ELEMENTOS

DE

MATEMÁTICAS

POR

D. VICENTE RUBIO Y DIAZ,

Licenciado en Ciencias Exactas,
Director y Catedrático por oposicion del Instituto de Cádiz,
Catedrático de Ampliacion de Física en la Facultad de Ciencias agregada á la de Medicina,
Académico de número de la de Bellas Artes de Cádiz, Corresponsal
de la Real de Buenas Letras de Sevilla,
&c.

ARITMÉTICA Y ALGEBRA.

PROGRAMA.

[2.ª EDICION]

CÁDIZ.

IMPRENTA DE LA REVISTA MÉDICA.
CALLE DE LA BOMBA, NÚMERO 1.
1875.

ELEMENTOS DE MATEMÀTICAS.

TOMO I.

ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA.

PROGRAMA.

[2.ª EDICION]

ELEMENTOS

DE

MATEMÁTICAS

POR

D. VICENTE RUBIO Y DIAZ,

LICENCIADO EN CIENCIAS EXACTAS,
DIRECTOR Y CATEDRÁTICO POR OPOSICION DEL INSTITUTO DE CÁDIZ,
CATEDRÁTICO DE AMPLIACION DE FÍSICA DE LA FACULTAD DE CIENCIAS AGREGADA Á LA DE MEDICINA, ACADÉMICO DE NÚMERO DE LA DE BELLAS ARTES DE CÁDIZ, CORRESPONSAL DE LA REAL DE BUENAS LETRAS DE SEVILLA,
&c.

ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA.

PROGRAMA.

[2.ª EDICION]

CADIZ

IMPRENTA DE LA REVISTA MÉDICA, DE D. FEDERICO JOLY.
CALLE DE LA BOMBA, N.º 1.

1875

ADVERTENCIA.

En este *Programa* van insertas todas las proposiciones del texto (teoremas, problemas, corolarios, &c.), siendo un cuadro fiel y detallado de la *Aritmética* y *Algebra* á que se refiere.

Mi objeto ha sido satisfacer las importantes necesidades siguientes:

1.ª Que tenga el alumno un medio sencillo de recordar, una vez estudiada cada leccion, las teorías que han de ser objeto de cada conferencia.

2.ª Que le pueda servir para la preparacion de prueba de curso y de ejercicios de grado.

3.ª Que lo tenga á la vista en clase para seguir ordenadamente las explicaciones del Catedrático y para contestar si fuese preguntado.

4.ª Por último, que los Profesores pueden servirse de él en las conferencias, siguiendo el mismo órden del libro, y sin necesidad de tener este á la vista, lo que siempre es molesto.

Como puede observarse, se expresan en este *Programa*, con la claridad posible, todas las ideas que el texto abraza, cuyo desarrollo está en el mismo, y ha de ser el objeto de las explicaciones de los Catedráticos y de las conferencias y ejercicios de los alumnos.

PROGRAMA
DE
ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA.

INTRODUCCION
AL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS.

Magnitud.—Cantidad matemática.—Unidad.—Número.—Unidad matemática y unidad filosófica.—Extension.—Definicion de las Matemáticas.—Division de las Matemáticas en puras, mixtas, elementales y superiores.—Axiomas.

ARITMÉTICA.

SECCION PRIMERA.
NÚMEROS ENTEROS.

LIBRO I.
EXPRESION DE LOS NÚMEROS ENTEROS.

Capítulo I. **Nociones preliminares.**—Definicion de la Aritmética.—Número abstracto, concreto, entero, fraccionario, incomensurable, homogéneo y heterogéneo.—Distintas maneras de operar con los números.

Capítulo II. **Numeracion hablada.**—Definicion de lo que se llama sistema de numeracion.—Formacion ó generacion de los números enteros por agregaciones sucesivas de la unidad entera.—Exposicion del sistema de numeracion decimal.—Palabras distintas de este sistema.—Convenciones en que se funda.

CAPÍTULO III. **Numeracion escrita**.—Cifras ó guarismos.—Convenciones del sistema de la numeracion escrita.—Valores absoluto y relativo de las cifras. 1.^{er} PROBLEMA: enunciado un número entero, escribirlo: regla que se deduce.—2.º PROBLEMA: escrito un número, leerlo: regla que se deduce.

CAPÍTULO IV. **Observaciones relativas á la expresion de los números enteros.**—Idea general acerca de los sistemas de numeracion.—Numeracion romana: convenciones de este sistema.

LIBRO II.

CÁLCULO DE LOS NÚMEROS ENTEROS.

—

CAPÍTULO I. **Nociones preliminares.**—Definicion del cálculo aritmético.—Division en dos grupos de las operaciones aritméticas.— Operaciones de composicion.—Operaciones de descomposicion.—Las operaciones pueden dar orígen á la formacion ó generacion de todos los números.

CAPÍTULO II. **Suma ó adicion.**—Definicion de la suma: signo de esta operacion.—Signo de igualdad de dos cantidades.—Consecuencias inmediatas de la definicion de la suma.—La suma podria efectuarse por agregaciones sucesivas de la unidad.—Principio en que se funda la manera abreviada de hacer esta operacion.—Tabla para sumar.—Regla práctica para sumar dos números cualesquiera.—Ejemplo analítico.—Disposicion práctica.—Observaciones acerca de esta.—Definicion de la prueba de una operacion cualquiera.—Prueba de la suma.

CAPÍTULO III. **Resta ó sustraccion**.—Definir esta operacion: minuendo, sustraendo y resto, resíduo ó diferencia.—Consecuencias inmediatas de la definicion.—Signo de la sustraccion.—La resta podria efectuarse rebajando una á una del minuendo las unidades del sustraendo.—

Principio en que se funda la manera abreviada de hacer esta operacion.—Regla práctica.—Ejemplo analítico.—Disposicion práctica; observaciones acerca de ésta.—Prueba de la sustraccion.—Medio de indicar que de un número ha de restarse la suma de otros varios, y de significar que la sustraccion está verificada.—Significacion por medio de letras: fórmula.—Complemento aritmético: medio sencillo de hallarlo y uso.—Regla práctica para restar dos números por medio de sus complementos.

Capítulo IV. **Multiplicacion.** — Definir esta operacion.—Multiplicando, multiplicador, producto y factores de éste.—Signos de la operacion.—Probar que la multiplicacion es un caso particular de la suma.—Consecuencias inmediatas de la definicion de multiplicar.—Teorema. El que se invierta el órden de los factores no altera el producto de dos números enteros.—Casos que pueden ocurrir en la multiplicacion de números enteros.—Tabla Pitagórica y su uso.—Principios en que se funda la multiplicacion de dos números compuestos: regla práctica: ejemplo analítico.—Casos particulares y su disposicion práctica.—Prueba de la multiplicacion.—En la multiplicacion, cada producto parcial es un número entero de unidades del mismo órden que el de la cifra que ha servido de multiplicador.—Teorema. Todo producto de dos números se compone de tantas cifras como tienen ambos factores, ó una menos.—Signos de desigualdad entre dos cantidades.—Teorema.—En toda multiplicacion, el producto que resulta de multiplicar el multiplicando por todas las cifras del multiplicador menos la de órden superior, es menor que el número de unidades que representa el multiplicando y de igual órden al de la cifra suprimida del multiplicador.—Teorema. Si se multiplica uno de los dos factores de un producto, éste quedará multiplicado.—Corolario. Si se multiplican los dos factores de un producto, éste quedará multiplicado por ambos nuevos factores.—Expresion indicada del producto de varios factores.—Teorema. El producto de varios factores no altera, cualquiera que sea el órden en que se ejecuten las multiplicaciones.—Teorema. El producto de varios factores queda multiplicado si se multiplica uno cualquiera de los factores.—Teorema. Para multiplicar una suma indicada por un número entero, basta multiplicar cada uno de los sumandos por dicho número y sumar los productos parciales.—Corolario. Para multiplicar una suma indicada por otra suma indicada, basta multiplicar todo el multiplicando por cada uno de los sumandos del multiplicador y sumar estos productos parciales.—Teorema. Para multiplicar una diferencia indicada por un número entero, basta multiplicar el minuendo y sustraendo por dicho número, restando estos productos parciales.—Traduccion de estas propiedades en fórmulas.

Capítulo V. **Division de los números enteros.**—Definir esta operacion.—Dividendo, divisor, cociente.—Consecuencias inmediatas de la definicion.—La division puede hacerse por sustracciones sucesivas.—Division exacta, division incompleta: resíduo.—Signos de la division.—Número de cifras que tendrá el cociente; regla práctica.—Principios en que se funda la division de dos números cualesquiera: ejemplo analítico. — Disposicion práctica.—Regla práctica para dividir dos números enteros cualesquiera.—Prueba de la division.—Teorema. Para dividir un producto por cualquier número, basta dividir uno de los factores.—Para dividir un número por el producto de varios factores, puede dividirse sucesivamente por cada uno de estos factores.—Teorema. Para dividir la suma indicada de varios números por otro, basta dividir cada uno de los sumandos y sumar los cocientes parciales.—Teorema. Para dividir un resto indicado de dos números por otro número, puede dividirse el minuendo y el sustraendo y restarse los cocientes parciales.—Teorema. En toda division si se multiplica ó divide el dividendo por un número, el cociente queda multiplicado ó dividido respectivamente por el mismo número.—Teorema. En toda division si se multiplica ó divide el divisor, el cociente se divide ó se multiplica respectivamente por el mismo número.—Teorema. Si dividendo y divisor de una division inexacta se multiplican ó dividen por un mismo número, el cociente no altera, pero el resíduo queda multiplicado ó dividido respectivamente por el mismo número.—Division de dos números cuando terminan en ceros.

Capítulo VI. **Elevacion à potencias**.—Definicion: base y exponente.—Cuadrado y cubo de un número.—Primera potencia de un número.—Consecuencias inmediatas de la definicion.—Teorema. El cuadrado de la suma indicada de dos números, es igual al cuadrado del primero, mas el doble del producto del primero por el segundo, mas el cuadrado del segundo.—Corolario. La diferencia entre los cuadrados de dos números consecutivos, es igual al duplo del menor mas la unidad.—Teorema. El cubo de la suma indicada de dos números enteros, es igual al cubo del primero, mas el triplo del cuadrado del primero por el segundo, mas el triplo del primero por el cuadrado del segundo, mas el cubo del segundo.—Corolario. La diferencia de los cubos de dos números consecutivos, es igual al triplo del cuadrado del menor, mas el triplo del menor, mas la unidad.—Teorema. Para elevar á potencia un producto, se eleva á dicha potencia á cada uno de sus factores.—Número de cifras que debe tener una potencia.

Capítulo VII. **Extraccion de raices**.—Definicion de la raiz de un número: índice de la raiz.—Raiz cuadrada; raiz cúbica.—Signo radical.—Extraccion de la raiz cuadrada de los números comprendidos entre 1 y 100.—Raiz exacta, raiz entera.—Extraccion de la raiz cuadrada de un número compuesto de tres ó cuatro cifras: ejemplo analítico.—Medio de comprobar la cifra de las unidades de la raiz.—Raiz cuadrada de un número compuesto de cinco ó de seis cifras.—Regla práctica para la extraccion de la raiz cuadrada de un número entero cualquiera.—Si la cifra de las unidades de un número es 2, 3, 7 ú 8, este número no puede ser cuadrado perfecto.—Raiz cúbica de los números menores que 1000.—Extraccion de la raiz cúbica de un número compuesto de cuatro, cinco ó seis cifras: ejemplo analítico.—Extraccion de la raiz cúbica de un número cualquiera: regla práctica.—Teorema. La raiz de un producto, es igual al producto de las raices de sus factores.—Prueba de la extraccion de raiz.

Capítulo VIII. **Consideraciones generales acerca de las operaciones**.—Todo número puede considerarse como una suma, un producto, una potencia, una diferencia, un cociente, ó una raiz.—Las seis operaciones fundamentales se reducen á dos.—Objeto final de las operaciones numéricas.—El sistema de numeracion está fundado en las operaciones numéricas de suma, multiplicacion y elevacion á potencias.—Las operaciones se efectúan en cualquier sistema de numeracion análogo al decimal, fundándose en los mismos principios, que evidentemente no dependen del valor numérico de la base: aplicacion á un sistema cualquiera.—Problema. Dado un número escrito en un sistema cualquiera de numeracion, escribirlo en el decimal.—Problema. Escrito un número en el sistema decimal, expresarlo en otro cualquiera.

LIBRO III.

PROPIEDADES DE LOS NUMEROS ENTEROS.

Capítulo I. **Nociones preliminares**.—Números múltiplos y submúltiplos.—Número primo.—Número compuesto.—Números primos entre sí.—Máximo comun divisor de dos ó mas números.—Mínimo comun múltiplo de dos ó mas números.

Capítulo II. **Divisibilidad.**—Teorema. Si un número divide á varios, divide á la suma de ellos.—Corolario. Todo número que divide á otro, divide tambien á sus múltiplos.—Teorema. Si un número divide á otros dos, tambien divide á su diferencia.—Teorema. Si un número divide al divisor y al resíduo de una division inexacta, dividirá tambien al dividendo.—Teorema. Si un número divide al dividendo y al divisor de una division inexacta, tambien dividirá al resíduo.—Teorema. Si la cifra de las unidades de un número es cero, dicho número es divisible por 10.—Teorema. Un número es divisible por 100, 1000, ó en general, por una potencia de 10, si tiene tantos ceros á la derecha como unidades el exponente de la potencia.—Número par y número impar.—Teorema. Todo número es divisible por 2, si la cifra de sus unidades es cero ó par.—Teorema. Todo número es divisible por 5, si la cifra de sus unidades es cero ó es 5.—Corolario. El resto de la division de un número por 2 ó por 5, es el mismo de la division de sus unidades simples por 2 ó por 5.—Teorema. Todo número es divisible por 4, si las dos primeras cifras de la derecha son ceros ó expresan un múltiplo de 4.—Teorema. Todo número es divisible por 25, si sus dos primeras cifras de la derecha son ceros, ó son divisibles por 25.—Corolario. El resto de la division de un número por 4 ó por 25, es el mismo de la division de sus dos primeras cifras de la derecha por 4 ó por 25.—Teorema. Todo número es divisible por 9, si la suma de los valores absolutos de sus cifras es divisible por 9.—Corolario 1.º El resto de la division de un número por 9, es el mismo de la division de la suma de los valores absolutos de sus cifras por 9.—Coro-

LARIO 2.° Si se permutan las cifras de un número cualquiera, la diferencia entre dos números cualesquiera de los que así resultan, es siempre un múltiplo de 9.—TEOREMA. Todo número es divisible por 3, si la suma de los valores absolutos de sus cifras es divisible por 3.—COROLARIO. El resto de la division de un número por 3, es el mismo de la division de la suma de los valores absolutos de sus cifras por 3.—TEOREMA. Un número es divisible por 11, si la diferencia entre la suma de sus cifras de lugar impar, y la suma de sus cifras de lugar par, es cero ó divisible por 11, contados estos lugares de derecha á izquierda.

CAPÍTULO III. **Máximo comun divisor.**—Si al dividir un número por otro dá cociente exacto, el menor de ellos es su *m. c. d.*—TEOREMA. El *m. c. d.* de dos números, es el mismo que el del menor de ellos, y el resto de su division.—Hallar el *m. c. d.* de dos números: ejemplo analítico: regla práctica.—TEOREMA. Si dos números se multiplican ó se dividen exactamente por otro, su *m. c. d.* resultará multiplicado ó dividido tambien por este otro. —COROLARIO. Si dos números se dividen por su *m. c. d.*, los cocientes serán primos entre sí.—TEOREMA. Todo factor ó divisor de dos números, es tambien factor de su *m. c. d.*

CAPÍTULO IV. **Números primos.**—TEOREMA. Todo número que no es primo, tiene un divisor primo.—TEOREMA. Si un número no es primo, tiene cuando menos dos factores primos.—PROBLEMA. Determinar los números primos comprendidos entre la unidad y un número cualquiera.—TEOREMA. Si un número divide al producto de dos factores y es primo con uno de ellos, divide exactamente al otro factor.—TEOREMA. Si un número primo es divisor de un producto de varios factores, es divisor por lo menos de uno de ellos.—COROLARIO. Todo número primo divisor de una potencia, es divisor de la base ó número que se halla elevado á potencia.—Teorema. Si un número es divisible por varios factores primos dos á dos, es divisible por su producto.—Teorema. Si varios números son primos entre sí, tambien lo son sus potencias.

Capítulo V. **Descomposicion de un número en factores.**—Determinar los factores simples ó primos de un número.—Teorema. Un número entero no admite dos descomposiciones distintas en factores primos.—Hallar todos los factores, primos y compuestos de un número.—Teorema. Para que un número divida á otro, es necesario que no contenga otros factores primos distintos que los de este otro, ni elevados á mayores potencias.

Capítulo VI. **Mínimo comun múltiplo.**—Teorema. Para que un número sea divisible por otro, es preciso que contenga todos los factores de este, y elevados cuando menos á la misma potencia.—Hallar el *m. c. m.* de varios números.—Teorema. Si varios números son primos entre sí, su *m. c. m.* es igual al producto de todos ellos.—Determinar el *m. c. m.* de dos números por su *m. c. d.*

Capítulo VII. **Consideraciones generales respecto à las propiedades de los números.**—La propiedad de ser un número divisible por otro, no depende del sistema de numeracion en que se halle expresado.—Los caractéres de divisibilidad dependen del sistema de numeracion en que estén expresados los números.—El *m. c. d.*, el *m. c. m.* y los factores de un número, dependen exclusivamente del conjunto de sus unidades.

Ejercicios de la *Seccion primera.*

SECCION SEGUNDA.

NÚMEROS FRACCIONARIOS.

LIBRO I.

EXPRESION DE LOS NÚMEROS FRACCIONARIOS.

CAPÍTULO I. **Nociones preliminares.**—Orígen de los números fraccionarios: cociente completo de una division inexacta.—Concepto aritmético del número fraccionario: unidad fraccionaria.—Numerador y denominador: términos del número fraccionario.—Fracciones comunes y fracciones decimales.

CAPÍTULO II. **Expresion ó numeracion de los quebrados ordinarios.**—Nomenclatura de las unidades fraccionarias.—Enunciacion de un quebrado cualquiera.—Modo de escribir los quebrados.—Fracciones homogéneas.—¿Cuándo es mayor, igual ó menor una fraccion que la unidad entera?—Quebrados propios é impropios.—Número mixto: su escritura.—¿Cómo se puede dar la forma fraccionaria á cualquier entero?—TEOREMA. Si aumenta ó disminuye el numerador de un quebrado, aumentará ó disminuirá el quebrado.—COROLARIO. Si dos ó mas quebrados tienen igual denominador, es mayor el que tenga mayor numerador.—TEOREMA. Si aumenta ó disminuye el denominador de un quebrado, disminuirá ó aumentará, respectivamente, el quebrado.—COROLARIO. Si dos ó mas quebrados tienen igual numerador, es mayor el que tenga menor denominador.—TEOREMA. Si el numerador de un quebrado se multiplica ó divide, el quebrado resultará multiplicado ó dividido respectivamente por el mismo número.—TEOREMA. Si el denominador de un quebrado se multiplica ó se divide, el quebrado resultará dividido ó multiplicado por el mismo número.—TEOREMA. El valor numérico de un quebrado no se altera aunque se multipliquen sus dos términos por un mismo número, ó se dividan uno y otro por un mismo divisor. —Un mismo quebrado puede expresarse de muchos modos.—Simplificacion de quebrados.—Quebrado irreducible: condicion que han de tener sus términos.

CAPÍTULO III. **Expresion de los quebrados decimales.** Definicion de estos quebrados.—Nombres de las distintas unidades decimales.—Expresion gráfica de los decimales.—PROBLEMA. 1.º Enunciada una cantidad decimal, escribirla.—PROBLEMA 2.º Escrito un número decimal, leerlo.—TEOREMA. Si á la derecha de un número decimal se colocan uno ó mas ceros, el valor de dicho número no se altera.—COROLARIO 1.º Si un número decimal termina en ceros, no varía suprimiendo los ceros. —COROLARIO 2.º Para reducir varios números decimales á una denominacion comun, se igualan con ceros á la derecha las cifras decimales de todos ellos.—TEOREMA. Si en un número decimal se traslada la coma á uno ó mas lugares á la derecha, dicho número queda multiplicado por la unidad seguida de tantos ceros como lugares se haya trasladado.—COROLARIO. Si en un número decimal se traslada la coma uno ó mas lugares á la izquierda, dicho número queda dividido por la unidad seguida de tantos ceros como lugares se haya trasladado.

CAPÍTULO IV. **Observaciones acerca de la expresion de los números fraccionarios.**—Un número fraccionario puede admitir muchas formas de expresion, y entre todas estas hay una mas sencilla que las demás.—¿De qué depende esta propiedad en la expresion de los números fraccionarios, y por qué un entero no puede admitir mas que una forma de expresion?

LIBRO II.

CÁLCULO DE LOS NUMEROS FRACCIONARIOS.

CAPÍTULO I. **Nociones preliminares**.—Operaciones que pueden hacerse con los números fraccionarios.— Definicion y objeto de estas operaciones.—Operaciones con los números decimales.

Capítulo II. **Suma ó adicion.**—Suma de varias fracciones que tienen el mismo denominador.—Suma de fracciones que tienen desiguales denominadores.—Reduccion de fracciones á un comun denominador. — Suma de los números mixtos.—Suma de los números decimales.

Capítulo III. **Resta ó sustraccion.** — Sustraccion de dos quebrados de iguales denominadores. — Sustraccion de dos quebrados que tienen desiguales denominadores. —Resta de un quebrado y un entero.—Resta de dos números mixtos.—Sustraccion de números decimales.

Capítulo IV. **Multiplicacion.**—Multiplicacion de dos quebrados entre sí.—Multiplicacion de un entero por un quebrado, ó de un quebrado por un entero.—Multiplicacion de números mixtos.—Producto de varias fracciones. —Quebrado de quebrado.— Teorema. Un producto de enteros y quebrados ó de quebrados solos, no varía, aunque se altere el órden de los factores. — Multiplicacion de fracciones decimales.

Capítulo V. **Division.**—Division de un quebrado por otro quebrado.—Division de un quebrado por un entero; de un número entero por un quebrado, y de dos números mixtos.—Division de un número decimal por un entero.—Division de un número entero ó decimal por otro decimal.—Cociente aproximado de dos números hasta una unidad decimal dada.

Capítulo VI. **Elevacion á potencias.**—Elevacion á potencias de una fraccion cualquiera.—Elevacion á potencias de un número mixto.—Elevacion á potencias de un número decimal. — Cuadrado y cubo de la suma de dos números fraccionarios.

Capítulo VII. **Extraccion de raices.**— Regla general para la extraccion de la raiz de un grado cualquiera de un quebrado.—Raiz cuadrada de una fraccion: 1.º cuando sus dos términos son cuadrados perfectos: 2.º cuando el denominador es cuadrado perfecto y no lo es el denominador: 3.º cuando ninguno de los dos términos es cuadrado perfecto.—Raiz cuadrada aproximada en menos de una unidad cualquiera fraccionaria. — Regla práctica. —Extraccion de la raiz cúbica de los números fraccionarios en los cuatro casos que pueden ocurrir, y que son iguales á los que acabamos de indicar para la raiz cuadrada. — Raiz cúbica de un número aproximada hasta una unidad fraccionaria cualquiera: regla práctica.—Raiz cuadrada de los números decimales.—Raiz cúbica de los decimales.—Raices cuadrada y cúbica de los números decimales, aproximadas hasta una unidad decimal dada.

CAPÍTULO VIII. **Consideraciones relativas al càlculo de los números fraccionarios.**—El cálculo de los fraccionarios se funda en los mismos principios, cualquiera que sea el sistema de numeracion y se ejecuta segun las mismas reglas que en el decimal.—Operaciones con los quebrados en otro sistema que el decimal.—El cálculo de las fracciones decimales se efectua de igual modo para las fracciones análogas en otros sistemas, siendo fracciones análogas aquellas que crecen ó decrecen segun las potencias de la base.

LIBRO III.

PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS FRACCIONARIOS.

—

CAPÍTULO I. **Nociones preliminares.**— ¿Qué objeto tiene la transformacion de fracciones ordinarias en decimales y al contrario?—Fracciones decimales exactas, periódicas puras y periódicas mixtas.—Igualdades fraccionarias.

CAPÍTULO II. **Reduccion de un quebrado ordinario á decimal.**—Método general de reduccion.—TEOREMA. La fraccion decimal equivalente á cualquier fraccion ordinaria, es necesariamente exacta ó periódica.—Teorema. Un quebrado irreducible: 1.° Puede convertirse en fraccion decimal exacta si su denominador no tiene mas factores primos que 2 y 5, ó uno de ellos solamente. 2.° Se convertirá en fraccion periódica si su denominador tiene otros factores primos. Fraccion generatriz.

Capítulo III. **Reduccion de un número decimal à quebrado ordinario.**—Reduccion de una fraccion exacta á quebrado ordinario.—Fraccion generatriz de una decimal periódica pura: regla práctica.—Id. id. de una periódica mixta: regla práctica.—Teorema. El numerador de la fraccion generatriz de una decimal periódica mixta no puede terminar en cero.—Corolario. El numerador de la fraccion generatriz de una decimal periódica mixta, nunca es múltiplo de 2 y 5.—Teorema. Si el denominador de un quebrado irreducible no tiene ningun factor 2 ni 5, este quebrado convertido en decimal dará una fraccion periódica pura.—Teorema. Si el denominador de un quebrado irreducible tiene además de otros factores primos el 2 ó el 5, este quebrado reducido á decimal se convertirá en fraccion periódica mixta.

Capítulo IV. **Igualdades fraccionarias.**—Razon ó relacion de un número á otro.—Razones inversas.—Igualdad fraccionaria ó proporcion geométrica.—Términos de la igualdad fraccionaria.—Teorema. En toda igualdad fraccionaria, son iguales los productos de los términos opuestos.—Corolario. Un término cualquiera de una igualdad fraccionaria, es el cociente de dividir por su opuesto el producto de los otros dos.—Caso en que la igualdad fraccionaria tiene dos términos opuestos iguales.—Teorema. Si el producto de dos números es igual al producto de otros dos, con los cuatro se puede formar una igualdad fraccionaria, cuyos términos opuestos son los factores de un mismo producto.—Corolario. Toda igualdad fraccionaria puede transformarse de cualquier modo, sin que deje de existir igualdad, siempre que los productos de los términos opuestos sean iguales.—Teorema. Una igualdad fraccionaria no deja de serlo, aunque se multipliquen ó dividan por un mismo número los términos de una misma razon, ó los dos términos de lugar impar, ó los de lugar par.—Teorema. Los cuatro términos de una igualdad fraccionaria pueden multiplicarse ó dividirse por un mismo número, ó elevarse á una misma potencia, ó extraerles la raiz de un mismo grado, sin que deje de existir igualdad fraccionaria. — Teorema. Multiplicando ordenadamente varias igualdades fraccionarias, resulta otra igualdad fraccionaria.—Teorema. Si dos igualdades fraccionarias tienen una razon igual, las otras dos razones forman igualdad fraccionaria. — Teorema. En toda igualdad fraccionaria, la suma ó diferencia de los dos términos de cada razon, forman con los del mismo nombre razones iguales.—Corolario. En toda igualdad fraccionaria la suma de los dos términos de cada razon, forman razones iguales con las diferencias de los mismos términos.—Série fraccionaria.—Teorema. En toda série fraccionaria la relacion entre la suma de todos los numeradores y la suma de todos los denominadores, es igual á la razon ó relacion de la série.

Capítulo V. **Observaciones relativas à las propiedades de los números fraccionarios.** — En cualquier sistema de numeracion un quebrado ordinario se reduce á fraccion equivalente de una denominacion que sea potencia de la base del sistema, por igual procedimiento que se reduce á fraccion decimal en este sistema. — La formacion de las fracciones generatrices obedecen á la misma ley en todos los sistemas.—Las propiedades de las igualdades fraccionarias, no dependen del valor de cada uno de sus términos, ni del sistema de numeracion en que se hallen expresadas.

Ejercicios de la *Seccion Segunda.*

SECCION TERCERA.

NÚMEROS INCOMENSURABLES.

LIBRO I.

EXPRESION DE LOS NÚMEROS INCOMENSURABLES.

Capítulo I. **Nociones preliminares.**—La comparacion material ó práctica de dos cantidades homogéneas, nunca ha podido ser orígen de la idea de incomensurabilidad.—Teorema. Si la raiz de un grado cualquiera de un número entero ó fraccionario, no es respectivamente otro número entero ó fraccionario, será incomensurable.—Números irracionales.

Capítulo II. **Expresion aproximada de los números incomensurables.**—Cantidad variable y cantidad constante.—Límite de una cantidad variable: límite superior é inferior. — Aproximacion por exceso y por defecto.—Error absoluto y error relativo.—El valor exacto es siempre igual á la suma del valor aproximado y el error absoluto, ó al cociente de dividir este por el error relativo. —Diferencia que existe entre las fracciones periódicas y las raices incomensurables, respecto á su expresion numérica.

Capítulo III. **Observaciones relativas á la expresion de los números incomensurables.** — Los números incomensurables en el concepto de ser valores cuantitativos de las magnitudes, tienen siempre existencia real.—Una misma cantidad expresada numéricamente puede ser entera, fraccionaria ó incomensurable.—Los valores incomensurables se expresan aproximadamente, y en las cuestiones prácticas estos valores pueden considerarse como exactos.

LIBRO II.

CÁLCULO DE LOS NÚMEROS INCOMENSURABLES.

—

Capítulo I. **Nociones preliminares**.— Los valores de los números incomensurables se indican aproximadamente por números comensurables y con estos se ejecutan las operaciones.—En general se expresan estos valores en fracciones decimales.

Capítulo II. **Operaciones con los números incomensurables**.—Suma ó adicion.—Resta ó sustraccion.—Multiplicacion de un número incomensurable por otro comensurable, de un número comensurable por otro incomensurable, y de dos incomensurables entre sí. — Division de números incomensurables. — Elevacion á potencias.—Extraccion de raices.

Capítulo III. **Errores en el càlculo de los números aproximados**.—Límite del error, por exceso ó defecto, de una cantidad decimal de un número indefinido de cifras. —Teorema 1.º El error absoluto de una suma es igual á la suma de los errores de los sumandos, si estos se han aproximado en un mismo sentido. 2.º Dicho error es igual á la diferencia entre los errores en un sentido y en otro, si se han aproximado los valores de los sumandos, unos por exceso y otros por defecto.—Corolario. Si una suma tiene p número de sumandos, el error absoluto que se comete, es siempre menor que el error absoluto del sumando que lo tenga mayor multiplicado por p. — Teorema. El error absoluto del resíduo de dos números aproximados en sentidos opuestos, es la suma de los errores de los datos y será la diferencia si ambos están aproximados por exceso ó por defecto.—Teorema. El error absoluto de un producto aproximado por exceso, es igual al producto de los errores de los datos, mas el producto del error de cada uno por el otro factor.—TEOREMA. El error absoluto del cociente de un número aproximado por otro exacto, es igual al error del dividendo dividido por el divisor.

LIBRO III.

PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS INCOMENSURABLES.

—

CAPÍTULO I. **Nociones preliminares.**—TEOREMA. Cualquier número incomensurable por su misma naturaleza, tiene que estar siempre comprendido entre dos números comensurables, cuya diferencia puede ser tan pequeña como se quiera.

CAPÍTULO II. **Algunas propiedades de los números incomensurables.**— TEOREMA. Un número incomensurable bajo la forma radical no varía multiplicando el índice de la raiz, con tal que se eleve el número subradical á la potencia que indica dicho factor. — TEOREMA. Un número incomensurable bajo la forma radical no varía, si á la vez que se divide el índice de la raiz por uno de sus factores, se extrae la raiz del mismo grado de la cantidad subradical.—TEOREMA. Una raiz incomensurable reducida á decimal no puede dar una fraccion periódica.—TEOREMA. Si dos cantidades variables son constantemente iguales, sus límites son iguales.

CAPÍTULO III. **Caractéres de irracionalidad.**—TEOREMA. La raiz cuadrada de un número entero es incomensurable, si dicho número es divisible por un número primo y no lo es por su cuadrado.—TEOREMA. La raiz cuadrada de un quebrado es exacta, si el producto de sus dos términos tiene raiz cuadrada exacta.—TEOREMA. La raiz cúbica de un número entero es incomensurable, si dicho número es divisible por un factor primo y no lo es por su cubo.—TEOREMA. La raiz cúbica de un quebrado es exacta, si el producto de su numerador por el cuadrado de su denominador tiene raiz cúbica exacta.

Ejercicios de la *Seccion tercera.*

SECCION CUARTA.

APLICACIONES DEL CÁLCULO ARITMÉTICO.

LIBRO I.

NÚMEROS CONCRETOS.

CAPÍTULO I. **Nociones preliminares**. — Números concretos.—Necesidad de tantas unidades concretas como especies distintas de cantidades.—Unidades principalmente usadas.—Conveniencia de adoptar varias unidades concretas de una misma especie.—Posibilidad de hacer numerables objetos cualesquiera ó conjuntos de objetos, que sean iguales en cualquier concepto.

CAPÍTULO II. **Medidas, pesas y monedas**. — Sistema legal en España.—Explicacion del sistema métrico decimal: ventajas de este sistema. — Sistema monetario. — Antiguas pesas, medidas y monedas de Castilla.

CAPÍTULO III. **Reducciones de números incomplejos à complejos y reciprocamente**.—Reduccion de un número incomplejo á una unidad inferior.— Reduccion de un número incomplejo á otra unidad superior á la que se haya referido.—Valuacion de un quebrado.—Reduccion de un número expresado en el sistema métrico decimal, á otra unidad que la expresada por el mismo.—Reduccion de un número complejo á unidades de la especie inferior. —Reduccion de un número complejo á incomplejo de cualquiera de sus especies.—Reducciones de números complejos del sistema métrico decimal, á incomplejos de cualquier especie.

CAPÍTULO IV. **Operaciones con los números incomplejos**.—Suma.—Sustraccion.—Multiplicacion.— Division. —Naturaleza de los resultados en estas operaciones.

Capítulo V. **Operaciones con los números complejos.**—Suma.—Resta ó sustraccion.—Multiplicacion de un complejo por un incomplejo, de un incomplejo por un complejo, de dos complejos entre sí: método de las partes alícuotas.—Division de un número complejo por un incomplejo, de un incomplejo por un complejo, de dos complejos entre sí.

Capítulo VI. **Números sexagesimales.**—Definicion de estos números.—Reduccion de un número sexagesimal á su última especie.—Reduccion de un sexagesimal expresado en especie inferior á especie superior.—Multiplicacion de un sexagesimal por un número abstracto.—Division de un sexagesimal por un número entero.—Multiplicacion y division abreviada de los números sexagesimales por 15.

LIBRO II.

COMPARACION DE LOS NÚMEROS.

Capítulo I. **Nociones preliminares.**—Igualdad y desigualdad.—Comparacion de los números por diferencia y por cociente.—Antecedente y consecuente.—Equidiferencias.—Proporciones geométricas ó igualdades fraccionarias.—Términos de la proporcion, extremos, medios, antecedentes y consecuentes.—Proporciones contínuas.

Capítulo II. **Del llamado principio de proporcionalidad.**—Cantidades relativas en general.—Cantidades proporcionales.—Proporcionalidad directa é inversa.—¿Qué forma tiene la traduccion aritmética de la proporcionalidad entre cuatro cantidades?—Propiedades de las proporciones.

Capítulo III. **Proporciones aritméticas ó equidiferencias.**—Teorema. En toda equidiferencia la suma de los extremos es igual á la de los medios.—Determinar un término de una equidiferencia conocidos los otros tres.—Teorema. Si la suma de dos números es igual á la suma de otros dos, con los cuatro se puede formar una equidiferencia haciendo de extremos los sumandos de una misma suma y de medios los de la otra.—Consecuencias de la definicion de las equidiferencias.

LIBRO III.

APLICACIONES DEL PRINCIPIO DE PROPORCIONALIDAD.

—

CAPÍTULO I. **Nociones preliminares.** — La proporcionalidad entre varias cantidades puede ser real ó convenida.—La proporcionalidad unas veces es directa y otras inversa.—Medios de reconocer cuando es directa y cuando es inversa.

CAPÍTULO II. **Regla de tres.**— Definicion de la regla de tres; su objeto general.—Regla de tres simple y compuesta. — Ejemplos. — Regla práctica para traducir en proporciones las cantidades directas é inversamente proporcionales.—Medio para reconocer si una cuestion puede resolverse por una regla de tres compuesta.—Modo de plantear las proporciones á que dá orígen la regla de tres compuesta. — Método de reduccion á la unidad para resolver las cuestiones que se fundan en el principio de proporcionalidad.

CAPÍTULO III. **Regla de compañia.** — Objeto de la regla de compañía. —Casos que pueden ocurrir: compañía simple y compuesta.—PROBLEMA. Dividir un número en partes proporcionales á otros números dados: regla práctica.—Resolucion de la regla de compañía simple.— Resolucion de la regla de compañía compuesta.—Otras aplicaciones del problema de particiones proporcionales.

CAPÍTULO IV. **Regla de interés.**— Interés de un capital: interés simple y compuesto. — Tanto por ciento. — Hallar el interés simple de un capital cuando el tiempo es un año.—Regla práctica para hallar el interés, el capital y el tanto por ciento, conocidas dos de estas tres cantidades.—Hallar el interés simple cuando el tiempo es distinto de un año: regla práctica.—Determinar el capital, el tanto por ciento y el tiempo, conocidas tres de las cuatro cantidades variables que entran en las cuestiones de interés, cuando el tiempo es distinto de un año.

Capítulo V. **Regla de descuento.**—Definicion de la letra de cambio.—Qué se entiende por negociacion de letras á la par, con daño y con beneficio.—A qué se llama descuento.—Definicion de los *pagarés*.—Convenios establecidos para los descuentos. Descuento *comercial* y descuento *racional*.—Deduccion de la fórmula para el descuento comercial: aplicacion de ella.—Deduccion de la fórmula para el descuento racional y aplicacion de ella.

Capítulo VI. **Regla de aligacion.**—Definicion: regla de aligacion directa é inversa.—Medio de resolver las cuestiones de aligacion directa: aplicaciones.—Medio de resolver las cuestiones de aligacion inversa: observacion acerca de la indeterminacion de los valores.—Aplicaciones á ejemplos.

Capítulo VII. **Regla conjunta.**—Regla conjunta; su objeto.—Equivalencias.—Teorema. Si se multiplican ordenadamente varias equivalencias, tales que el primer miembro de cada una sea de la misma especie que el segundo de la anterior, resultará otra equivalencia cuyo primer miembro será de la especie primera y el segundo de la última.—Resolucion de la regla conjunta.—Cambio directo é indirecto entre dos plazas mercantiles.—Resolucion de las cuestiones de cambio directo.—Resolucion de las cuestiones de cambio indirecto.

Ejercicios de la *Seccion cuarta*.

ÁLGEBRA.

PRELIMINARES.—Definicion del Algebra: signos representativos de la cantidad.—Diferencias esenciales entre el Algebra y la Aritmética.—Cantidades positivas y negativas.—Cero absoluto y cero límite.—Toda cantidad negativa es menor que cero: de dos cantidades negativas es mayor la que tiene menor valor absoluto.—Coeficiente y exponente.—Cantidad literal: término: monomio, binomio, trinomio, &c., y polinomio, en general.—Elementos que pueden considerarse en un término.—Términos semejantes.—Cantidades de forma entera: grado de un término: grado de un polinomio: polinomio homogéneo. —Valor numérico de un polinomio.—¿Cuándo se dice que una cantidad está en funcion de otra?

SECCION PRIMERA.

CÁLCULO ALGEBRÁICO.

LIBRO I.

CANTIDADES DE FORMA ENTERA.

CAPÍTULO I. **Nociones preliminares.** — Operaciones que constituyen el cálculo algebráico.—Diferencia entre las operaciones aritméticas y algebráicas.

CAPÍTULO II. **Adicion de las cantidades algebràicas de forma entera.**— Diferencia esencial entre la suma aritmética y la suma algebráica.—Suma de dos cantidades positivas, de dos cantidades negativas, y de una positiva con una negativa.—Suma de monomios: reduccion y destruccion de términos semejantes.—Suma de polinomios.

Capítulo III. **Sustraccion de las cantidades literales enteras.**—Definicion de la diferencia algebráica.—Regla general de la sustraccion de cantidades algebráicas y su demostracion.—Medio de indicar el cambio de signo de uno ó más términos de una cantidad algebráica, sin que esta se altere.—Distintas significaciones de los signos + y —.

Capítulo IV. **Multiplicacion de las cantidades de forma entera.**—Definicion de la multiplicacion algebráica. —Deduccion del signo del producto del de los factores, atendiendo á la definicion.—Signo del producto de varios factores negativos.—Multiplicacion de monomios: regla práctica. — Multiplicacion de polinomios: regla práctica.—Qué se entiende por ordenar un polinomio: letra ordenatriz.—El producto de dos polinomios homogéneos es otro polinomio homogéneo, cuyo grado es la suma de los grados de los factores.—El número de términos del producto, antes de la reduccion, está expresado por el número de términos del multiplicando multiplicado por el número de términos del multiplicador.—Si ninguno de los dos factores es cero, nunca podrán destruirse dos términos del producto.—La suma de dos números multiplicada por su diferencia es igual á la diferencia de sus cuadrados.

Capítulo V. **Division de las cantidades de forma entera.**—Objeto de la division en Algebra: signo del cociente.—Division de un monomio por otro monomio.—Significacion del exponente cero y del exponente negativo.—¿Cuándo será divisible un monomio por otro?—Division de un polinomio por un monomio: regla práctica.—¿Cuándo será divisible un polinomio por un monomio?—Division de un polinomio por otro: regla práctica: caso en que el divisor no contiene alguna letra del dividendo.—Division de un monomio por un polinomio. —Teorema. Si se divide un polinomio ordenado por las potencias decrecientes de una letra x, por el binomio $x-a$, el cociente de esta division será el mismo polinomio sustituida la letra ó factor a en vez de x.—COROLARIO. Si en un polinomio ordenado con respecto á una letra x, se sustituye en vez de ella una cantidad a que reduzca á cero dicho polinomio, este será divisible por $x-a$.—TEOREMA. Si un polinomio ordenado por las potencias de una letra cualquiera x es divisible por $x-a$, y se sustituye a en vez de x en dicho polinomio este se reduce á cero.—COROLARIO. La diferencia de dos potencias iguales y positivas de dos cantidades, es divisible por la diferencia de dichas cantidades.

CAPÍTULO VI. **Elevacion à potencias de las cantidades literales enteras.**—Signos de las potencias segun el de la cantidad y el exponente de las potencias.—TEOREMA. Para elevar una potencia indicada á otra potencia indicada, se multiplican entre sí sus exponentes.—TEOREMA. Para elevar un producto á una potencia, basta elevar cada uno de los factores.—Elevacion á potencias de un monomio.—Cuadrado de un polinomio.—Cubo de un polinomio.

CAPÍTULO VII. Definicion de la raiz de un grado cualquiera de una cantidad.—Signos de la raiz: cantidades imaginarias.—TEOREMA. Para extraer una raiz de una potencia, cuyo exponente es divisible por el índice de la raiz, se efectúa la division.—TEOREMA. La raiz de un producto, es igual al producto de las raices del mismo grado de sus factores.—Extraccion de raices de un monomio.—Extraccion de la raiz cuadrada de los polinomios: regla práctica.—Ningun binomio puede ser cuadrado perfecto.—Condiciones para que un trinomio sea cuadrado perfecto, y regla para hallar su raiz cuadrada.

CAPÍTULO VIII. **Consideraciones generales respecto al càlculo de las cantidades de forma entera.**—Equivalencia de los valores numéricos en las transformaciones del cálculo literal.—Las expresiones de forma entera, no suponen que sus valores numéricos sean enteros.—En las expresiones algebráicas se expresan únicamente las operaciones que hay que ejecutar para obtener el valor numérico.

LIBRO II.

CANTIDADES DE FORMA FRACCIONARIA.

Capítulo I. **Nociones preliminares.**—Definicion de la cantidad fraccionaria literal.—Teorema. Una cantidad fraccionaria no altera su valor aunque se multipliquen ó dividan sus dos términos por una misma cantidad: consecuencias de este teorema.

Capítulo II. **Operaciones con las cantidades literales de forma fraccionaria.**—Suma ó adicion.—Resta ó sustraccion.—Multiplicacion.—Division.—Elevacion á potencias.—Extraccion de raices.

Capítulo III. **Cálculo de las cantidades fraccionarias bajo la forma entera.**—Significacion general del exponente negativo.—Suma y resta.—Multiplicacion.—Division.—Elevacion á potencias.—Extraccion de raices.

Capítulo IV. **Consideraciones generales relativas al càlculo de las cantidades literales fraccionarias.**—Diferencia esencial entre la fraccion aritmética y la algebráica.—Cómo puede dársele la forma entera á una expresion fraccionaria.

LIBRO III.

CANTIDADES RADICALES.

Capítulo I. **Nociones preliminares.**—Definicion de la cantidad radical.—Coeficiente de una cantidad radical. —Radicales homogéneos y radicales semejantes.—Teorema. El valor de una cantidad radical no varía, multiplicando ó dividiendo por un mismo número el índice del radical y el exponente de la cantidad subradical.—Simplificacion de radicales.—Reduccion de varios radicales á un comun índice.

Capítulo II. **Operaciones con las cantidades radicales.**—Suma ó adicion.—Resta ó sustraccion.—Multiplicacion.—Division.—Elevacion á potencias.—Extraccion de raices.—Cantidades radicales conjugadas.—Suma, resta, multiplicacion y division de dos cantidades radicales conjugadas.

Capítulo III. **Càlculo de las cantidades con exponentes fraccionarios.**—Significacion de una cantidad con exponente fraccionario.—Adicion y sustraccion.—Multiplicacion.—Division.—Elevacion á potencias.—Extraccion de raices.

Capítulo IV. **Consideraciones relativas al càlculo de las cantidades radicales.**—Cantidades con exponentes incomensurables, sus valores aproximados.—Cálculo de las cantidades con exponentes radicales.

LIBRO IV.

CANTIDADES DE FORMA IMAGINARIA.

—

Capítulo I. **Nociones preliminares.**—Definicion de las cantidades imaginarias.—Toda cantidad imaginaria de segundo grado, es igual á la raiz cuadrada del valor absoluto de la cantidad subradical multiplicado por $\sqrt{-1}$.—Cantidades imaginarias positivas y negativas.

Capítulo II. **Operaciones con las cantidades de forma imaginaria.**—Cantidades imaginarias monomias.—La suma y la diferencia de dos monomios imaginarios son tambien monomios imaginarios.—Los productos y cocientes de dos monomios imaginarios son cantidades reales.—Potencias sucesivas de $\sqrt{-1}$.—Las potencias de grado par de los monomios imaginarios son reales, y las impares son imaginarias.—Las raices de cantidades imaginarias son siempre imaginarias.—Definicion de los binomios imaginarios.—La suma, resta, multiplicacion y division de los binomios imaginarios, son en general binomios imaginarios.

Capítulo III. **Algunas propiedades de los binomios imaginarios.**—*Módulo* de un binomio imaginario.—Cantidades imaginarias conjugadas.—Teorema. Una cantidad imaginaria se reduce á cero, si su módulo es cero.—Teorema. Si una cantidad de la forma $a+b\sqrt{-1}$ es cero, su módulo tambien es cero.—Teorema. El módulo del producto de dos factores imaginarios, es el producto de sus módulos.—Teorema. El módulo del cociente de dividir una cantidad imaginaria por otra, es igual al cociente de dividir el módulo del dividendo por el módulo del divisor.—Teorema. Para que un producto de varios factores imaginarios sea cero, basta que lo sea uno de sus factores.

LIBRO V.

FÓRMULA DEL BINOMIO DE NEWTON.

Capítulo I. **Preliminares.**—Definicion de las coordinaciones.—Cómo se forman las coordinaciones binarias, ternarias, &c., de varios objetos.—Fórmula general del número de coordinaciones.—Definicion de las permutaciones.—Cómo se forman las permutaciones de dos, de tres, de cuatro objetos, y en general de un número cualquiera de objetos, conocidas las que se forman con un objeto menos.—Fórmula general del número de permutaciones.—Deduccion de esta fórmula, de la que expresa las coordinaciones.—Definicion de las combinaciones ó productos distintos.—Deduccion de la fórmula general del número de combinaciones.—Medio práctico de formar las combinaciones binarias, ternarias, cuaternarias, &c.—Teorema. Las combinaciones de m letras tomadas n á n, son tantas como tomadas $m-n$ á $m-n$.

Capítulo II. **Binomio de Newton.**—Ley de formacion del producto de varios factores binomios, cuyos primeros términos son iguales, y diferentes los segundos: demostracion de esta ley.—Deduccion de la *fórmula del binomio de Newton*, de la ley anterior.—Propiedades de esta fórmula respecto á los exponentes, á los coeficientes y al número de términos.—*Término general* de esta fórmula. —Deduccion de un término cualquiera, del que le precede.—Regla práctica para desarrollar una potencia de un binomio.—Signos de los términos de la fórmula del binomio, segun los que tengan los términos de este.—¿A qué es igual la suma de todos los coeficientes?—¿Qué relacion hay entre los términos de lugar impar y los de lugar par?

CAPÍTULO III. **Potencias de los polinomios.**—Medio de elevar á potencia un polinomio sin efectuar las multiplicaciones que indica la potencia.

CAPÍTULO IV. **Raices de los polinomios.**—Extraccion de la raiz de un grado cualquiera de un polinomio: regla práctica.—Condiciones que ha de tener un polinomio para que sea potencia exacta del grado m.

Ejercicios de la *Seccion primera*.

SECCION SEGUNDA.

COMPARACION ALGEBRÁICA.

LIBRO I.

ECUACIONES Y PROBLEMAS DE PRIMER GRADO.

CAPÍTULO I. **Nociones preliminares.**—Definiciones de la igualdad, identidad y ecuacion.—Ecuacion *numérica* y *literal*.—Grado de una ecuacion con una incógnita; grado de una ecuacion con dos ó mas incógnitas.—Ecuacion completa é incompleta.—Cuándo se dice que se ha resuelto una ecuacion; raices de una ecuacion.—Sistema de valores.—Ecuaciones equivalentes.—Ecuaciones absurdas é indeterminadas.—TEOREMA. Sumando ó restando á los dos miembros de una ecuacion cantidades iguales, resulta otra ecuacion equivalente.—Trasposicion de términos de una ecuacion.—TEOREMA. Multiplicando ó dividiendo los dos términos de una ecuacion por una cantidad conocida, resulta otra ecuacion equivalente á la propuesta.—El factor que multiplique á los dos miembros no puede ser cero ni contener incógnitas, pues en tales casos las ecuaciones no son equivalentes.—¿Cómo se quitan denominadores y se simplifica una ecuacion?—TEOREMA. Elevando á potencia ó extrayendo la raiz de los dos miembros de una ecuacion, la ecuacion resultante no es equivalente á la propuesta.

CAPÍTULO II. **Resolucion de las ecuaciones de primer grado con una incógnita.**—Términos de distintas clases que puede tener una ecuacion de primer grado con una incógnita.—¿A qué forma puede siempre reducirse una ecuacion de esta especie?—¿Cuándo se dice que la incógnita está despejada?—Regla práctica para resolver una ecuacion de primer grado con una incógnita.—Verificacion del valor de la incógnita.—TEOREMA. Toda ecuacion de primer grado con una incógnita, tiene una solucion única.

CAPÍTULO III. **Problemas de primer grado con una incógnita.**—Partes distintas de que consta la resolucion de un problema.—Planteo de la ecuacion: regla ó precepto general.—Resolucion de la ecuacion.—Problemas particulares y generales: diferencia entre unos y otros.—Problemas determinados, indeterminados é imposibles.—Problemas de primero, segundo, tercer grado, &c.

Problemas numéricos ó particulares.

1.° Dos mercaderes convienen en repartirse 600 rs., de tal modo, que el uno tome la mitad que el otro mas 150 reales. ¿Cuánto toma cada uno?

PLANTEO. $x+\frac{x}{2}+150=600.$ SOLUCION. $x=300.$

Verificacion de este problema.

2.º Una persona ha gastado el tercio de su renta en comer, el octavo en vestir y habitacion, el décimo en los demás gastos, y le han sobrado al año 318 duros: ¿cuál es su renta?

PLANTEO. $\frac{x}{3}+\frac{x}{8}+\frac{x}{10}+318=x.$ SOLUCION. $x=720.$

3.º Si un padre tiene 45 años y su hijo 12, ¿en cuántos años la edad del padre será triple de la del hijo?

PLANTEO. $45+x=3(12+x)$ SOLUCION. $x=4\frac{1}{2}.$

Verificacion de este problema.

4.º Un estanque se llena por un caño en 36 horas, por otro caño en 30 horas, y por otro en 20 horas. ¿Cuántas horas tardará en llenarse por los tres caños á la vez?

PLANTEO. $\frac{x}{36}+\frac{x}{30}+\frac{x}{20}=1.$ SOLUCION. $x=9.$

5.º Diofanto, matemático griego, pasó la sesta parte de su vida en la niñez; la duodécima en la adolescencia; se casó y vivió casado y sin hijos la sétima parte de su vida mas 5 años: tuvo un hijo que vivió la mitad de su padre, al cual sobrevivió Diofanto 4 años. ¿De qué edad murió Diofanto?

PLANTEO. $\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{7}+4+\frac{x}{2}+4=x.$ SOLUCION. $x=84.$

Verificacion de este problema.

6.º ¿Cuál es el número que si se multiplica por 7, y á este producto se agregan 3, y se divide esta suma por 2 y al cociente se le disminuyen 4, resultan 15 unidades?

PLANTEO. $\frac{7x+3}{2}-4=15.$ SOLUCION. $x=5.$

7.º Dispuso un padre en su testamento que se repartiese su capital del siguiente modo: al mayor de sus hijos se entregaran 1000 duros y el quinto del resto; al segundo 2000 duros y el quinto del resto; al tercero 3000 duros y el quinto del resto, y así sucesivamente. Hechas las particiones resultaron iguales. ¿Qué capital dejó el padre, cuánto corresponde á cada hijo, y cuántos eran estos?

Llamando x la herencia que dejó el padre:

PLANTEO. $\frac{4000+x}{5}=\frac{36000+4x}{25}.$ SOLUCION. $x=16000.$

Verificacion de los valores hallados.

Problemas generales de 1.er grado con una incógnita.

1.º Un padre tiene m veces más edad que su hijo: la suma de ambas edades es a: ¿cuál es la edad de cada uno?

PLANTEO. $x+mx=a$. SOLUCION. $x=\frac{a}{1+m}$.

Aplicacion de la fórmula á casos numéricos.

2.º Hallar el tiempo que tarda en llenarse un estanque por dos caños á la vez, sabiendo el tiempo que tarda en llenarse por cada uno de ellos separadamente.

Siendo t y t' los tiempos conocidos y x el desconocido.

PLANTEO. $\frac{x}{t}+\frac{x}{t'}=1$. SOLUCION. $x=\frac{tt'}{t+t'}$.

3.º Dispuso un padre en su testamento que su capital se repartiese entre sus hijos del siguiente modo: al mayor una cantidad fija a más la $n^{ésima}$ parte del resto; al segundo el doble de dicha cantidad fija y la misma fraccion del resto; al tercero el triple de la cantidad fija mas la misma fraccion del resto, y así sucesivamente. Hechas las particiones resultaron iguales las herencias de todos los hijos. ¿Qué capital dejó el padre, cuánto correspondió á cada hijo, y cuántos eran estos?

Llamando x á la herencia del padre.

PLANTEO. $\frac{an+x-a}{n}=\frac{2an^2+nx-3an-x-a}{n^2}$.

SOLUCION. $x=a(n-1)^2$: *corresponde á cada hijo* $a\,(n-1)$.
Número de hijos$=(n-1)$.

Aplicaciones á casos particulares.

4.º Si un padre tiene a años y su hijo b, ¿cuántos años tendrán que trascurrir para que la edad del padre sea m veces la del hijo?

PLANTEO. $a+x=m(b+x)$ SOLUCION. $x=\frac{a-mb}{m-1}$.

Aplicacion á casos particulares.

CAPÍTULO V. **Discusion de las ecuaciones y problemas de primer grado con una incógnita.**—Objeto de la discusion de las ecuaciones y problemas. — De cuántas especies pueden ser las soluciones.—Soluciones positivas: en general satisfacen á la ecuacion y al problema. — Casos particulares en que esto no se verifica.

Ejemplos.

1.º Una huevera vende la mitad de sus huevos, dá fiados la cuarta parte y rompe 20: habiendo contado los que le quedaban vió que componian la mitad de los que sacó á la venta mas 22. ¿Cuantos huevos sacó á la venta?

PLANTEO. $\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+20=\frac{x}{2}+22$. SOLUCION. $x=8$.

2.º Un padre quiso repartir entre sus hijos, con igualdad, un cierto número de reales; y vió que le faltaban 3 rs. para dar 7 á cada hijo, y que le sobraban 6 rs. si daba 4 á cada uno. ¿Cuántos eran los hijos?

PLANTEO. $7x-3=5x+4$. SOLUCION. $x=3\frac{1}{2}$.

Interpretacion de las soluciones negativas.—Cuándo y cómo pueden satisfacer estas soluciones al problema, y qué modificacion hay que hacer en las condiciones del problema.

Ejemplos.

1.º Un padre tiene 36 años y su hijo 14. ¿Cuántos años faltan para que la edad del padre sea triple de la del hijo?

PLANTEO. $3(14+x)=36+x$. SOLUCION. $x=-3$.

2.º Una huevera vende la mitad de sus huevos, dá fiados la tercera parte y rompe 8; contados los que le faltaban vió que componian la mitad de los que sacó á vender mas 6. ¿Cuántos huevos sacó á vender?

PLANTEO. $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+8=\frac{x}{2}+6$. SOLUCION. $x=-6$.

Interpretacion de la solucion cero.

Ejemplos.

1.º Un padre tiene 44 años y su hijo 11. ¿Cuándo será la edad del padre cuádruple de la del hijo?

PLANTEO. $44+x=4(11+x)$. SOLUCION. $x=0$.

2.º Una persona tiene 40 monedas de á 2 pesetas cada una y otra tiene 64 pesetas de á 5 rs. ¿Cuántas monedas tiene que dar la primera á la segunda para que tengan el mismo número de reales?

PLANTEO. $5\times64+8x=8(40-x)$. SOLUCION. $x=0$.

Interpretacion del símbolo $\frac{a}{0}$, ó de su igual ∞.—Infinito positivo y negativo.—Valor de $\frac{a}{\infty}$. Significacion de las soluciones infinitas.

Ejemplos.

1.º Un sugeto tiene 22 años y otro 30. ¿Cuándo tendrán la misma edad los dos?

PLANTEO. $22+x=30+x$. SOLUCION. $x=\infty$.

2.º Hallar un número tal que, restando de su mitad mas 7 su cuarta parte, resulte su cuarta parte mas 12.

PLANTEO. $\frac{x}{2}+7-\frac{x}{4}=\frac{x}{4}+12$. SOLUCION. $x=\infty$.

Interpretacion del símbolo $\frac{0}{0}$: casos en que no expresan indeterminacion.—Significacion de las soluciones $\frac{0}{0}$.

Ejemplos.

¿Cuál será la edad de una persona suponiendo que si á los cinco sestos de sus años se suman 12, resulta el duplo de la edad menos la sesta parte de la diferencia entre ella y el número 72?

PLANTEO. $\frac{5x}{6}+12=x-\frac{1}{6}(x-72)$. SOLUCION. $x=\frac{0}{0}$.

2.º Hallar un número que sumadas su mitad y su tercio mas 10, resulten los cinco sestos del mismo número mas 12.

PLANTEO. $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+10=\frac{5}{6}(x+12)$. SOLUCION. $x=\frac{0}{0}$.

Discusion del siguiente problema:

Dos móviles recorren con movimiento uniforme una línea recta y ambos en el mismo sentido, pasando en un instante por dos puntos que distan a metros. Las velocidades respectivas de los dos móviles son v y v' por minuto. ¿En qué punto de la línea se encontrarán?

PLANTEO. $\frac{x}{v}=\frac{x-a}{v'}$. SOLUCION. $x=\frac{2v}{v-v'}$.

CAPÍTULO V. **Métodos de eliminacion.** — Sistema de ecuaciones: solucion de un sistema. — ¿Qué es eliminar una incógnita en un sistema de ecuaciones?—TEOREMA. Dos sistemas de ecuaciones son equivalentes, si el segundo sistema solo difiere del primero en alguna ecuacion obtenida sumando ó restando miembro á miembro algunas de las del sistema propuesto. — TEOREMA. Si en un sistema de ecuaciones se despeja una de las incógnitas en una ecuacion y se sustituye su valor en las demás, el sistema que resulta es equivalente al propuesto.—Eliminacion por sustitucion.—Eliminacion por igualacion.—Eliminacion por reduccion. — Eliminacion por coeficientes indeterminados.—Casos en que conviene emplear uno de estos métodos de eliminacion con preferencia á los otros.

CAPÍTULO VI. **Resolucion de un sistema cualquiera de ecuaciones con igual número de incógnitas.** — Representacion de una ecuacion general de primer grado con m incógnitas.— Regla para resolver un sistema de m ecuaciones con m incógnitas: fundamento de esta regla.—Por regla general cada incógnita no puede tener más que un valor y el sistema es determinado. Ejemplos de eliminacion.—Aplicaciones de las fórmulas generales de los valores de las incógnitas en dos ecuaciones con dos incógnitas.—Regla general para hallar los valores de las incógnitas en un sistema de ecuaciones generales con igual número de incógnitas: aplicaciones de estas fórmulas.

CAPÍTULO VII. **Problemas de primer grado con varias incógnitas.**—Problemas generales y particulares: ¿cómo se puede transformar un problema general en particular, y al contrario?

Problemas particulares.

1.° En dos cajones hay 2000 reales: si del primero se sacan 300 y se echan en el segundo, los dos tendrán el mismo número de reales. ¿Cuántos reales hay en cada uno?

PLANTEO. $\begin{cases} x+y=2000. \\ x-300=y+300. \end{cases}$ SOLUCION. $\begin{cases} x=1300. \\ y=\ \ 700. \end{cases}$

2.º Un sugeto ha pagado 78 rs. por 7 perdices y 4 gallinas, despues á los mismos precios ha pagado por 4 perdices y 7 gallinas, 87 reales. ¿Cuál es el precio de cada gallina y de cada perdiz.

PLANTEO. $\begin{cases} 7x+4y=78. \\ 4x+7y=87. \end{cases}$ SOLUCION. $\begin{cases} x=6. \\ y=9. \end{cases}$

3.º Uno se encargó de la conduccion de una partida de loza de tres diferentes tamaños, á condicion de que pagase por cada pieza que rompiese una cantidad igual al precio de conduccion. Para el trasporte hizo tres viajes: en el primero llevó 5 piezas pequeñas, 6 medianas y 9 grandes; rompió las pequeñas y recibió 68 rs. En el segundo viaje llevó 12 pequeñas, 4 medianas y 10 grandes; rompió las medianas y recibió 68 rs. En el último llevó 16 pequeñas, 10 medianas y 3 grandes, rompió las grandes y recibió 54 rs. ¿Cuál era el precio de conduccion de cada una?

PLANTEO. $\begin{cases} 6y+\ 9z-5x=68. \\ 12x+10z-4y=68. \\ 16x+10y-3z=54. \end{cases}$ SOLUCION. $\begin{cases} x=2. \\ y=4. \\ z=6. \end{cases}$

Problemas generales.

1.º En dos cajones hay a reales: si del primero se sacan b reales y se echan en el segundo, los dos tendrán el mismo número de reales. ¿Cuántos reales hay en cada uno?

PLANTEO. $\begin{cases} x+y=a. \\ x-b=y-b. \end{cases}$ SOLUCION. $\begin{cases} x=\dfrac{a+2b}{2}. \\ y=\dfrac{a-2b}{2}. \end{cases}$

2.º Un sugeto ha pagado c reales por a perdices y b gallinas: despues á los mismos precios ha pagado c' reales por b perdices y a gallinas. ¿Cuál es el precio de cada gallina y de cada perdiz?

PLANTEO. $\begin{cases} ax+by=c. \\ bx+ay=c'. \end{cases}$ SOLUCION. $\begin{cases} x=\dfrac{ac-bc'}{a^2-b^2}. \\ y=\dfrac{ac'-bc}{a^2-b^2}. \end{cases}$

CAPÍTULO VIII. **Discusion de un sistema de tantas**

ecuaciones como incógnitas.—Interpretacion de las soluciones positivas, negativas y cero.—Interpretacion de los símbolos $\frac{a}{0}$ y $\frac{0}{0}$, para dos ecuaciones generales con dos incógnitas.

CAPÍTULO IX. **Sistema de ecuaciones de primer grado con mas ecuaciones que incógnitas.** — Sistema de $m+p$ ecuaciones con m incógnitas.—Caso en que el sistema es posible y cuándo es incompatible.—Ecuaciones de condicion: modo de dar valores á las cantidades indeterminadas que entren en el sistema.— Problemas más que determinados.

CAPÍTULO X. **Sistema de ecuaciones de primer grado con menos ecuaciones que incógnitas.**—Resolucion de un sistema de m ecuaciones con $m+p$ incógnitas.—Resolucion de una ecuacion con dos incógnitas: variable independiente, y variable dependiente.—Soluciones enteras y positivas.—¿Qué se llama análisis indeterminado?

LIBRO II.

ECUACIONES Y PROBLEMAS DE SEGUNDO GRADO.

CAPÍTULO I. **Nociones preliminares.**—Términos distintos que puede tener una ecuacion de segundo grado con una incógnita: forma general.—Ecuacion completa é incompleta.—En la ecuacion general de segundo grado no puede ser cero el coeficiente de x^2 ni tampoco simultáneamente el de x y el término conocido.

CAPÍTULO II. **Resolucion de las ecuaciones de segundo grado con una incógnita.**—Resolucion de las ecuaciones incompletas: valores de la raiz.—Resolucion de las ecuaciones completas: reglas para resolver una ecuacion de la forma $x^2+px+q=0$.—Resolucion de la ecuacion general $ax^2+bx+c=0$: regla práctica.—Generalidad de las fórmulas obtenidas.

CAPÍTULO III. **Problemas de segundo grado con una incógnita.**—Definicion de los problemas de segundo grado: precepto para su planteo.

Problemas particulares.

1.º Un padre reparte con igualdad entre sus hijos 36 duros; si los hijos fueran 3 menos, cada uno recibiria 2 duros más. ¿Cuántos son los hijos?

PLANTEO. $\frac{36}{x}+2=\frac{26}{x-3}$. SOLUCION. $x=\begin{cases}9.\\-6.\end{cases}$

2.º Hallar dos números cuya suma sea 10 y su producto 24.

PLANTEO. $x(10-x)=24$. SOLUCION. $x=\begin{cases}6.\\4.\end{cases}$

3.º Hallar un número tal, que si á su cuadrado se *agrega* 9 veces el mismo número y además 50 unidades, la suma sea 30.

PLANTEO. $x^2+9x+50=30$. SOLUCION. $x=\begin{cases}-4.\\-5.\end{cases}$

¿Cómo hay que modificar este problema para que las soluciones sean positivas?

Problemas generales.

1.º Dividir un número en dos partes cuyo producto sea conocido.

PLANTEO. $x(p-q)=q$. $x=\frac{p}{2}\pm\sqrt{\frac{p^2}{4}-q}$.

2.º Dada la suma de dos números y la razon de sus cuadrados, hallar dicho número.

PLANTEO. $\frac{(a-x)^2}{x^2}=m$. SOLUCION. $x=\frac{\mp a\sqrt{m}}{1\pm\sqrt{m}}$.

CAPÍTULO IV. **Propiedades de las raices de la ecuacion de segundo grado.**—Toda ecuacion de segundo grado tiene dos raices.—TEOREMA. Si la ecuacion general de segundo grado $x^2+px+q=0$, tiene una raiz a, tiene otra raiz $-a-p$. — TEOREMA. En toda ecuacion de la forma $x^2+px+q=0$, la suma de las raices es igual al coeficiente del segundo término con signo contrario, y el producto de la misma, es igual al término conocido.— COROLARIO. Dadas las raices de una ecuacion de segundo grado con una incógnita, se puede construir dicha ecuacion. — TEOREMA. Toda ecuacion de la forma x^2+

$px+q=0$, es el producto de dos binomios, cuyo primer término es x y el segundo cada uno de las raices de la ecuacion con signo contrario. — Descomponer un trinomio de segundo grado en dos factores binomios de primer grado.

CAPÍTULO V. **Discusion de las ecuaciones y problemas de segundo grado con una incógnita.** — ¿Cuántas formas pueden tener las raices de una ecuacion de segundo grado?—Discusion de la ecuacion $x^2+px+q=0$.—Discusion de la ecuacion $ax^2+bx+c=0$.—PROBLEMA. Hallar en la línea recta que une dos luces de intensidades conocidas, un punto igualmente iluminado por ellas.

PLANTEO. $\frac{a}{x^2}=\frac{b}{(d-x)^2}$. SOLUCION. $x=\frac{d\sqrt{a}}{\sqrt{a}\pm\sqrt{b}}$.

Discusion de este problema.

CAPÍTULO VI. **Ecuaciones bicuadradas.** — Definicion de las ecuaciones binomias, de las ecuaciones trinomias y de las ecuaciones bicuadradas.—Resolucion de la ecuacion $x^4+px^2+q=0$.—Casos en que pueden transformarse las expresiones de la forma $\sqrt{a\pm\sqrt{b}}$, en otras de la forma $\sqrt{p}\mp\sqrt{q}$.

CAPÍTULO VII. **Nociones acerca de los máximos y mínimos.**—Definicion del máximo y del mínimo de una funcion.—Funciones de segundo grado.—Regla general para hallar el máximo ó el mínimo de una funcion de segundo grado.—Hallar el máximo ó mínimo valor de la funcion $\frac{x^2-2x+2}{2x+2}$. —Dividir un número dado en dos partes tales que la suma de sus cuadrados sea un mínimo.—Dividir un número en dos partes cuyo producto sea un máximo.

LIBRO III.

INECUACIONES.

CAPÍTULO I. **Nociones preliminares.**—Definicion de la desigualdad y de la inecuacion.—¿Cuándo se dice que una desigualdad no se altera?—Una desigualdad no se altera sumando ó restando á sus dos miembros una misma cantidad: aplicacion de esta propiedad.—Si se multiplican ó dividen los dos miembros de una desigualdad por una cantidad cualquiera positiva, la desigualdad no se altera; pero si se multiplican por una misma cantidad negativa, se verifica en sentido opuesto: aplicacion de esta propiedad.—Si los dos miembros de una desigualdad son positivos, se pueden elevar á una misma potencia sin que la desigualdad se altere: si los dos miembros son negativos y la potencia es par, la desigualdad cambia de sentido: si uno de los miembros es negativo y el otro positivo siendo la potencia par, la desigualdad puede permanecer en el mismo sentido, ó cambiar de sentido ó transformarse en una igualdad segun los valores absolutos de las cantidades que la formen.—Si de los dos miembros de una desigualdad se extrae una raiz de grado impar, la desigualdad se conserva en el mismo sentido.—Si se suman miembro á miembro varias desigualdades que se verifican en el mismo sentido, las sumas son desiguales en el mismo sentido.—Si se restan miembro á miembro dos desigualdades que se verifican en sentidos contrarios, la nueva desigualdad que resulta tiene el sentido de la que sirve de minuendo.—Si se multiplican ordenadamente dos desigualdades en el mismo sentido, y cuyos miembros son positivos, resultará otra desigualdad en el mismo sentido.—Si se dividen miembro á miembro dos desigualdades en sentidos contrarios y de miembros positivos, resulta una desigualdad en el mismo sentido que la que hace de dividendo.

Capítulo II. **Inecuaciones y problemas de primer grado con una incógnita.**—¿Qué es resolver una inecuacion?—Inecuaciones de primero, segundo, tercer grado, &c.—Forma de la inecuacion de primer grado con una incógnita.—Resolucion de una inecuacion de primer grado con una incógnita.—Ejemplos:

Problemas.

1.° Descomponer el número 20 en otros dos enteros que se diferencien en más de 6 unidades.

PLANTEO. $x-(20-x)>6$. SOLUCION. $x>13$.

2.° Descomponer el número 20 en otros dos números enteros que se diferencien en mas de 6 unidades y en menos de 10.

PLANTEO. $\begin{cases} x-(20-x)>6. \\ x-(20-x)<10. \end{cases}$ SOLUCION. $\begin{cases} x>13. \\ x<15. \end{cases}$

3.º Preguntado un pastor por el número de sus carneros, respondió: el número es tal que su duplo menos 5 es mayor que 25, y su triplo menos 4 es mas pequeño que su duplo mas 13. ¿Cuántos carneros tenia?

PLANTEO. $\begin{cases} 2x-5>25. \\ 3x-4<2x+13. \end{cases}$ SOLUCION. $\begin{cases} x>15. \\ x<17. \end{cases}$

4.° Preguntaron á una persona el número de duros que habia ganado jugando y respondió: si al triplo del número se aumenta 16 no puede ser mayor que 46, y si al duplo se le disminuyen 8 no puede ser menor que 12. ¿Cuántos duros ganó?

PLANTEO. $\begin{cases} 3x+16 \ngtr 46 \\ 2x-\ 8 \nless 12. \end{cases}$ SOLUCION. $\begin{cases} x \ngtr 10. \\ x \nless 10. \end{cases}$

CAPÍTULO III. **Inecuaciones de segundo grado con una incógnita.**—Forma de una inecuacion de segundo grado con una incógnita. — Resolucion de estas inecuaciones: ejemplos.

LIBRO IV.

PROGRESIONES Y LOGARITMOS.

CAPÍTULO I. **Progresiones por diferencia.**—Definicion de la progresion aritmética: razon y término: progresiones crecientes y decrecientes. — Determinar el valor de un término cualquiera de una progresion: consecuencias de la fórmula que expresa este valor: ejemplos. — Interpolacion de medios diferenciales. — TEOREMA. Si entre cada dos términos sucesivos de una progresion por diferencia se interpola un mismo número de medios diferenciales, resultará otra progresion por diferencia.—Teorema. La suma de dos términos considerados como extremos de una progresion aritmética, es igual á la suma de dos términos equidistantes de estos extremos.—Corolario. Si el número de términos es impar, la suma de los extremos es igual al duplo del término medio.—Suma de varios términos de una progresion aritmética: ejemplos.

Capítulo II. **Progresiones por cociente.**—Definicion: razon de la progresion: término: progresiones crecientes y decrecientes.—Determinar el valor de un término cualquiera.—Consecuencias de la fórmula que expresa este valor: ejemplos.—Interpolacion de medios proporcionales.—Teorema. Si entre cada dos términos consecutivos de una progresion geométrica se interpola un mismo número de medios proporcionales, resultará otra progresion geométrica.—Suma de varios términos de una progresion geométrica: ejemplos.—Discusion de la fórmula que expresa la suma de varios términos de una progresion geométrica.—La razon de una progresion geométrica no puede ser la unidad, ni cero, ni un número negativo.

Capítulo III. **Idea general de los logaritmos.**—Generacion de los logaritmos por la comparacion entre dos progresiones: definicion. — Sistemas de logaritmos: definicion del sistema neperiano y del llamado vulgar ó de Briggs: base del sistema neperiano: fórmula que representa esta base. — Ecuacion fundamental de un sistema cualquiera de logaritmos: definicion de los logaritmos fundados en esta ecuacion. — Identidad de los dos conceptos que resultan de las dos definiciones de los logaritmos.

Capítulo IV. **Propiedades de todos los sistemas de logaritmos.**—Demostrar que en la ecuacion fundamental $a^x = y$, pueden resultar todos los valores comprendidos desde 0 al ∞ para y, dando valores convenientes á x, ya sea $a > 1$ ó $a < 1$.—El logaritmo de 1 es cero, y el de la base 1.—Cada número en un sistema no puede tener mas que un logaritmo, y recíprocamente. — El logaritmo de un producto es la suma de los logaritmos de los factores. —El logaritmo de un cociente es el del dividendo menos el del divisor. — El logaritmo de una potencia es igual al producto del logaritmo del número por el exponente de la potencia.—El logaritmo de una raiz es igual al cociente de dividir el logaritmo del número por el índice de la raiz.

Capítulo V. **Propiedades particulares de los logaritmos de Briggs.**—Teorema. En el sistema de Briggs los únicos números que tienen logaritmos comensurables son las potencias enteras de la base 10. — Teorema. La característica del logaritmo de un número entero tiene tantas unidades menos una como cifras el número.—Teorema. Si un número se divide ó se multiplica por una potencia entera de 10, su característica disminuye ó aumenta respectivamente tantas unidades como tenga el exponente de 10, pero su mantisa no varía.—Corolario. La mantisa del logaritmo de un número decimal no varía cuando la coma se corre de izquierda á derecha; pero la característica aumenta ó disminuye respectivamente tantas unidades como lugares recorra la coma.—Los logaritmos de los números menores que 1 son negativos. Logaritmos de característica negativa y mantisa positiva; medio de transformar un logaritmo negativo en otro de característica negativa y mantisa positiva. — Teorema. La característica negativa de una fraccion propia decimal, tiene tantas unidades mas una como ceros tenga esta fraccion entre la coma y la primer cifra significativa, siendo su mantisa positiva.

Capítulo VI. **Tablas de logaritmos.** — Definicion y objeto de las tablas.—Medio para determinar los logaritmos de los números primos; aplicacion á un ejemplo.—Determinacion de los logaritmos de los números compuestos.—Uso de las tablas de logaritmos.

Capítulo VII. **Cálculo de los logaritmos.**—Suma, resta, multiplicacion y division de los logaritmos con características negativas y mantisas positivas: regla para cada operacion: ejemplos.

LIBRO V.

ALGUNAS APLICACIONES DE LOS LOGARITMOS.

—

Capítulo I. **Cálculo aritmético por medio de los logaritmos.**—¿En qué se convierten las operaciones de multiplicacion, division, elevacion á potencias, y extraccion de raices aplicando los logaritmos? — Multiplicacion: ejemplos.—Division: ejemplos.—Cálculo de las fórmulas por medio de los logaritmos.

Capítulo II. **Ecuaciones exponenciales.**— Definicion de la ecuacion exponencial.—Resolucion de algunas ecuaciones exponenciales.—Hallar el número de términos de una progresion geométrica, conocido el primer término, el último y la razon.— Pasar de un sistema de logaritmos á otro: módulo: aplicacion á los sistemas vulgar y neperiano.

Capítulo III. **Interés compuesto.**—Definicion del interés compuesto.—Fórmula del interés compuesto: generalidad de esta fórmula.—Cuestiones de interés compuesto que se resuelven con la fórmula general: ejemplos.

Capítulo IV. **Anualidades y rentas vitalicias.**—Definicion de la anualidad.—Fórmula general que liga el capital, tanto por 1, número de años de extincion de la deuda y anualidad.—Cuestiones que se resuelven con esta fórmula.—Rentas vitalicias.

Ejercicios de la *Seccion segunda*.

OBRAS
DE
D. VICENTE RUBIO Y DIAZ.

Estudios sobre la evocacion de los espíritus.—Cádiz, 1860.

Creacion de un Instituto provincial en Cádiz.—Folleto, Cádiz, 1862.

Memoria de la Exposicion Universal de Lóndres.—Cádiz, 1862.

Consideraciones acerca del escalafon de Catedráticos de Institutos.—Folleto, Cádiz, 1866.

Leyenda fantástica: *Adelina.* —Cuadro de costumbres: *Una Comedia de Aficionados.*—Cádiz, 1866.

Memoria de la Exposicion Universal de Paris de 1867.—Cádiz, 1868.

Las Memorias las publicó como delegado de la provincia de Cádiz en las Exposiciones de 1862 y 1867.

PARA LA ENSEÑANZA.

Elementos de Matemáticas: Tomo I.—*Aritmética y Algebra:* 2.ª edicion, 1875. —Tomo II: *Geometría y Trigonometría*, con mas de 300 grabados intercalados en el texto, 2.ª edicion, 1873.

Esta obra ha sido dos veces declarada de texto y colocada en primer lugar para las provincias de Ultramar.—Precio de cada tomo, 30 rs.

Programa de Aritmética y Algebra, con todos los enunciados de los teoremas y problemas.—Precio, 4 rs.

Programa de Geometría y Trigonometría: con todos los enunciados de los teoremas y problemas, 2.ª edic.—Precio, 4 rs.

Nociones de Geografía, la parte astronómica y física. —Un volúmen en 4.º de 280 páginas y grabados en el texto. —Cádiz, 1871.

Aritmética para la primera enseñanza elemental y superior: 3.ª edicion.—Cádiz, 1872.

Esta obra ha sido declarada de texto y colocada en primer lugar para la Isla de Cuba.

Todas estas publicaciones se han impreso en los acreditados talleres de la *Revista Médica.*