub ipso, & dato numero 14 æquale sit quadrato dato 36.

Dimidium differentię 14 est 7. cuius quadrato 49 si addatur 36 (productum sub 18, & 2, vel quadratum datum 36) componetur 85, cuius radix quadrata est $\sqrt{85}$, & addito, & ablato dimidio differentię nempe 7. erunt $\sqrt{85} + 7$, & $\sqrt{85} - 7$. numeri quæsi, differunt enim 14, & reciproci sunt datis 18, & 2 quia sunt proportionales 18. $\sqrt{85} + 7$. $\sqrt{85} - 7$. 2. Atque $134 + 14 \sqrt{85}$. quadratum maioris $\sqrt{85} + 7$ æquale est rectangulo sub ipso $\sqrt{85} + 7$, & dato 14. nempe $98 + 14 \sqrt{85}$, vna cum quadrato dato 36. Et tandem $134 - 14 \sqrt{85}$. quadratum minoris $\sqrt{85} - 7$, cum $14 \sqrt{85} - 98$ producto sub ipso $\sqrt{85} - 7$, & dato 14. facit 36. qui æqualis est quadrato dato 36.

DE QUADRATIS RECIPROCIS, VEL de æquatione quadrato-quadrata.

In numeris eodem modo resolvitur prop. 2. ac prima resoluta est, hoc solum addito, nempe quod ex inventis numeris extrahantur radices. Nam si duos numeros oporteat exhibere, quorum quadrata æqualia sint dato quadrato 10, & datis quadratis 6 & $3\frac{1}{2}$ reciproca; quærendi erunt duo numeri, quorum summa sit 10 datis 6 & $3\frac{1}{2}$ reciproci, & per præcedentem operationem.

tionem obtinebimus 7 & 3 , quorum radices sunt $\sqrt{7}$, & $\sqrt{3}$ pro quaëritis numeris, &c.

Hic obiter notandum est magnitudines, quas Arithmetici, & etiam Geometræ, qui ex calculo Algebrico demonstrationes Geometricas concinnât, quadrato-quadratum, quadrato-cubum, &c. vocant, per proportionem simplicem, aut compositam explicari debere. Nam altiorrem magnitudinem sub tribus dimensionibus, nempe sub longitudine, latitudine , & profunditate natura concludit, neque alias noscit.

DE ARGUMENTATIONE.

Quæcumque sit connexio inter data, & quaërita ad proportionalitatem, vel ad æqualitatem naturaliter revocatur , unde in resolutionibus per proportionales, vel per æqualitatem, argumentari oportet, eodem scilicet modo, quo ipsa resolutio, commodius, & proprius secundum præscriptas conditiones, instituenda videatur. In utroque modo signis + , & --- , hoc est plus, & minus uti licet, nam ubi Geometria his vocibus utitur, his characteribus claritatis, & brevitaris gratia utendum videtur.

Cum autem per proportionales differendo, omnes modos, qui ex lib. 5. elem. erui possunt, usurpare debeamus, non inconsultum erit, omnes

nes argumentationes, quæ ibi habentur, & aliquas, quas illis adiungimus recensere, & simul omnes aliquo vniversali conceptu demonstrare, in gratiam eorum, quibus demonstrationes elementorum circa hanc rem molestæ fiunt.

Nomina quibuscumque magnitudinibus imponere liberum est, & ab omnibus vsitatum. Quis enim magnitudinem quamlibet conceptam vocari a , vel b , prohibebit? Quis denominatorem cuiuscumque rationis m , vel p interdicet nominari? Ita similiter cum dicimus sit a quæcumque magnitudo; cur non concipere licebit numerum, lineam, planum, vel solidum? Et cum dicimus sit a quævis magnitudo, & sit ap , alia magnitudo composita quidem ex ipsa a iuxta quamlibet multiplicationem p , cur non concipiendæ erunt magnitudines ap & a eiusdem generis, quarum habitudo sit ipsa p ? Illa scilicet multiplicatio secundum quam ipsa ap continet ipsam a , vel a ab ea continetur. His positis sit pro huius rei fundamento sequens propositio.