PROGRAMA

DE

ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA

POR

DON PEDRO ALIAGA Y MILLAN

*Catedrático por oposicion
de esta asignatura en el Instituto provincial
de Castellon de la Plana*

CASTELLON

ESTABLECIMIENTO TIPOGRÁFICO DE JOSÉ ARMENGOT
Calle de Zapateros, números 52 y 54
1883

PROGRAMA

DE

ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA

PROGRAMA

DE

ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA

POR

DON PEDRO ALIAGA Y MILLAN

Catedrático por oposicion
de esta asignatura, en el Instituto provincial
de Castellon de la Plana

CASTELLON

ESTABLECIMIENTO TIPOGRÁFICO DE JOSÉ ARMENGOT
Calle de Zapateros, números 52 y 54
1883

ARITMÉTICA

1.ª

PRELIMINARES.

Cantidad matemática.
Unidad.
Número entero.
Aritmética.
Série natural de los números.

2.ª

Números enteros.

NUMERACION.

Numeracion hablada y numeracion escrita.
Necesidad de una nomenclatura sistemática.
Fundamentos de la numeracion décupla ó usual.
Base de este sistema.

Ley de los distintos órdenes de unidades.
Unidades principales y subprincipales.
Con este sistema se pueden expresar todos los números.
Regla para expresar un número cualquiera por medio de palabras.
Numeracion escrita.
Cifras ó guarismos usados en el sistema usual de numeracion.
Artificio de la numeracion escrita.
Necesidad del cero.
Regla para traducir á la numeracion hablada, un número expresado en la numeracion escrita.
Regla para traducir á la numeracion escrita, un número expresado en la numeracion hablada.

3.ª

Operaciones fundamentales.

Adicion y Sustraccion.

Definicion de la adicion.
Sumandos. Suma. Signo de esta operacion.
Procedimiento general para hallar la suma deducido de su definicion.
Casos particulares que conducen á simplificarlo.
Primer caso particular. Tabla de sumar. Regla.
Segundo caso particular. Regla.
Caso general de la adicion. Regla.
Observaciones.
Prueba de la adicion.
Definicion de la sustraccion.
Minuendo. Sustraendo. Resto. Signo de esta operacion.
Alteraciones que sufre el resto, cuando se añade ó se quita un número al minuendo ó al sustraendo.
Procedimiento general para hallar el resto, deducido de su definicion.

Casos particulares que conducen á simplificarlo.
Caso particular. Regla.
Caso general de la sustraccion. Regla.
Observaciones.
Teorema. Para hallar el resto cuando el sustraendo es una diferencia indicada de dos números, se añade al minuendo el menor de dichos números, y de esta suma se resta el mayor.
Complemento aritmético de un número.
Unidad complementaria.
Regla para hallar el complemento aritmético de un número.
Aplicacion de los complementos aritméticos, á la simplificacion de la sustraccion.
Prueba de la sustraccion.

4.ª

Multiplicacion.

Definicion de la multiplicacion.
Multiplicando. Multiplicador. Producto. Signo de esta operacion.
Procedimiento general para hallar el producto, deducido de su definicion.
Casos particulares que conducen á simplificarlo.
Primer caso particular. Tabla. Regla.
Segundo caso particular. Regla.
Tercer caso particular. Regla.
Cuarto caso particular. Regla.
Caso general de la multiplicacion. Regla.
Observaciones.
Teorema. El producto de dos números no varía, aunque se tome el multiplicando por multiplicador, y el multiplicador por multiplicando.
Prueba de la multiplicacion.

5.ª

Teorema. El producto de una suma indicada por un número, es igual á la suma de los productos parciales que resultan de multiplicar cada uno de los sumandos del multiplicando, por el multiplicador.

Teorema. El producto de una suma indicada por otra suma indicada, es igual á la suma de los productos parciales que resultan de multiplicar todos los sumandos del multiplicando, por cada uno de los del multiplicador.

Corolario. Una suma indicada, cuyos sumandos tienen un factor comun, es igual al producto de la suma indicada de los factores no comunes de los sumandos, por el factor comun.

Teorema. El producto de una diferencia indicada de dos números por otro, es igual á la diferencia de los productos del minuendo y sustraendo por el multiplicador.

Corolario. Una diferencia indicada en que el minuendo y sustraendo tienen un factor comun, es igual al producto de la diferencia indicada de los factores no comunes del minuendo y sustraendo, por el factor comun.

6.ª

Teorema. El valor de un producto indicado de varios factores, no varía aunque éstos se coloquen en otro órden cualquiera.

Corolario 1.º Para multiplicar un producto por un número, bastará multiplicar uno de sus factores por dicho número.

Corolario 2.º El producto de dos productos, es igual al producto indicado de todos sus factores.

Corolario 3.º En todo producto indicado de varios factores, se puede sustituir en vez de dos ó más de dichos factores, su producto efectuado.

Aplicacion práctica. Para hallar el producto de dos ó más factores, cuando uno ó más de ellos terminan en ceros.

se prescinde de estos al verificar la multiplicacion, y se añaden despues al producto.

7.ª

DIVISION.

Definiciones de la division.

Dividendo. Divisor. Cociente. Signo de esta operacion.

Procedimientos generales que pueden emplearse para hallar el cociente, deducidos de la definicion de éste.

Division inexacta. Cociente entero. Resíduo.

Corolario 1.º Siempre que el dividendo de una division, sea la suma de dos números, uno de ellos múltiplo del divisor, y el otro menor que el divisor; la division será inexacta, y el sumando menor será el resíduo.

Corolario 2.º Siempre que el dividendo sea la suma de dos números, uno múltiplo del divisor y el otro nó; la division es inexacta, y el resíduo será el que resulte de dividir el número no múltiplo del divisor, por este divisor.

Casos particulares que se distinguen en la division para simplificar esta operacion.

Primer caso particular. Regla.

Segundo caso particular. Regla.

Caso general. Regla.

Abreviaciones de la regla general de la division, en ciertos casos.

Prueba de la division.

Observaciones sobre la division.

Si el dividendo y el divisor de una division exacta, se multiplican por un mismo número, el cociente no varía.

Si el dividendo y el divisor de una division inexacta, se multiplican por un mismo número, el cociente entero no varía; pero el resto resulta multiplicado por el mismo número.

Divisor, factor ó parte alícuota de un número.

Teorema. Cuando el dividendo de una division, es una suma indicada de dos ó más múltiplos del divisor, el cociente es igual á la suma de los cocientes que resultan de dividir cada uno de los sumandos del dividendo por el divisor, y la division es exacta.

Corolario. Si un número es divisor de dos ó más números, tambien lo será de la suma de estos.

Teorema. Cuando el dividendo es un producto en el que uno de los factores es múltiplo del divisor, para hallar el cociente, basta dividir este factor por el divisor, y multiplicar el cociente que resulte, por los demás factores del dividendo.

Corolario 1.° Si uno de los factores de un producto es divisible por un número, el producto tambien lo será.

Corolario 2.° Cuando el dividendo es un producto de dos ó más factores, y el divisor uno de estos factores, el cociente se halla sin más que suprimir en el dividendo, el factor igual al divisor.

Teorema. Cuando el dividendo de una division es la diferencia indicada de dos números múltiplos del divisor, el cociente es igual á la diferencia de los cocientes que resultan de dividir el minuendo y el sustraendo por el divisor, y la division es exacta.

8.ª

Potencias.

Cuadrado, cubo, y en general potencia de un número.

Base. Exponente.

Elevacion á potencias. Regla.

Teorema. El producto de dos potencias de un mismo número, es igual á una potencia de este número, cuyo exponente es la suma de los exponentes de los factores.

Corolario 1.° El producto de varias potencias de un número, es igual á una potencia de este número, cuyo exponente es la suma de todos los exponentes de los factores.

Corolario 2.° El cociente de dos potencias de un mismo número, es una potencia de este número, cuyo exponente es la diferencia de los exponentes del dividendo y divisor.

Corolario 3.° La potencia cuya base es otra potencia de un número, es igual á una potencia de este número, cuyo exponente es el producto de ambos exponentes.

Teorema. Una potencia de un producto de varios factores, es igual al producto de las potencias del mismo grado de los factores.

9.ª

Propiedades de los números.

DIVISIBILIDAD.

¿Cuándo un número es divisible por otro?
Objeto de la divisibilidad.
Caractéres de divisibilidad, fáciles de descubrir.
Divisibilidad por 10 y sus potencias.
Divisibilidad por 2 y 5, factores de 10.
Divisibilidad por las potencias de 2 y 5.
Divisibilidad por 9 y por 3.
Divisibilidad por 11.

10.ª

NÚMEROS PRIMOS.

Número primo.
Número compuesto.
Números primos entre sí.
Números primos entre sí dos á dos.

Teorema. Todo número compuesto tiene un divisor primo mayor que 1, y menor que dicho número.

Teorema. Todo número compuesto, es un producto de dos ó más factores primos, mayores que 1 y menores que dicho número.

Problema. Dado un número entero cualquiera, averiguar si es ó no primo. Regla.

Problema. Formacion de una tabla de números primos. Regla.

Teorema. La série de números primos es ilimitada.

11.ª

Máximo comun divisor.

Problema. Hallar el m. c. d. de dos ó más números.

Casos que se distinguen.

Teorema. Todo factor del dividendo y divisor de una division inexacta, es factor del resto; recíprocamente todo factor del resto y del divisor, es factor del dividendo.

Corolario. El m. c. d. del dividendo y divisor de una division inexacta, es igual al m. c. d. del divisor y resíduo.

Problema 1.° Hallar el m. c. d. de dos números. Regla.

Problema 2.° Hallar el m. c. d. de tres ó más números.

Teorema. Todo divisor de dos números, es divisor del m. c. d. de estos números; y recíprocamente.

Regla para hallar el m. c. d. de tres ó más números.

Teorema. Si dos números se multiplican por un número entero, su m. c. d. queda multiplicado por el mismo número.

Corolario. Si dos números se dividen por un divisor comun á ambos, su m. c. d. queda dividido por el mismo divisor.

Teorema. Si varios números se multiplican por un mismo número entero, ó se dividen por un factor comun á todos ellos, su m. c. d., queda multiplicado ó dividido por el mismo número.

Corolario 1.° Si varios números se dividen por su m. c. d., los cocientes que resultan son primos entre sí.

Corolario 2.° Si al dividir varios números por un divisor, los cocientes que resultan son exactos y primos entre sí, dicho divisor es el m. c. d. de todos.

12.ª

Teorema. Todo número que divide á un producto de dos factores, y es primo con uno de ellos, necesariamente dividirá al otro factor.

Teorema. Todo primo que divide á un producto de varios factores, divide por lo ménos á uno de sus factores.

Teorema. Todo número primo con càda uno de los factores de un producto, es primo con el producto.

Corolario 1.º Todo número primo que divide á una potencia en un número, dividirá tambien á este número.

Corolario 2.º Si dos números son primos entre sí, sus potencias tambien lo serán.

Teorema. Si un número es divisible por varios primos entre sí dos á dos, será tambien divisible por el producto de todos ellos.

Problema. Descomponer un número en sus factores primos. Regla.

Teorema. Un número entero no admite mas que una sola descomposicion en factores primos.

Condiciones necesarias y suficientes para que un número *sea divisible por otro.*

Condiciones necesarias y suficientes para que un número *sea divisor de otro.*

13.ª

Problema. Hallar todos los divisores de un número. Regla.

Determinar el número de divisores de un número.

Regla para hallar el m. c. d. de varios números descompuestos en sus factores primos.

MÍNIMO MÚLTIPLO COMUN.

Regla para hallar el m. m. c. de varios números.

El m. m. c. de dos números es igual al producto de estos dos números, dividido por su m. c. d.

El m. m. c. de dos números, es el producto de uno de ellos por el cociente de dividir el otro, por el m. c. d. de ambos.

El producto de dos números, es tambien el producto de su m. c. d. por su m. m. c.

Todo múltiplo de dos números, es múltiplo del m. m. c. de estos números.

14.ª

Números fraccionarios.

Preliminares. Unidad fraccionaria.

Número fraccionario.

Numerador.

Denominador.

Numeracion de los fraccionarios.

Propiedades de los números fraccionarios.

El cociente de la division de dos números enteros cualesquiera, es un fraccionario, cuyo numerador es el dividendo, y el denominador el divisor.

Todo fraccionario, es el cociente de una division cuyo dividendo es el numerador, y cuyo divisor es el denominador.

Reducir un entero, á fraccionario de un denominador dado.

Quebrado propio é impropio.

Número mixto.

Regla para hallar las unidades enteras que contiene un quebrado impropio.

Teorema. El cociente completo de una division inexacta, es igual á un número mixto formado por el cociente entero, y un quebrado, cuyo numerador es el resto y el denominador el divisor.

El mayor de dos quebrados que tienen el mismo denominador, es el que tiene mayor numerador.

El mayor de dos quebrados que tienen el mismo numerador, es el que tiene menor denominador.

Teorema. Si al numerador y denominador de un quebrado, cuyos términos son desiguales, se les añade un mismo número entero, resultará otro quebrado, que se diferenciará de 1, ménos que el dado.

15.ª

Si el numerador de un quebrado se multiplica por un número entero, el quebrado queda multiplicado por dicho número entero.

Si el numerador de un quebrado se divide por uno de sus divisores, el quebrado queda dividido por dicho divisor.

Si el denominador de un quebrado se multiplica por un número entero, el quebrado queda dividido por dicho número entero.

Si el denominador de un quebrado se divide por uno de sus divisores, el quebrado queda multiplicado por dicho divisor.

Corolario. Si se multiplican los dos términos de un quebrado por el mismo número entero, ó se dividen por un factor comun á ambos, el quebrado no varía.

Aplicacion de estos principios á la division de enteros.

Simplificacion de los números fraccionarios.

Reglas.

Reduccion de quebrados á un comun denominador.

Reglas.

Teorema. Si un quebrado es igual á otro cuyos términos son primos entre sí, los términos del primero son respectivamente equimúltiplos de los del segundo.

Corolario 1.° Todo quebrado cuyos términos son primos entre sí, es irreducible; y recíprocamente.

Corolario 2.° Dos qnebrados irreducibles é iguales, son idénticos.

Corolario 3.° Un quebrado irreducible no puede ser igual á un número entero.

16.ª

OPERACIONES CON LOS NÚMEROS FRACCIONARIOS.

Adicion. Primer caso. Regla.
Segundo caso. Regla.
Tercer caso. Regla.
Sustraccion. Primer caso. Regla.
Segundo caso. Regla.
Tercer caso. Regla.

17.ª

Multiplicacion de los números fraccionarios. Primer caso. Regla.

Segundo caso. Regla.

Tercer caso. Regla.

Cuarto caso. Regla.

Teorema. El valor de un producto indicado de varios factores fraccionarios, ó unos enteros y otros fraccionarios, no varía, aunque los factores se coloqnen en otro órden cualquiera.

Quebrado de quebrado.

Regla para hallar el valor de un quebrado de quebrado.

18.ª

Division de los números fraccionarios. Primer caso. Regla.

Segundo caso. Regla.

Tercer caso. Regla.

Modificaciones de esta regla en ciertos casos.

Cuarto caso. Regla.

19.ª

NÚMEROS FRACCIONARIOS DECIMALES.

Preliminares.
Numeracion de los quebrados decimales.
Regla para escribir un número decimal.
Regla para leer un número decimal.
Teorema. Un número decimal no varía de valor, aunque se añadan uno ó más ceros á su derecha.
Corolario 1.º Un número decimal que termina en ceros, no varía, aunque se quiten uno ó más ceros de su derecha.
Corolario 2.º Para reducir varios decimales á un comun denominador, basta igualar el número de sus cifras decimales, añadiéndoles á su derecha los ceros necesarios.
Regla para multiplicar un decimal por la unidad seguida de ceros.
Regla para dividir un decimal por la unidad seguida de ceros.

20.ª

OPERACIONES CON LOS QUEBRADOS DECIMALES.

Consideraciones generales.
Adicion. Regla.
Sustraccion. Regla.
Multiplicacion. Reglas.
Division. Reglas.

21.ª

Reduccion de quebrados comunes á decimales. Regla.
Fracciones decimales exactas, periódicas puras y periódicas mixtas.
Teorema. Toda fraccion ordinaria, produce forzosa-

mente al transformarla en decimal, una fraccion exacta ó una fraccion periódica.

Cantidad variable.

Límite.

22.ª

Generatrices de las fracciones decimales.

Problema. Dada una fraccion decimal, hallar su generatriz.

Primer caso.

Dada una fraccion decimal exacta, hallar su generatriz. Regla.

Corolario. Toda fraccion ordinaria irreducible generatriz de una decimal exacta, tiene por denominador una potencia de 2, una potencia de 5 ó un producto de una potencia de 2 por otra de 5.

Segundo caso.

Dada una fraccion periódica pura, hallar su generatriz. Regla.

Corolario. Toda fraccion ordinaria irreducible, generatriz de una periódica pura, tiene por denominador un número primo con 10.

Tercer caso.

Dada una fraccion periódica mixta, hallar su generatriz. Regla.

Teorema. Toda fraccion ordinaria irreducible, cuyo denominador consta solo de una potencia de 2, de una potencia de 5, ó de un producto de una potencia de 2 por otra de 5, es generatriz de una fraccion decimal exacta, que tendrá tantas cifras decimales como indique el mayor exponente de las potencias de 2 ó 5, de su denominador.

Regla para reducir á decimal una generatriz de fraccion decimal exacta.

Teorema. Toda fraccion ordinaria irreducible, cuyo denominador contenga algun factor primo diferente de 2 y 5, es generatriz de una decimal periódica.

Teorema. Toda fraccion ordinaria irreducible, generatriz de una decimal periódica mixta, contiene en su denominador algun factor 2 ó 5 y algun factor primo diferente de 2 y 5.

Teorema. Toda fraccion ordinaria irreducible, cuyo denominador es primo con 10, es generatriz de una periódica pura.

Teorema. Toda fraccion ordinaria irreducible, cuyo denominador contenga algun factor 2 ó 5, y algun factor primo con 10, es generatriz de una periódica mixta, en la que el número de cifras no periódicas, será igual al mayor exponente de los factores 2 y 5 de su denominador.

23.ª

POTENCIAS DE LOS FRACCIONARIOS.

Regla para elevar un fraccionario á una potencia cualquiera.

Teorema. Toda potencia de una fraccion irreducible, es tambien fraccion irreducible.

Corolario. Una potencia de una fraccion irreducible, no puede ser igual á un número entero.

Teorema. Las potencias de un número menor que 1, van disminuyendo á medida que aumenta el exponente; y las potencias de un número mayor que 1, van creciendo á manera que crece el exponente.

24.ª

NÚMEROS INCONMENSURABLES.

¿Cuándo dos cantidades son inconmensurables entre sí?
Número conmensurable.
Número inconmensurable.
Límite de una variable.

Todo número inconmensurable está comprendido entre dos conmensurables, cuya diferencia puede ser menor que cualquier cantidad dada.

Teorema de los límites.

Todas las leyes demostradas para los números conmensurables, son aplicables á los inconmensurables.

Si dos razones inconmensurables, son límites simultáneos de una misma variable, dichas razones serán iguales.

RAICES EN GENERAL.

Raiz cuadrada, cúbica, cuarta y en general raiz de un número.

Extraccion de raices.

Procedimiento general para hallar la raiz de un número, fundado en la definicion de raiz.

Teorema. La raiz de un número entero, no puede ser un quebrado irreducible, sino un número entero ó inconmensurable.

25.ª

RAIZ CUADRADA DE LOS NÚMEROS ENTEROS.

Raiz cuadrada entera.

Problema. Dado un número entero, hallar su raiz cuadrada con ménos error de una unidad.

Teorema. El cuadrado de la suma indicada de dos números, es igual al cuadrado del primero, más el duplo del producto del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo.

Corolario 1.° El cuadrado de un número entero compuesto de decenas y unidades, es igual á la suma de estos tres sumandos: cuadrado de las decenas, duplo del producto de las decenas por las unidades y cuadrado de las unidades.

Corolario 2.° Los cuadrados de dos números consecutivos, se diferencian en el duplo del menor más uno.

Casos que se distinguen en la estraccion de la raiz cuadrada.

Primer caso. Regla.
Segundo caso. Regla.
Observaciones sobre esta regla.

26.ª

Raiz cúbica de los números enteros.

Raiz cúbica entera de un número.

Problema. Dado un número entero, hallar su raiz cúbica, con ménos error de una unidad.

Teorema. El cubo de la suma indicada de dos números, es igual al cubo del primero, más el triplo del cuadrado del primero por el segundo, más el triplo del primero por el cuadrado del segundo, más el cubo del segundo.

Corolario 1.º El cubo de un número entero, compuesto de decenas y unidades, es igual á la suma de estos cuatro sumandos: cubo de las decenas, triplo de cuadrado de las decenas por las unidades, triplo de las decenas por el cuadrado de las unidades y cubo de las unidades del número dado.

Corolario 2.º Los cubos de dos números consecutivos, se diferencian en el triplo del cuadrado del menor, más el triplo del menor, más 1.

Casos que se distinguen en la extraccion de la raiz cúbica.
Primer caso. Regla.
Segundo caso. Regla.
Observaciones sobre esta regla.

27.ª

Raices cuadrada y cúbica de los números fraccionarios

Regla para extraer la raiz cuadrada de un fraccionario cuando sus términos son cuadrados perfectos.

Teorema. La raiz cuadrada de un fraccionario con ménos error de una unidad. es igual á la raiz cuadrada entera de su parte entera.

Regla para hallar la raiz cúbica de un fraccionario, cuando sus términos son cubos perfectos.

Teorema. La raiz cúbica de un fraccionario con ménos error de una unidad, es igual á la raiz cúbica entera de su parte entera.

Teorema. La raiz cuadrada de un número fraccionario cuyos dos términos son cubos perfectos, es un número conmensurable.

Teorema. La raiz cúbica de un fraccionario cuyos dos términos son cubos perfectos, es un número conmensurable.

Teorema. La raiz cuadrada de un fraccionario irreducible cuyos dos términos no son cuadrados perfectos, es un número inconmensurable.

Teorema. La raiz cúbica de un fraccionario irreducible, cuyos términos no son cubos perfectos, es un número inconmensurable.

28.ª

Valores aproximados de las raices inconmensurables.

Problema. Hallar la raiz cuadrada de un número entero ó fraccionario, con ménos error de $\frac{1}{n}$. Regla.

Corolario 1.° Cuando el denominador de una fraccion es un cuadrado perfecto $d.^2$; para hallar la raiz cuadrada de dicha fraccion, con ménos error de $\frac{1}{d}$. se divide la raiz cuadrada entera de su numerador, por d.

Corolario 2.° Cuando el denominador de una fraccion $\frac{a}{d}$, no es cuadrado perfecto, para hallar su raiz cuadrada con ménos error de $\frac{1}{d}$, basta hallar la raiz cuadrada entera del producto $a \times d$, y dividir el resultado por d.

Corolario 3.° Si el producto de los dos términos de una fraccion, es un cuadrado perfecto, dicha fraccion tiene raiz cuadrada exacta.

Regla para hallar la raiz cuadrada de un entero con ménos error de $\frac{1}{10^n}$.

Regla para hallar la raiz cuadrada de una fraccion ordinaria ó decimal con ménos error de $\frac{1}{10^n}$.

29.ª

Problema. Hallar la raiz cúbica de un número entero ó fraccionario, con ménos error de $\frac{1}{n}$. Regla.

Corolario 1.° Cuando el denominador de una fraccion es un cubo perfecto d^3. para hallar la raiz cúbica de dicha fraccion, con ménos error de $\frac{1}{d}$, se divide la raiz cúbica entera del denominador, por d.

Corolario 2.° Cuando el denominador de una fraccion $\frac{a}{d}$, no es un cubo perfecto, para hallar la raiz cúbica con ménos error de $\frac{1}{d}$, basta hallar la raiz cúbica entera del producto $a \times d^2$. y dividir el resultado por d.

Regla para hallar la raiz cúbica de un número entero con ménos error de $\frac{1}{10^n}$.

Regla para hallar la raiz cúbica de una fraccion ordinaria ó decimal con ménos error de $\frac{1}{10^n}$

30.ª

Problemas.

Representacion de las cantidades por medio de números.
Sistema de pesas métricas y monedas de Castilla.
Sistema métrico-decimal de pesas, medidas y monedas.
Ventajas de este último.
Números concretos.
Números complejos é incomplejos.

Problema. Conocido el número concreto que representa una cantidad, hallar el que la representaria, adoptando una unidad dada cualquiera.

Casos que comprende este problema:

1.º Reducir un número incomplejo, á otro equivalente de especie inferior y del mismo sistema de pesas y medidas. Regla.

2.º Reducir un número complejo, á incomplejo equivalente de la especie inferior del dado. Regla.

3.º Reducir un número incomplejo, á otro equivalente de especie superior y del mismo sistema de pesas y medidas. Reglas.

4.º Reducir un número complejo, á incomplejo equivalente de una especie superior á la inferior del número dado. Regla.

5.º Reducir un número concreto de unidades de Castilla, á otro equivalente del sistema métrico, y vice-versa.

Regla general para reducir un incomplejo á otro equivalente de una unidad cualquiera.

31.ª

Problemas que se resuelven por medio de la adicion.

(Adicion de números concretos.)

Problema. Conocidos los números concretos, que representan dos ó más cantidades de la misma naturaleza, hallar un número que represente el conjunto ó suma de dichas cantidades.

Procedimiento general para resolverlo.

Primer caso particular. Regla.

Segundo caso particular. Regla.

Tercer caso particular. Regla.

PROBLEMAS QUE SE RESUELVEN POR MEDIO DE LA SUSTRACCION.

(Sustraccion de concretos.)

Problema. Conocidos los números concretos, que representan dos cantidades de la misma naturaleza, hallar un número que represente la diferencia de dichas cantidades.

Procedimiento general para resolverlo.

Primer caso particular. Regla.

Segundo caso particular. Regla.

Tercer caso particular. Regla.

32.ª

PROBLEMAS QUE SE RESUELVEN POR MEDIO DE LA MULTIPLICACION.

(Multiplicacion de concretos.)

Problema general. Conocido el valor de una unidad, hallar el de un número cualquiera de la misma naturaleza que dicha unidad.

Multiplicando, multiplicador y producto.

Procedimiento general para resolver el anterior problema general.

Primer caso particular. Regla.

Segundo caso particular. Regla.

Tercer caso particular. Regla.

Método de las partes alícuotas.

*

33.ª

PROBLEMAS QUE SE RESUELVEN POR MEDIO DE LA DIVISION

(Division de concretos.)

Primer problema general. Conocido el valor de un número concreto, hallar el valor de una unidad de la misma naturaleza que dicho número concreto.

Procedimiento general para resolverlo.

Primer caso particular. Regla.

Segundo caso particular. Regla.

Tercer caso particular. Regla.

Segundo problema general. Dados dos números concretos de la misma naturaleza, de los que uno es el valor de una unidad, hallar el número de unidades de esta especie de que es valor el otro de los números dados.

Regla para resolverlo.

34.ª

Algebra.

PRELIMINARES.

Algebra.
Fórmulas.
Lenguaje algebraico.
Expresion algebraica ó literal.
Términos de una expresion algebraica.
Monomios.
Polinomios.
Coeficiente.
Exponente.
Expresion algebraica racional.
Expresion algebraica radical.
Expresion algebraica entera.
Expresion algebraica fraccionaria.
Valor numérico de una expresion algebraica.

Grado de un término entero.
Grado de un término fraccionario.
Grado de un polinomio homogéneo:
Funcion.

35.ª

De las cantidades positivas y negativas.

Conveniencia de la introduccion de las cantidades positivas y negativas en el cálculo.

Significacion de estas cantidades.

Operaciones con números positivos ó negativos.

Adicion.

Definicion de la suma de números con afeccion cualitativa.

Sustraccion.

Definicion del resto, cuando el minuendo y el sustraendo son números con afeccion cualitativa.

Multiplicacion.

Definicion del producto cuando los factores son números con afeccion cualitativa.

Regla de los signos.

Teorema. El producto indicado de varios factores con afeccion cualitativa, no varía de valor ni de signo, aunque los factores se coloquen en otro órden cualquiera.

Division.

Definicion del cociente cuando el dividendo y el divisor son números con afeccion cualitativa.

Regla de los signos.

36.ª

Operaciones con las expresiones algebraicas.

Preliminares.
Adicion de las expresiones enteras.

Primer caso. Adicion de monomios. Regla.
Términos semejantes.
Reduccion de términos semejantes.
Segundo caso. Adicion de polinomios. Regla.
Sustraccion de las expresiones enteras. Regla.

37.ª

Multiplicacion de las expresiones enteras.
Primer caso. Multiplicacion de monomios. Regla.
Segundo caso. Multiplicacion de un polinomio por un monomio. Regla.
Tercer caso. Multiplicacion de dos polinomios. Regla.
Observaciones sobre la multiplicacion de las expresiones enteras.

38.ª

Division de las expresiones enteras.

Teorema. El cociente de dos expresiones literales no varía, aunque se multipliquen ó dividan el dividendo y divisor, por una misma cantidad.

Primer caso de la division. Dividir un monomio por otro. Regla.

Condiciones para que un monomio sea divisible por otro.

Significacion de las expresiones A^0 y A^{-d}.

Segundo caso de la division. Dividir un polinomio por un monomio.

Tercer caso. Dividir un polinomio por otro polinomio.

Teorema. El cociente de toda division, es igual á una cantidad cualquiera, más una fraccion, cuyo numerador es el dividendo ménos el producto del divisor por dicha cantidad; y cuyo denominador es el divisor.

Regla para dividir un polinomio por otro.

Observaciones sobre la division de las expresiones enteras.

39.ª

Teorema. Si dividimos el polinomio

$$Ax^{m}+Bx^{m-1}+Cx^{m-2}+\ldots\ldots\ldots Tx+V,$$

ordenado por las potencias decrecientes de x, por el binomio $x—a$, el resíduo independiente de x, obtenido en la division será:

$$Aa^{m}+Ba^{m-1}+Ca^{m-2}—\ldots\ldots\ldots Ta+V,$$

resultado de sustituir en el dividendo, a en vez de x.

Corolario 1.º Si el polinomio

$$Ax^{m}+Bx^{m-1}+Cx^{m-2}—+Tx+V;$$

se reduce á cero sustituyendo en él, a por x, dicho polinomio es divisible por $x—a$.

Corolario 2.º Si el polinomio

$$Ax^{m}+Bx^{m-1}+Cx^{m-2}+\ldots\ldots\ldots Tx+V,$$

es divisible por $x—a$,

$$Aa^{m}+Ba^{m-1}+Ca^{m-2}+\ldots\ldots\ldots Ta+V,$$

que resulta de sustituir en el primero a por x, se reducirá á cero.

Corolario 3.º $x^{m}—a^{m}$, es divisible por $x—a$.

40.ª

FRACCIONES ALGEBRAICAS.

Fraccion algebraica ó literal.

Propiedades de las fracciones algebraicas.

Operaciones fundamentales con las fracciones algebraicas.

El cálculo de las fracciones algebraicas está sujeto á las mismas leyes que el de las fracciones aritméticas.

41.ª

Cálculo de las expresiones con exponentes negativos.

Una cantidad puede pasar del numerador al denominador y vice-versa, sin más que cambiar el signo de su exponente.

Operaciones fundamentales, con expresiones afectadas de exponentes negativos.

Las leyes de las cuatro operaciones, son aplicables á las expresiones algebraicas, cualesquiera que sea el signo de su exponente.

42.ª

Igualdades fraccionarias ó proporciones.

Razon de dos cantidades.

Antecedente y consecuente.

Razones inversas.

Proporcion ó igualdad fraccionaria.

Nombres de sus términos.

Propiedades de las proporciones.

I. En toda proporcion, el producto de los extremos, es igual al producto de los medios.

Corolario. Un extremo de una proporcion, es igual al producto de los medios partido por el otro extremo; y un medio es igual al producto de los extremos, partido por el otro medio.

II. Si cuatro cantidades escritas en fila, son tales, que el producto de la primera y la cuarta, es igual al de la segunda y tercera, dichas cuatro cantidades forman proporcion, en el órden que están escritas.

Corolario 1.º Si el producto de dos cantidades es igual al producto de otras dos, con estas cuatro cantidades se puede formar una proporcion, con tal que los dos factores de un producto sean los medios, y los dos factores del otro, sean los extremos.

Corolario 2.° Una proporcion puede sufrir todas las transformaciones que no alteren la igualdad entre el producto de los medios y el de los extremos.

III. Si dos proporciones tienen una razon comun, las otras dos razones forman una proporcion.

Corolario. Si dos proporciones tienen los mismos antecedentes ó los mismos consecuentes, sus consecuentes ó sus antecedentes forman proporcion.

IV. En toda proporcion, la suma de los antecedentes dividida por la suma de los consecuentes, es igual á un antecedente dividido por su consecuente; y tambien la diferencia de los antecedentes dividida por la de los consecuentes, es igual á un antecedente dividido por su consecuente.

Corolario 1.° En toda proporcion la suma de los antecedentes dividida por su diferencia, es igual á la suma de los consecuentes dividida por su diferencia.

Corolario 2.° En toda proporcion la suma de los dos primeros términos dividida por la suma de los dos últimos, es igual al primero dividido por el tercero, y al segundo dividido por el cuarto: y tambien la diferencia de los dos primeros términos, dividida por la diferencia de los dos últimos, es igual al primero dividido por el tercero, y al segundo dividido por el cuarto.

Corolario 3.° En toda proporcion, la suma de los dos primeros términos dividida por su diferencia, es igual á la suma de los dos últimos, dividida por su diferencia.

43.ª

V. Si se multiplican varias proporciones ordenadamente, los productos que resultan forman proporcion.

VI. Si se dividen dos proporciones ordenadamente, los cocientes que resultan forman proporcion.

VII. Si cuatro cantidades forman proporcion, sus potencias del mismo grado forman tambien proporcion.

VIII. Si cuatro cantidades forman proporcion, sus raices del mismo grado forman tambien proporcion.

Série de razones iguales.

Teorema. En toda série de razones iguales, la suma de los antecedentes, dividida por la suma de los consecuentes, es igual á la razon de la série.

DE LOS MEDIOS.

Proporcion contínua.

Teorema. En toda proporcion contínua, el término repetido es un medio entre los otros dos.

Medio factorial.

Teorema. El medio factorial entre dos cantidades, es igual á la raiz cuadrada del producto de dichas cantidades.

Teorema. La suma de n cantidades desiguales dividida por n, es un medio entre dichas cantidades.

Medio diferencial.

Teorema. Entre dos cantidades dadas, el medio factorial es menor que el medio diferencial.

44.ª

ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA.

Igualdad, identidad, ecuacion.

Problema. Un padre de 31 años de edad, tiene un hijo de 7: ¿Cuántos años han de pasar para que la edad del padre sea el triplo de la del hijo?

¿Qué es plantear un problema?

Ecuaciones equivalentes.

Grado de una ecuacion con una sola incógnita.

Grado de una ecuacion con varias incógnitas.

Ecuacion numérica.

Ecuacion literal.

Solucion de una ecuacion.

Raices de la ecuacion.

¿Qué es resolver una ecuacion?

Para resolver una ecuacion con una incógnita, basta despejar la incógnita.

Proposiciones en que se funda el procedimiento para despejar la incógnita de una ecuacion:

1.ª Si á los dos miembros de una ecuacion se les añade ó se les quita una misma cantidad, la ecuacion que resulta, es equivalente á la primera.

Corolario. En toda ecuacion se puede trasponer un término de un miembro á otro, cambiándole el signo.

2.ª Si los dos miembros de una ecuacion se multiplican ó se dividen por una misma cantidad (conocida y diferente de cero), la ecuacion que resulta es equivalente á la primera.

Corolario 1.º La ecuacion en que todos sus términos tienen un factor comun, puede simplificarse suprimiendo dicho factor.

Corolario 2.º Toda ecuacion que contenga uno ó más términos fraccionarios, puede transformarse en otra equivalente cuyos términos sean todos enteros.

Regla para quitar los denominadores de una ecuacion.

Regla para resolver una ecuacion de primer grado con una incógnita.

Toda ecuacion de primer grado con una incógnita, puede reducirse á la forma $Ax = B$.

45.ª

Problemas de primer grado con una incógnita.

Problema 1.º Hallar un número cuyo triplo más 21, sea igual á su duplo más 28.

Problema 2.º Sabemos que un caño llena un estanque en 6 horas, otro caño lo llena en 3 horas y un tercer caño en 2: ¿En cuánto tiempo llenarán dicho estanque los tres caños á la vez?

Problema 3.º Un padre dispuso en su testamento, que se repartiese su caudal entre sus hijos, del modo siguiente: al mayor debian entregársele 1000 duros y la quinta parte del resto; al segundo 2000 duros y la quinta parte del resto; al tercero 3000 duros y la quinta parte del resto, y así sucesivamente. Hecha la reparticion, resultó que todos los hijos recibieron la misma cantidad. ¿Cuál era la fortuna de padre, qué cantidad corresponde á cada hijo, y cuánto eran los hijos?

Problema 4.º Dos trenes parten al mismo tiempo d las estaciones de Castellon y Valencia, que distan entre s 69 kilómetros, en direccion á Madrid. El que sale de Castellon marcha con una velocidad de 40 kilómetros por hora y el que sale de Valencia con la velocidad de 30 kilómetro por hora. ¿A qué distancia de Castellon se encontrará dichos trenes?

Problema 5.º Sabemos que un caño llena un estanqu en *a* horas, otro lo llena en *b* horas, y un tercer caño e *c* horas. ¿En cuánto tiempo llenarán dicho estanque los tres caños á la vez?

Problemas particulares.

Problemas generales.

En estos últimos el valor de la incógnita es una fórmula

Problema 6.º Un padre dispuso en su testamento, que se repartiese su fortuna entre sus hijos del modo siguiente al mayor debian entregársele un número *a* de pesetas más la enésima parte del resto; al segundo un número 2*a* de pesetas más la enésima parte del resto y así sucesivamente Hecha la reparticion resultó, que todos los hijos recibieron el mismo número de pesetas. ¿Cuál es la fortuna del padre, qué cantidad corresponde á cada hijo, y cuántos eran los hijos?

La resolucion de los problemas consta de dos partes: primera, plantear el problema: segunda, resolver la ecuacion.

Regla para plantear los problemas.

46.ª

Discusion de las ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Problema de los móviles.

Discusion de la fórmula $x = \frac{a v}{v' - v}$.

Discusion general de la ecuacion $Ax = B$.

Exámen de los cinco valores que puede tener la incógnita:

1.° *Solucion positiva.*

Esta solucion satisface siempre la ecuacion: pero algunas veces no satisface el problema.

Ejemplo: *Problema.* En un simulacro se han hecho un número de disparos de fusil, cuádruplo que de cañon: pero el número de tiros de fusil, ménos dos; resulta igual al duplo de los de cañon ménos uno. ¿Cuántos cañonazos se han disparado?

2.° *Solucion negativa.*

Esta satisface siempre la ecuacion.

Significacion de la solucion negativa respecto de los problemas.

3.° *Solucion infinita.*

Esta solucion indica que la ecuacion de donde proviene es absurda, y el problema imposible.

Ejemplo: *Problema.* Un padre de varios hijos, tiene un número de hembras doble que el de varones; pero el número de aquellas ménos tres, es igual al doble de éstas más ocho. ¿Cuál es el número de varones?

4.° *Solucion cero.*

Este valor verifica la ecuacion. Su significacion respecto de los problemas.

5.° *Solucion indeterminada.*

Significacion de esta solucion respecto á las ecuaciones, y á los problemas de donde proviene.

Significacion de las expresiones $\frac{\infty}{\infty}$, y $\frac{A}{\infty}$.

47.ª

Sistemas de ecuaciones de primer grado, con tantas ecuaciones como incógnitas.

Resolucion de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.

Métodos de eliminacion.

Método de sustitucion.

Regla para eliminar por este método una incógnita ent[illegible] dos ecuaciones.

Método de igualacion.

Regla para eliminar por este método una incógnita ent[illegible] dos ecuaciones.

Método de reduccion.

Regla para eliminar por este método una incógnita ent[illegible] dos ecuaciones.

Fórmulas para la resolucion del sistema $ax+b$ y $=k$ $a'x+b'$ y $=k'$.

Resolucion de un sistema de m ecuaciones con m incógnitas. Regla.

48.ª

PROBLEMAS DE PRIMER GRADO CON VARIAS INCÓGNITAS.

Problema 1.º Hallar dos números, cuya suma sea 1, [illegible] cuyo cociente sea 2.

Problema 2.º Hieron, rey de Siracusa, dió á un plater[o] 20 libras de oro, para que con este metal fabricase un[a] corona que debia dedicar á Júpiter. El platero hizo un[a] corona que efectivamente pesaba 20 libras; pero descon-fiando el rey de la buena fé del artista, encargó al sábi[o] Arquimedes, que averiguase sin destruir la corona, si ést[a] contenia las 20 libras de oro entregadas, ó si parte de ella[s] habian sido sustituidas por otro metal. Arquimedes con-firmó las sospechas del rey, descubriendo que la coron[a] estaba compuesta de 15'53 libras de oro, aleadas con 4'4[7] libras de plata. ¿Cómo pudo hacer Arquimedes este descu-brimiento?

Problema 3.º En un libro abierto, si pasamos 20 hoja[s] de la izquierda á la derecha, resulta igual el número d[e] hojas de ambos lados. Si por el contrario pasamos 20 hoja[s] de la derecha á la izquierda, resultan en este lado tripl[e] número de hojas que en el derecho. ¿Cuál es el número d[e] hojas que habia en cada lado?

49.ª

Discusion de un sistema de m ecuaciones con m incógnitas.

Formas que pueden tener los valores de las incógnitas.
Su significacion.
Discusion del sistema $a\ x - b\ y = k$, $a'\ x - b'\ y = k'$.

50.ª

Sistemas de ecuaciones de primer grado con más ó ménos ecuaciones que incógnitas.

Sistemas con más incógnitas que ecuaciones.
Sistemas con más ecuaciones que incógnitas.

51.ª

Potencias y raices de las expresiones algebraicas.

Potencias de los números con afeccion cualitativa.

Signo de las potencias de grado par de los números con afeccion cualitativa.

Signo de las potencias de grado impar de los números con afeccion cualitativa.

Valor absoluto de las potencias de los números con afeccion cualitativa.

Raices de los números con afeccion cualitativa.

Signo de las raices de grado par de los números positivos.

Signo de las raices de grado impar de los números positivos ó negativos.

Raices de grado par de los números negativos.

Valor absoluto de las raices de los números con afeccion cualitativa.

Potencias de los monomios.

Una potencia de un producto de varios factores, es igual al producto de las potencias del mismo grado de los factores.

La potencia de otra potencia de una cantidad, es igual á una potencia de la misma cantidad, cuyo grado es el producto de ambos exponentes.

Regla para elevar un monomio entero á una potencia.

Regla para elevar una fraccion á una potencia cualquiera.

Raices de los monomios.

La raiz de un grado cualquiera de un producto de varios factores, es igual al producto de las raices del mismo grado de los factores.

La raiz de una potencia de una cantidad, cuando el índice de la raiz es divisor del exponente de la potencia, es igual á una potencia de dicha cantidad, cuyo grado es el cociente de dividir el exponente de la cantidad por el índice de la raiz.

Regla para extraer la raiz de un monomio entero, cuando el índice es factor de los exponentes de las letras.

52.ª

Combinatoria.

Coordinaciones binarias ó de segundo órden.

Coordinaciones ternarias ó de tercer órden.

Coordinaciones cuaternarias ó de cuarto órden.

Coordinaciones del n^{simo} órden de m letras.

Procedimiento para formar las coordinaciones de un órden cualquiera.

Justificacion de este procedimiento.

Problema. Determinar el número de coordinaciones de órden enésimo que se pueden formar con m letras.

Fórmula.

Permutaciones.

Procedimiento para formar las permutaciones de n letras.

Número de permutaciones que se pueden formar con n letras.

Fórmula.

Combinaciones.

Procedimiento para formar las combinaciones de un órden cualquiera con m letras.

Determinar el número de combinaciones del órden enésimo que se pueden formar con m letras.

...mula.

...mero de combinaciones de órden enésimo de m ... el mismo que el del órden $m-n$.

...ducto de n enteros consecutivos cualesquiera, es ... por el producto de los n primeros números de la ...tural.

53.ª

Binomio de Newton.

Ley de los productos de los binomios $(x+a)$.$(x+b)$ $(x+c)$ $(x+d)$....

Demostracion de esta ley.

Fórmula del binomio de Newton.

Propiedades de esta fórmula.

Término general.

Comparacion de los términos T_{n+1} y T_{n+2}.

Regla para desarrollar una potencia cualquiera de un ...omio.

Simplificacion de esta regla.

Desarrollo de $(x-a)^m$.

La suma de los coeficientes de una potencia cualquiera del binomio $x+a$, es una potencia de 2 del mismo grado: y la suma de los coeficientes de los términos de lugar par, es igual á la de los de lugar impar.

54.ª

Potencias de los polinomios.

Regla para elevar un polinomio á una potencia cualquiera.

Regla para hallar el cuadrado de un polinomio.

Potencia enésima de un número mayor que 10, descompuesto en sus decenas y unidades.

Deduccion del procedimiento para hallar las decenas de la raiz enésima de un número N, mayor que 10^n.

Regla para hallar la raiz enésima de un número entero mayor que 10^n.

Raices de los polinomios.

Deduccion del procedimiento para hallar la raiz enésima de un polinomio. Regla.

¿Cuándo un polinomio ordenado no tiene raiz exacta de grado n?

Un binomio no tiene raiz exacta.

55.ª

CÁLCULO DE LAS EXPRESIONES RADICALES REALES.

Propiedades de las expresiones radicales.

1.ª El valor de un radical no varía, cuando se multiplican por un mismo número entero el índice y el exponente de la cantidad subradical.

2.ª El valor de un radical no varía, cuando se divide el índice y el exponente de la cantidad subradical, por un factor comun á ambos.

Consecuencias:

1.ª Para simplificar un radical se dividen, el índice y el exponente de la cantidad subradical por el m. c. d. de ambos.

2.ª Para reducir dos ó más radicales de distintos índices, á otros equivalentes que tengan un índice comun, primeramente se simplifican; despues se halla el m. m. c. de los índices, y por fin, se multiplica el exponente de cada cantidad subradical y su índice por el número que indica las veces que éste está contenido en el m. m. c.

Operaciones con las expresiones radicales.

Adicion y sustraccion. Regla.

Multiplicacion. Regla.
Division. Regla.
Potencias. Reglas.
Raices. Reglas.

56.ª

CÁLCULO DE LAS EXPRESIONES CON EXPONENTES FRACCIONARIOS.

Adicion y sustraccion.
Multiplicacion.
Division.
Potencias.
Raices.
Las leyes del cálculo de las expresiones con exponentes fraccionarios, son las mismas que las de las cantidades de exponentes enteros.

57.ª

EXPRESIONES IMAGINARIAS.

Expresiones imaginarias de segundo grado.
Monomio imaginario.
Unidad imaginaria.
Binomio imaginario.
Expresiones imaginarias conjugadas.
Operaciones con las expresiones imaginarias.
La suma, el resto, el producto y el cociente de dos binomios imaginarios, tienen en general la forma de un binomio imaginario.
Ley de las potencias de $+\sqrt{-1}$, y de $-\sqrt{-1}$.
Módulo de un binomio imaginario.
Teorema. Si un binomio imaginario es igual á cero, su módulo es tambien igual á cero y recíprocamente.
Teorema. El módulo del producto de dos binomios

*

imaginarios, es igual al producto de los módulos de dich
binomios.

Corolario. El módulo del producto de tres ó más bin
mios imaginarios, es igual al producto de los módulos
dichos binomios.

Teorema. El módulo del cociente de dos binomi
imaginarios, es igual al cociente de los módulos de dich
binomios.

Teorema. Un producto de varios factores imaginari
será cero, si lo es uno cualquiera de los factores.

58.ª

Ecuaciones de segundo grado con una incógnita.

Forma general de las ecuaciones de segundo grado co
una incógnita.

Ecuaciones completas ó incompletas.

Resolucion de una ecuacion completa de segundo grad
con una incógnita.

Regla para resolver la ecuacion $x^2+px+q=o$.

Regla para resolver la ecuacion $ax^2+bx+c=o$.

En toda ecuacion de segundo grado de la form
$x^2+px+q=o$, el coeficiente del segundo término con
signo cambiado, es igual á la suma de las raices de la ecua
cion, y el tercer término es igual al producto de dicha
raices.

Corolario 1.º Cuando el tercer término de dicha ecua
cion es positivo, las raices si son reales tienen el mism
signo; y cuando es negativo, son una positiva y otra nega
tiva.

Corolario 2.º El coeficiente del segundo término, tien
signo contrario al de la mayor de las raices.

Corolario 3.º El binomio $x^2+px+q=o$, es igual a
producto de dos binomios, formados por la diferencia en
tre x y cada una de las raices de la ecuacion $x^2+px+q=o$

59.ª

CUSION DE LAS ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON A INCÓGNITA.

hipótesis. Cuando b^2-4ac es positiva.
pótesis. Cuando $b^2-4ac=o$.
hipótesis. Cuando b^2-4ac es negativa.
on y discusion de las ecuaciones incompletas de rado con una incógnita.

60.ª

OBLEMAS DE SEGUNDO GRADO CON UNA INCÓGNITA.

blema 1.º Hallar un número, cuyo quíntuplo sea un cuadrado aumentado en seis unidades.
blema 2.º Se han de repartir 30 naranjas entre niños. Si los niños fuesen 5 más, les tocaria á cada a naranja ménos. ¿Cuántos son los niños?
blema 3.º Se han de rapartir 90 reales entre varios s; si el número de pobres aumentase en dos unidades, obre recibiria 3 reales más. ¿Cuál es el número de bres?

61.ª

IMOS Y MÍNIMOS.

o y mínimo de una funcion.
ma 1.º Dividir un número en dos partes, cuyo sea un máximo.
ma 2.º Descomponer un número en dos factores, a sea un mínimo.
imiento para hallar los máximos y mínimos de nes de segundo grado respecto de la variable.

ACIONES BICUADRADAS.

ificacion de las expresiones de la forma $\sqrt{A\pm\sqrt{B}}$

Ecuaciones binomias.

Resolucion de las ecuaciones

$$y^2 \mp = o,\ y^3 \mp 1 = o,\ y^4 \mp 1 = o.$$

62.ª

Progresiones y logaritmos.

Progresiones por diferencia.

¿Qué es progresion por diferencia?

Progresiones crecientes.

Progresiones decrecientes.

Término general. Fórmula.

Primer término. Fórmula.

En toda progresion aritmética, la suma de dos térmi equidistantes respectivamente de los extremos, es igua la suma de los extremos.

Interpolacion. Fórmula de la razon de la progresion.

Si se interpolan entre cada término y el siguiente de u progresion por diferencia, un mismo número de medi aritméticos, la série que resulta será tambien una prog sion por diferencia.

Para interpolar entre dos números pp'—1 medios ar méticos, basta interpolar desde luego p'—1 medios ent los números dados, y despues p—1 medios entre cada té mino y el siguiente de la progresion obtenida.

Corolario. Para interpolar entre dos números $pp'p'$...— medios, bastará interpolar p—1 medios y despues sucesiv mente p'—1, p''—1,.... entre cada término y el siguien de la progresion que resulta de la anterior interpolacion

Suma de los términos de una progresion aritméti Fórmula.

Problema 1.° Calcular la suma de los n primeros té minos de la série natural de los números enteros.

Problema 2.° Calcular la suma de los n primeros n meros impares.

Problema 3.° Hallar dos cuadrados, cuya suma sea ot cuadrado.

Problema 4.ª Calcular la suma de los n primeros nú-
...s pares.
...lemas que pueden resolverse con las fórmulas

$$... = t_1 + (n - 1) d, \quad S = \frac{(t_1 + t_n) n}{2}.$$

63.ª

...SIONES POR COCIENTE.

...progresion por cociente?
...iones crecientes.
...siones decrecientes.
...ino general. Fórmula.
...oda progresion por cociente, el producto de dos ...os equidistantes respectivamente de los extremos, ...l al producto de los extremos.
...rpolacion. Fórmula de la razon de la progresion.
...e interpola entre cada término y el siguiente de una ...esion por cociente, un mismo número de medios por ...te, la série que resulta será tambien una progresion ...ociente.
...a interpolar entre dos números, pp'—1 medios pro-...onales, basta interpolar desde luego p—1 medios ...los dos números dados, y despues p'—1 medios en-...da término y el siguiente de las progresiones antes ...das.
...olario. Para interpolar entre dos números $pp'p''$...—1 ...s proporcionales, bastará interpolar p—1 medios en-...chos números, y despues sucesivamente p'—1, ... entre cada término y el siguiente de la pro-...n que resulta de la anterior interpolacion.
...ducto de los términos de una progresion por ...nte. Fórmula.
...ma de los términos de una progresion por cociente. ...ula.
...ma de los términos de una progresion por cociente, ...ndo el número de ellos es ilimitado. Fórmula.
...Discusion de esta fórmula.

64.ª

Logaritmos.

Sistema de logaritmos.

Logaritmo de un número.

Teorema 1.º Las raices de un número positivo y mayor que 1, Primero: son siempre mayores que 1. Segundo: disminuyen á manera que crece el índice de la raiz. Tercero: pueden si éste crece suficientemente aproximarse á 1 cuanto se quiera.

Teorema 2.º En la funcion a^x, si x crece de una manera contínua, a^x variará de una manera contínua.

Discusion de la ecuacion $a^x = b$.

En todo sistema de logaritmos, el logaritmo de la base es 1, y el de 1 es cero.

Primera hipótesis: a *positiva y diferente de cero.* En todo sistema de logaritmos, cuya base es positiva y mayor que 1, el logaritmo de cero es $-\infty$, el de $+\infty$, es $+\infty$: los logaritmos de los números positivos mayores que 1, son positivos; y los de los números positivos menores que 1, son negativos.

En todo sistema de logaritmos cuya base es positiva y menor que 1, el logaritmo de *cero* es $+\infty$; el de $+\infty$, es $-\infty$; los logaritmos de los números positivos menores que 1, son positivos; y los logaritmos de los números positivos mayores que 1, son negativos.

Cuando la base es positiva y diferente de 1, todo número positivo tiene su logaritmo y no tiene mas que 1; y á todo logaritmo positivo ó negativo corresponde un solo número positivo.

Segunda hipótesis. $a = 1$.

Tercera hipótesis. a, negativa.

La base de un sistema de logaritmos ha de ser precisamente un número positivo y diferente de 1.

Propiedades generales de los logaritmos.

1.ª El logaritmo de un producto, es igual á la suma de los logaritmos de los factores.

2.ª El logaritmo de un cociente, es igual al logaritmo del dividendo, ménos el logaritmo del divisor.

3.ª El logaritmo de una potencia de un número, es igual al logaritmo de dicho número, multiplicado por el exponente de la potencia.

4.ª El logaritmo de la raiz de un número, es igual al logaritmo de dicho número, dividido por el índice de la raiz.

Reglas que se deducen de estas propiedades, para simplificar la multiplicacion, division, elevacion á potencias y extraccion de raices.

65.ª

Propiedades particulares de los logaritmos vulgares.

Sistema de logaritmos vulgares ó de Briggs.

Condiciones necesarias y suficientes que debe reunir un número conmensurable N, para que su logaritmo en el sistema de Briggs, sea conmensurable.

Logaritmos de las potencias de 10, y de las potencias de $\frac{1}{10}$ en este sistema.

Logaritmos inconmensurables.

Característica. Mantisa.

Si un número se multiplica ó se divide por la unidad seguida de ceros, la mantisa de su logaritmo no varía; pero la característica se aumenta ó disminuye en tantas unidades, como ceros siguen á la unidad.

Corolario. La mantisa del logaritmo de un decimal, no varía aunque se corra la coma uno ó más lugares hácia la derecha ó hácia la izquierda; pero la característica aumenta ó disminuye respectivamente tantas unidades como lugares se corre la coma.

Tablas de logaritmos.

Construccion de las tablas ordinarias.

Regla para calcular el logaritmo de un número entero, con ménos error de una unidad fraccionaria.

Conocido el logaritmo de un número en un sistema, determinar el logaritmo del mismo número en otro sistema. Módulo.

Disposicion y usos de las tablas de logaritmos.

Problema 1.º Dado un número, hallar su logaritmo por medio de las tablas.

Reglas para resolver al problema en los diferentes casos que pueden ocurrir.

Problema 2.º Dado un logaritmo, hallar su número correspondiente por medio de las tablas.

Reglas para resolver este problema en los diferentes casos que pueden ocurrir.

Complemento aritmético de un número.

Complemento logarítmico.

Complemento á cero de un logaritmo.

Aplicacion de los complementos logarítmicos, para simplificar el cálculo.

Ecuaciones exponenciales.

Resolucion de las ecuaciones $a^{x}=b$, y $a^{b^{c-k^{x}}}=M$.

66.ª

Cantidades proporcionales.

Preliminares. ¿Cuándo una cantidad es dependiente de otra?

Cantidades directamente proporcionales.

Cantidades inversamente proporcionales.

Si dos cantidades A y B son directamente proporcionales, los valores particulares de A, a y a_1 y sus correspondientes respectivos de B, b, y b_1 forman la proporcion $\frac{a}{a_1}=\frac{b}{b_1}$.

Si dos cantidades A y B son inversamente proporcionales, los valores particulares de A, a a_1; los correspondientes respectivos de B, b b_1 forman la proporcion $\frac{a}{a_1} = \frac{b_1}{b}$.

67.ª

REGLA DE TRES.

Regla de tres simple.
Regla de tres compuesta.
Procedimiento para aplicar la regla de tres simple.
Método de reduccion á la unidad.
Procedimiento para aplicar la regla de tres compuesta.
Método de reduccion á la unidad.

68.ª

REGLA DE INTERÉS.

Interés. Rédito ó tanto por ciento.
Interés simple.
Fórmulas para resolver las cuestiones de interés simple.
Interés compuesto.
Fórmulas que resuelven las cuestiones de interés compuesto.
Anualidades.
¿Qué se entiende por anualidad?
Fórmulas para resolver las cuestiones sobre anualidades.
Rentas vitalicias.
¿Qué se entiende por rentas vitalicias?
Fórmula para resolver las cuestiones sobre rentas vitalicias.

69.ª

Descuento.
¿Qué se entiende por descuento de una letra?
Valor nominal y valor real de una letra.

Descuento comercial.
Descuento racional.
Fórmulas para calcular el valor real de una letra.

70.ª

Repartimientos proporcionales.

Problema. Dividir un número N, en partes proporcionales á los números *a, b, c.*
Regla de compañía.
Cuestiones que se resuelven por la regla de compañía.

71.ª

Regla de aligacion.

Problema 1.º Conociendo el precio y la cantidad de cada una de las especies que entran en una mezcla, hallar el precio de ésta.
Regla para resolverlo.
Problema 2.º Conociendo el precio de las especies que se han de mezclar, determinar la cantidad que debe entrar de cada especie, para que la mezcla tenga un precio medio dado.
Regla para resolverlo.

Regla conjunta.

Problema. Dado un número concreto, hallar su equivalente de otra especie dada, por medio de equivalencias conocidas que liguen la especie del número dado, y la especie del que se busca.
Teorema. Si tenemos dos ó más equivalencias tales, que el segundo miembro de cada una es de la misma especie que el primero de la siguiente; y las multiplicamos ordenadamente, resultará otra equivalencia cuyo primer miembro será de la especie primera, y el segundo de la última.
Regla para aplicar la regla conjunta.