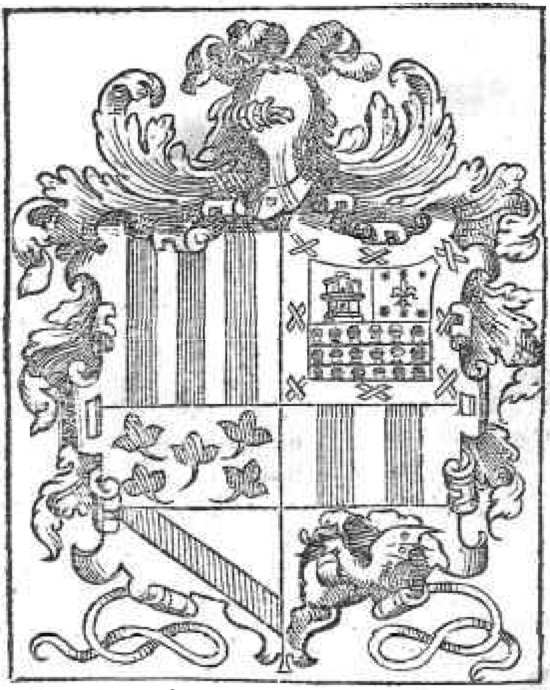
LOS SEIS LIBROS PRIMEROS DELA GEOMETRIA DE EVCLIDES.

Traduzidos en lẽgua Eſpañola por Rodrigo çamorano Aſtrologo y Mathematico, y Cathedratico de Coſmographia por ſu Mageſtad en la caſa de la Contrataciõ de Seuilla Dirigidos al jlluſtre ſeñor Luciano de Negrõ, Canonigo dela ſancta ygleſia de Seuilla.



Con licencia del Conſejo Real.
En Seuilla en caſa de Alonſo de la Barrera.
1576.

Eſta taſſado en ocho pezetas

Enl
Villaseñor

DON PHILIPPE. Por la gracia de Dios Rey de Caſtilla, de Leon, de Aragon de las dos Sicilias de Ieruſalen, de Nauarra, de Granada, de Toledo, de Valencia, de Galizia, de Mallorcas de Seuilla, de Cerdeña, de Cordoua, de Corcega, de Murcia, de Iaen, Duque d̃ Milã Cõde d̃ Flãdes y de Tirol: ect. Por quãto por parte de vos Rodrigo çamorano nos fue fecha relaciõ diziẽdo q̃ vos auiades traduzido los ſeys libros primeros de la geometria de Euclides en nueſtra lẽgua eſpañola porque hauian ſido muy deſſeados de muchas gentes por la gran vtilidad que trayan aſſi a los que ſiguen las mathematicas como a todos los artifices, y en traduzirle no ſolo auiades paſſado mucho trabajo en que materia tan difficil y obſcura, eſtuuieſſe clara en nueſtra lengua, pero a la republica ſe le hauia hecho no pequeño beneficio por la neceſſidad que de eſta obra tenia. Suplicando nos lo mandaſſemos veer y dar os licencia para lo poder imprimir, o como la nueſtra merced fueſſe. Lo qual viſto por los del nueſtro Conſejo, por quanto en el dicho libro ſe hizieron las diligencias que la prematica por nos hecha ſobre la ympreſſion de los libros diſpone, fue acordado que deuiamos mandar dar eſta nueſtra carta para vos en la dicha razon & nos touimos lo por biẽ. Por la qual damos licencia y facultad para que por eſta vez qualquier ympreſſor deſtos nueſtros reynos pueda imprimir el dicho libro ſin que por ello cayga ni yncurra en pena alguna. Y mandamos que deſpues de ympreſſo no ſe pueda vender ni venda ſin que primero se traya al nuestro Consejo juntamente con el original que fue visto, que va rubricado y firmado de Iuan gallo de Andrada nuestro scriuano de camara de los que residen en el nuestro Consejo, para que la dicha impressiõ se vea si está conforme al original y se de licencia para lo poder vender, y se tasse el precio a que se huuiere de vender cada pliego del, sopena de caer & incurrir en las penas contenidas en la dicha pregmatica y leyes de nuestros Reynos y mas de la nuestra merced y de diez mill marauedis para la nuestra camara. Dada é Madrid a veynte y quatro dias del mes de março de mill & quinientos y setenta y quatro años.

D. Eps Segobieñ. El Licenciado Pero gasco. El doctor Francisco hernãdez de lieuana

El Licenciado Contreras. El doctor luys de molina. El Doctor Aguilera,

Yo Iuan gallo de Andrada scriuano de camara de su Magestad la fize screuir por su mandado con acuerdo de los del su Consejo.

Alonso de Vargas
Pecellin

Por chanciller

Alonso de Vargas
Pecellin

AL ILLVSTRE SEÑOR LVCIANO DE NEGRON canonigo dela sancta yglesia de Seuilla.

(.*.)

OBLIGAME (Illustre señor) lo mucho que. V.M. merece, y la deuda particular en que todas las buenas artes a. V.M le está, a dedicarle como a patron y tan estudioso de todas ellas, estos seys libros de la Geometria de Euclides traduzidos en nuestra lengua Española, para començar con esto a seruir alguna parte de lo mucho q̃ a. V.M. deuo y desseo: como a persona que no solo en sus principales estudios delas letras sagradas, pero aun en este genero de professio tiene tambuena parte, que bastarà dar nombre no solo a este, pero a otros mas Illustres trabajos. El qual confio que sera gratamente recebido de todos los curiosos de las Mathematicas, tanto por yr debaxo de tal protection y amparo, quanto

por

por el titulo de ſu proprio author principe de la Geometria, tan celebrado en tõdas las hẽ-dades. El qual ſi en nueſtra lengua a. V.M. diere alguna ſatisfacion, eſtare cierto que podra contentar a todos los que guſtan de tan loables eſtudios. Suplico a. V.M. le admita, que aunquepara el merecimiento de. V.M. el don ſea pequeño, le ofrece vna voluntad muy grã de para ſeruirle en coſas mayores.

Illuſtre ſeñor.

Beſa las manos de. v. m. ſu ſeruidor.

Rodrigo
çamorano.

PRimero q̃ la Geometria(curioſo lector)ſe reduxeſe al ſer q̃ aora tiene,anduuo ẽ vſo entre las gẽtes.Cuyos inuẽtores dizẽ hauer ſido los Egyptios por la grãde neceſsidad q̃ đ ella teniã.Porq̃ como el rio Nilo enel eſtio crecia tãto q̃ ſu creciẽte les regaſſe y aun anegaſſe todos los cãpos , venia a deshacer y borrar los terminos y linderos delas heredades de toda la tierra. Y aſsi ſobre la aueriguacion de lo q̃ a cada vno deſpues de la mẽguante le pertenecia, auia ordinariamẽte, no pequeños pleytos y cõtiendas entre los vnos y los otros , eſcogiendo cada vno para ſi lo mas y mejor.Por lo qual les era forçado cada año acudir de nueuo a los juezes y gouernadores dela tierra,para q̃ los concertaſſen. De aqui vino q̃ los juezes median por las reglas que cada vno hallaua mas ciertas yverdaderas lo que a cada vno le pertenecia . De los quales el primero que ſe lee hauer dado reglas para la medida fue Meris Rey de Egypto al qual ſe atribuye la inuencion de la Geometria. Desde este vino la facultad del medir poco a poco cresciendo en nueuas inuenciones hasta los tiempos de Pythagoras philosopho natural de la Isla de Samo: el qual despues dicen haber inuentado enella las delineationes las formas, los interuallos, las distantias y las quantidades. Y acabò muchas cosas de esta scientia, entre las quales hallò la virtud o potencia del triangulo rectangulo, con tanto contentamiento y satisfaction de haberle hallado, que se dice del, en pago de la merced recebida haber offrecido a la Diosa Minerua el sacrificio Hecatombe que entonces llamaban, enel qual sacrificò cien vacas. Despues de Pythagoras hubo muchos hombres excelentes enesta facultad y professiõ dela Geometria. Delos quales fue vno excelentissimo entre todos Archimedes natural de Saragoça en Sicilia. Fueron tãbien principales eñlla Anaximãdro Milesio y Parmenides, el q̃l por razõ Geometrica affimò q̃ la tierra era redonda y de figura spherica, y que estaua asentada en el medio del vniuerso. LLego el negocio de la Geometria entonces a tanta cumbre, que entre los antiguos paresſ-

parecia que ẽ competencia por general incli-
nacion se mouian todos a tratar dela medida
y assi vnos a otros se poniã diuersas preguntas
y difficultades: y qualquiera cosa que les pare
cia q̃ estaua bien hallada, la guardauã en escri
pto, y assi la comunicauã no solamẽte en Egip
to, pero poco a poco se vino tãbiẽ a tratar en
trelas gẽtes assi apartadas, como vezinas. Asta
q̃ entre todos Euclides philosopho natural de
Megara ẽ Grecia, que fue el que mas florecio,
tomando muy muchas de aquellas inuencio-
nes antiguas, les añadio cõ su agudeza y subti
leza de ingenio otras muchas. Y porque no se
perdiessen los trabajos y estudios delos anti-
guos: las junto todas en quinze libros, los qua
les llamo Elemẽtos porque siendo estas figu
ras de esta obra las primeras demõstrationes
que de Geometria se hazen, todas las de mas
que desta y de las otras scientias proceden, se
hã de reduzir a estas como a principios: o por
que assi como de los quatro elementos se ha-
zen y penden todas las cosas assi de aqui pen
dẽ todas las artes y sciencias. Enlas quales cla
rissimamente se vee la necessidad q̃ tienen de
la Geometria. Porq̃ si procedemos de vna en

otra hallaremos que lo principal que tiene en las artes la Architectura eñl deseñar de las plátas y constitucion de los alçados de los hedificios, y de donde mas se ayuda, es dela Geometría. Y assi se vee claro que por falta de esta sciencia se han caydo muchos hedificios, por no les hauer dado la forma deuida y que les era necessaria. La pintura y esculptura en sus deseños y debujos (como parece por Alberto Durero en el libro de Symmetria corporis humani, y por Leon Baptista Alberto en los de pittura) tienen tanta necessidad de ella, que lo principal de su arte esta puesto, y cósiste en el buen conoscimiento de la Geometria, sin la qual a ninguna cosa de las que hazen se le puede dar buena proportion y medida. Muy mal puede el Nibelador de aguas traerlas bien al lugar dóde dessea, sin ayuda de la Geometria. Ni el Ingeniero assi enla guerra como ẽla paz dara bien sin Geometria la proportion que a sus machinas se deue. El capitan y el soldado, fuera de otras muchas cosas en que cada dia experimentá esto, lo echan de ver, en quanto haze la figura para la fortaleza del esquadró. El artillero tambié có la Geometria mide las

distá

distãtias o interuallos ſegun la potentia delas pieças cõ que tira y haze las minas para volar los fuertes. Pero mucho mas ſe echa de ver eſto enlas ſcientias: delas quales la Aſtronomia podria muy mal probar y demonſtrar las quã tidades y proportiones delos cuerpos celeſtiales y de la tierra para el conoſcimiento de los mouimientos y eclipſes del Sol y Luna, ſi todas ſus demonſtrationes no las hizieſe ẽ Geometria: de la qual en la Aſtronomia ſe han ſacado tanta multitud de coſas dignas de admiracion y ſubtileza que parecen trãſcender la capacidad humana. La Coſmographia biẽ claramente da a entender quanto ſe aproueche de eſta ſcientia enla deſcription de las prouincias y ſitio de los lugares, y ambas a dos en la compoſicion de tantos inſtrumẽtos como tienen por medio e interceſſiõ dela Geometria. La ſcientia de la Perſpectiua con Geometria prueua todas ſus cõcluſiones, y por medio de lla no ſolo inueſtiga y eſcudriña los interiores ſecretos de las obras de natura, pero tambien ſaca aquella ſubtil inuention de los eſpejos vſtorios o cõburẽtes. La philoſophia natural q̃ eſcriuierõ Platõ, Ariſtoteles y todos los antiguos esta tã llena de exemplos Geometricos, q̃ sin esta sciẽtia es impossible poder ẽ philosophia saber el dia de oy cosa alguna. Tãbiẽ la philosophia moral es cosa clara la necessidad de Geometria q̃ tiene, pues Aristoteles ẽ las Eticas cõpara las dos partes dela justicia distributiua y Cõmutatiua a las dos proportiones, Geometrica y Arithmetica, Quintiliano haze la Geometria necessaria al Orador, y Bartolo al Iurisperito. Y generalmẽte a todas las demas artes y sciencias se les hecha de ver la necessidad, pues vnas sin ella nopuedẽ passar, y a las demas les es vtil en grande manera. como lo vera quien a ello vn poco atender quisiere. Ha sido siempre tan tenida y estimada esta scientia que Platon mãdaua ninguno de sus discipulos entrase a oyr le philosophia sino supiese primero Geometria. Hyppocrates escriuio vn libro de el quadrar el circulo, Auicena otro de lineas y numeros, Archimedes muchos, delos quales algunos se han perdido cõ la injuria del tiempo, y otros andan aun el dia de oy entre las manos delos curiosos. Hypsicles scriuio dos libros de Geometria que tratan de la proporcion de los cinco cuerpos regulares

gulares, los quales con algunos de los quince de Euclides traduxo en latin Seuerino Boetio. Apollonio Pergeo solia ser llamado diuino por los ocho libros que escribio de las sectiones Conicas, de los quales salen tanta diuersidad de subtilezas en los Reloges solares, en los instrumentos Mathematicos, y principalmente en aquella delicada y admirable inuētion de el Astrolabio. Y finalmente a nadie podemos juzgar por docto, a nadie por perito y exercitado en su scientia o en arte alguna: si carece del conocimiento de la Geometria basis y fundamento de todas ellas. Por lo qual siendo esta sciētia tan antigua, necesaria y noble ꝓcure de comunicar la a todos para que se puedan vniuersalmente aprouechar della en todas las artes y scientias. Y no me ha parecido sacar aora a luz mas de los primeros seys libros por ser estos mas necessarios que los otros. Ni he querido poner en ellos cōmentarios, scholios, ni additiones (que pudiera) porque el auctor fue en esto tan ingenioso que el que quisiere, con facilidad puede, atendiendo bien a la letra, percebir el sentido y demonstracion de lo que el enseña. Y aunque este mi pequeño trabajo entiendo ha de ſer agradable a muchos, pero a otros no les parecera tambien, porque aun no le hauia biencomençado quando me dixeron vnos bien y otros mal de mi diligēcia. Mas deſpues perſuadido por ruegos de algunos amigos, y de la neceſidad que de andar eſte libro en nueſtra lēgua vulgar hauia: teniendo ya alçada la mano dela traduction quiſe voluer a ella, aſta acabar los ſeys primeros libros, que ſon los mas neceſſarios de todos los que Euclides eſcribio Pareciendo me mejor el prouecho que a los vnos hazia que no la murmuracion que por fuerça tengo de ſufrir de los demas, que les parece, que el andar las ſcientias en lengua vulgar es hazer las Mechanicas, no mirando que los authores que al principio las ſcribieron, las dexaron ſcriptas en lengua que entonces era tan vulgar como aora lo es la nueſtra, y que no buſcaron otras agenas en que ſcrebir porque ſu intencion fue mas de aprouechar a todos que no de encubrir a nadie la ſciētia. Pero porque eſtas gentes me parece que van fuera de buen camino, no curare de gaſtar palabras en eſto, mas de encomendar al curioſo

lector

lector, tenga por bueno mi trabajo, el qual ſi
yo entendiere que le es acepto ſacare
breuemente lo que falta de Eucli
des, con otras coſas tocantes
a la Aſtronomia, Aſtrolo-
gia y Coſmographia, q̃
entiẽdo aplacerá
a los curioſos.

Vale.

LIBRO PRIMERO DE

LOS ELEMENTOS DE EVCLIDES PHILOSOPHO Megarenſe.

De tres generos de principios El primero las difinitiones.

1. Punto es, cuya parte es ninguna.

Linea recta

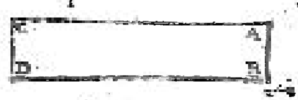
Linea curua,

2. Linea es lõgitud que no ſe puede enſanchar.
3. Los terminos dela linea ſon punctos.

Linea tortuoſa.

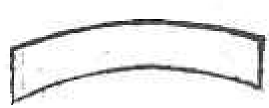
4. Linea recta es la que ygualmẽte eſta entre ſus puntos.

Superficie llana.



5. Superficie es lo que ſolamente tiene lõgitud y anchura.
6. Los terminos dela ſuperficie ſon lineas.
7. Superficie llana es, la que ygualmente eſta entre ſus lineas.

Superficie curua.



8. Angulo llano es, la inclinaciõ de dos lineas q̃ ſe tocã en vn plano y no eſtá en derecho

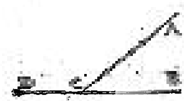
Angu

9 Angulo rectilineo se llama quando las lineas que cõtienen el angulo fueren rectas

10 Quando estando vna linea recta sobre otra linea recta hiziere angulos de ambas partes yguales entre si, es recto cada vno delos angulos yguales, y la linea que sobre esta, se dize perpendicular sobre la que estuuiere.

Angulorecto

Obtuso agudo



11 Angulo obtuso es el mayor que recto.

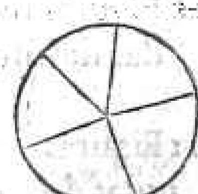
12 Angulo agudo es el menor que recto.

el extremo de una quantidad

13 Termino es, ~~lo que es fin de cada cosa~~.

14. Figura es la que es contenida de alguno, o de algunos terminos. en quantidad cerrada

Circulo.



15 Circulo es vna figura llana cõtenida de vna linea, que se llama circũferẽcia, asta ala qual todas las lineas q̃ salieren de vn punto q̃ este

dentro cayendo enlacircũferentia del mismo circulo son entre si yguales.

16 Centro del mismo circulo se llama aquel puncto.

17 Diametro dl circulo es vna linea recta tirada por el cẽtro: y de ambas partes terminada ẽla circunferencia del circulo . la qual diuide alcirculo, por medio. y en dos partes yguales

Diametro.

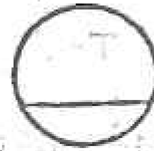
todas las lineas q^e salen del puncto centrico y se terminan en la circunferencia se llama semidiametro) la q^a parte del circulo se llama quadrante ó q^a de circulo ó radio

18 Medio circulo es la figura cõtenida del diametro y de la circũferẽtia que con el es cortada.

Medio circulo

19 Segmẽto de circulo, es la figura contenida de vna linea recta y de vna circunferencia de circulo mayor o menor q̃ medio circulo.

Segmento.



20 Figuras rectilineas son las que son contenidas de lineas rectas.

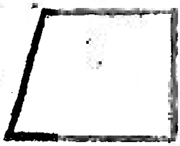
21 Figuras de tres lados son las cõtenidas debajo de tres lineas rectas

Trilatera.

Figu-

22 Figuras quadrilateras son las quese comprehenden debajo de quatro lineas rectas.

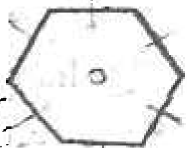
Quadrilatera.



23 Figuras de muchos lados sõ las q̃ se cõprehẽdẽ debajo de mas que quatro lineas rectas.

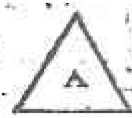
multilateras o poligonas figuras de mas de quatro lados como [illegible]

De muchos lados.



24 Otrosi delas figuras de treslados triangulo equilatero es el q̃ se cõtiene debajo de tres lados yguales.

Equilatero.



25 Ysosceles es el q̃ es cõtenido solamẽte debajo de doslados yguales.

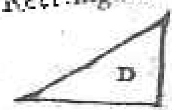
Ysosceles.

26 Escaleno es el que es contenido debajo de tres lados desiguales. el triangulo por razon delos angulos se divide en rectangulo [illegible]

Escaleno.

27 Demas desto delasfiguras de tres lados triãgulo rectãgulo es el que tiene angulo recto.

Rectangulo.



8 Pero amblygonio es el quetiene angulo obtuso, y

Ambligonio. obtusangulo

Lineas paralelas son las q̃ p.r todas partes distan igualmente entre si q.r lo q̃ aunq̃ se aumenten infinita m.te jamas se podran juntar de un cabo a otro

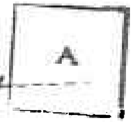
29 Oxigonio el que tienetres angulos agudos.

Oxigonio. o acutangulo

30 Pero delas figuras quadrilateras, quadrado es elque es equilatero y rectangulo.

Quadrado es el con sus lados iguales

Quadrado.



Paralelogramo es el q̃ tiene sus lineas ò lados opuestos paralelos

31 Quadrangulo es, el que es rectangulo põ no es equilatero

Quadrãgulo.

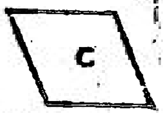
Trapezio es qualquier quadrilatero q̃ no es paralelogramo

El paralelogramo se divide en rectangulo y obliquangulo

Paralelogramo rectangulo es el q̃ tiene sus quatro angulos rectos

32 Rombo es la figura q̃ es equilatera, pero no es rectãgula.

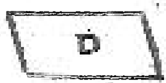
Rombo.



Paralelogramo obliquangulo es el q̃ no tiene angulos rectos

33 Romboyde es la figura q̃ tiene los lados y angulos contrarios yguales, pero ni es equilatera ni rectangula.

Romboyde.



El paralelogramo rectangulo se divide en quadrado y oblongo

el quadrado arriba

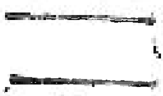
oblongo es el rectangulo q̃ no tiene todos sus lados iguales solo los opuestos

34 Los demas quadrilateros fuera destos llamanse trapezias.

Trapezias. o trapecio

35 Lineas rectas parallelas solas q̃ estãdo ẽ vn mismo llano, y estẽdidas de ãbas partes ẽ infinito, ẽ ningũaparte cõcurre

Paralelas



El paralelogramo obliquangulo se divide en Rhombo y Rhomboide

Rhombo es un obliquangulo q̃ tiene sus 4 lados iguales

Rhomboide es un obliquangulo cuyos lados solo son iguales los opuestos

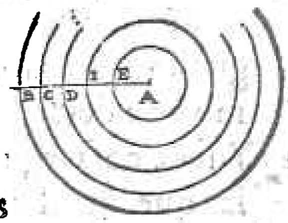
El

¶ El ſegundo genero de principios las peticiones.

1. Tirar vna linea recta deſde qualquier puncto aſta qualquier puncto.

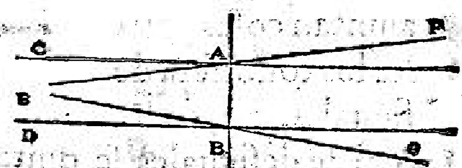
2. Vna linea recta termina da eſtenderla cõtinua y derechamente.

3 Sobre qualquier centro y diſtancia deſcribir vn circulo.



4 Todos los angulos rectos ſer entre ſi yguales.

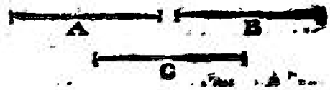
5. Si cayẽdo vna linea recta ſobre dos lineas rectas hiziere



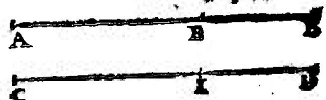
los angulos interiores y de vna miſma parte menores que dos rectos, aquellas lineas rectas eſtendidas en infinito, es neceſſario que concurrã azia aquella parte enla qual eſtan los angulos menores que dos rectos

El tercero genero de principios las comunes ſentencias.

1 Las coſas que a vna miſma ſon yguales tambiẽ entre ſi ſon yguales.

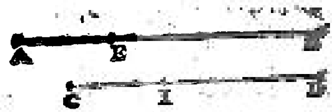


2 Si a coſas yguales ſe les añaden coſas yguales, los todos ſeran yguales.



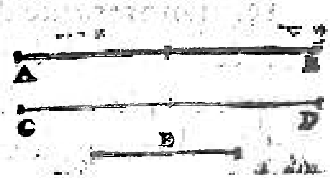
3 Y ſi de coſas yguales, ſe quitã coſas yguales las que quedarẽ ſeran yguales.

4 Y ſi a deſiguales ſe ajuntan coſas yguales los todos ſerã deſiguales.



5 Y ſi de deſiguales ſe quitan coſas yguales las reſtas ſeran deſiguales.

6 Las coſas q̃ ſon dobladas a vna miſma ſon yguales entre ſi



7 Las cosas que son de vna misma son mitad son yguales entre si.

8 Las que entre si conuienen son yguales entre si.

9 El todo es mayor que su parte

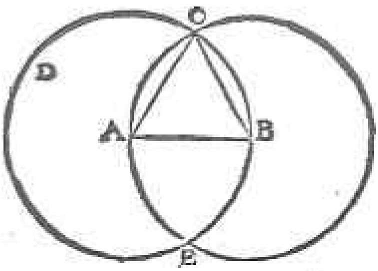
10 Dos lineas rectas no cierran superficie.

LIBRO PRIMERO DE LOS ELEMENTOS GEOMETRICOS DE EVCLIDES philosopho Megarense.

Problema primero, proposition primera.

Sobre vna linea recta dada terminada hazer vn triangulo equilatero.

Sea la linea recta dada terminada. A B. cõuiene descreuir sobre A B. vn triãgulo equi latero. Sobre el cẽtro. A. y segũ el espacio. A. B. descriuase el circulo. B. C. D. (por la tercera petitiõ) Y tambiẽ (por la misma) sobre el centro. B. y eñl espacio. B A. descriuase el otro circulo. A. C. E. Y (por la primera peticiõ)

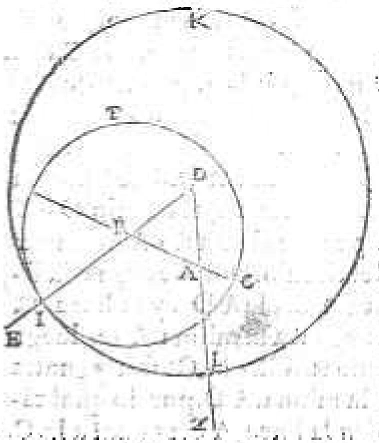


desde el puncto. C. donde los circulos se cortan, tirense las lineas rectas, C A, C B. asta los punctos. A. B. Y porque el puncto. A. es centro del circulo. C. B. D. sera ygual la linea. A. C. a la linea. A. B. (por la decima quinta definitiõ) Itẽ porque el punto. B. es centro del circulo. C A E. sera ygual la linea. B C a la linea. A B. luego ambas. C A. y la. C B. son Yguales a la linea. A. B. Y las cosas que a vna son Yguales, ẽtre si son yguales (por la primera comun sentencia) luego la linea. A C. es ygual a la linea. C B. luego las tres lineas C A. A B. B C. son yguales entre si. Sera pues equilatero el triangulo. A B C. y fabricado sobre la linea recta dada terminada. A B. lo qual conuino hazerse.

Próblema ſegundo. Propoſition ſecunda.

Hazer vna linea recta ygual a otra linea recta dada, deſde vn puncto ſeñalado.

Sea el puncto ſeñalado. A. y. la linea recta dada. B C. es meneſter deſde el punto. A. tirar vna linea recta ygual a la linea recta. B C.



Tireſe deſde el puncto. A. aſta el puncto. B. la linea recta. A B. (por la primera petition) y haga ſe ſobre ella (por la primerapropoſicion) vn triangulo equilatero, Y ſea. D A B, y eſtiẽdanſe les a la D A. y a la. D B. las lineas. A Z. B E. Derechamente (por la ſegunda petition) ſobre el centro. B. y en el eſpacio. B C. deſcribaſe (por la tercera petition) el circulo. C I T Y tambiẽ (por la miſma) ſobre el cẽtro. D. y ẽ el eſpacio D I. deſcribaſe el circulo. I K L. Pues porque el puncto. B. es centro del circulo. C I T. ſera (por la decima quinta definition) la linea. B C. ygual a la linea. B I. y porque el puncto. D. es centro del circulo. I K L. ſera (por la miſma) ygual la linea. D L. a la linea. D I. de las quales. D A. es ygual a la miſma D B. (por la propoſition precedente) luego la linea reſtante. A L. es ygual a la linea. B I. que reſta (por la tercera comun ſententia) y eſta demoſtrado que. B C. es Ygual a la. B I. luego la vna y la otra. A L. y B C. es ygual a la. B I. y las coſas que a vna miſma ſon Yguales (por la primera comun ſententia)

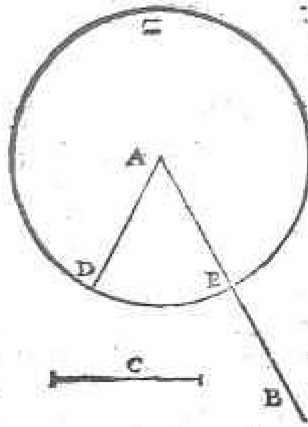
C ſon

ſon tambien entre ſi yguales, luego la linea. A L. es ygual a la B C. Haſe pues tirado deſde el punto dado. A. la linea recta. A L. ygual a la linea recta dada. B C. Lo qual cõuino hazerſe

Problema tercero, Propoſicion tercera.

¶ Dadas dos lineas rectas deſiguales, cortar dela mayor vna linea recta ygual a la menor.

Sean dos lineas rectas dadas deſiguales. A B. y. C. de las quales ſea, A B. la mayor, conuiene cortar de la, A B. mayor vna linea recta ygual a la. C. menor

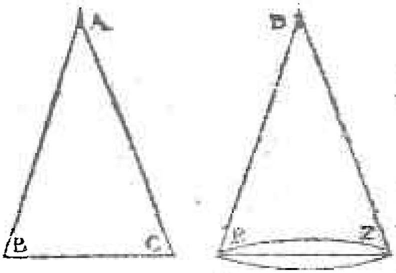


Tireſe (por la. z. ꝓpoſiciõ) deſde el puncto. A. vna linea ygual a la linea recta. C. y ſobre el cẽtro. A y la diſtantia, A D. deſe (por la tercera petitiõ) el circulo. D E Z Y porque el puncto. A. es centro del circulo. D E Z. es ygual la linea. A E. a la A D. y la linea. C. es ygual a la miſma. A. D, luego ambas. A E. y la, C. ſon yguales a la miſma. A D. por lo qual tãbien la linea, A E. es gual a la. C. Dadas pues las dos lineas rectas deſiguales. A B. C. ſe ha cortado dela. A B. mayor, la. A E. ygual a la. C. menor lo qual cõuenia hazerſe.

Thorema primero, Propoſition quarta.

Si dos triangulos tuuieren los dos lados yguales a los dos lados el vno y el otro al otro y al otro, y el angulo ygual al angulo cõtenido debajo de yguales lineas rectas, tendran la baſis ygual ala baſis, y el vn triãgulo ſera ygual al otro

tro triãgulo:y los de mas águlos será yguales a los de mas angulos el vno al otro debajo de los q̃les se estienden yguales lados.

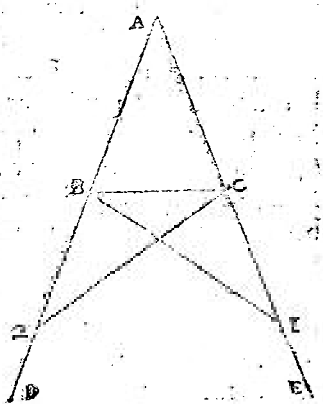


Sean dos triãgulos. A B C. D E Z. que tengan los dos lados, conuiene a saber. A B. A C. Yguales a los dos lados q̃ son. D E. D Z. el vno al otro, esto es, A B. a la. D E. Y A C. a la D Z. y el ãgulo B A C. ygual al angulo. E D Z. Digo que tambiẽ la basis. B C. es ygual a la basis. E Z. Y el triangulo. A B C. sera ygual al triangulo. D E Z. Y los de mas angulos seran yguales a los demas angulos debaxo de los quales se estiendẽ yguales lados, el vno al otro. esto es que el angulo. A B C, sera ygual al angulo. D E Z. Y el. A C B. al angulo. D Z E. Porque sobrepuesto el triangulo. A B C al triangulo. D E Z. y puesto el punto. A. sobre. D. y la linea recta, A B. sobre D E. caera el puncto. B. tambien sobre el puncto. E. porque la linea. A B. es ygual a la. D E, (por la suposiciõ) y poniendo la linea A B. sobre la linea. D E. caera tambien la linea recta. A C. sobre la linea. D Z. porq̃ el angulo. B A C. es ygual al angulo. E D Z (por la suppositiõ) Y porq̃ la linea. A C. es ygual a la D Z (por la suppolicion) caera pues el puncto. C. sobre el pũto Z. Iten porq̃ el pũcto. C. cae sobre el pũcto. Z. y el puncto. B. sobre el pũcto. E. luego la basis. B C. cae sobre la basis. E Z. porq̃ si cayẽdo, B. sobre. E. y. C. sobre. Z. la basis. B C. no cayese sobre la basis. E Z. dos lineas rectas cerrariã superficie: lo qual (por la. 10. comũ sentẽtia) es imposible, luego cae la basis. B C. sobre la basis. E Z. y le es ygual, por lo qual todo el triãgulo A B C. cae sobre todo el triãgulo. D E Z. (por la. 8. comũ sen tercia) y le es ygual, y caeran tābien los de mas angulos (por la misma) sobre los de mas angulos y les serā yguales, esto es el angulo. A B C. al angulo. D E Z. y el angulo. A C B. al angulo D E Z. Luego quando dos triangulos tuuieren los dos lados yguales a los dos lados el vno al otro y el angulo ygual al angulo contenido de yguales lineas rectas, tendran tambien la basis ygual a la basis, y el vn triangulo sera ygual al otro triāgulo: y los de mas angulos serā yguales a los de mas angulos el vno al otro, debajo de los quales se estienden yguales la dos, lo qual conuino demonstrarse.

Theorema. 2. Proposition. 5.

¶ Los angulos de los triāgulos ysosceles q̄ estā sobre la basis son entre si yguales. Y estēdidas las lineas rectas yguales, seran tābien yguales entre si los angulos q̄ estan debajo de la basis

Sea el triāgulo ysosceles. A B C. que tenga el lado. A B. ygual al lado. A C. y estiendanse derechamēte (por la secūda peticion) las lineas. B D. C E. a las lineas. A B. A C. digo que el angulo. A B C. es ygual al angulo. A C B. y el angulo. C B D al angulo. B C E. Tomese en la linea. B D. vn pūto a caso y sea. Z. y cortese de la linea. A E. mayor (por la tercera proposiciō) vna ygual a la. A Z. menor y sea. A I. y juntense. Z. C y I B. y porque. A Z. a la. A I. y A B. a la. A C. son yguales, luego las dos Z A. A C. sō yguales a las dos. I A. A B. la vna a la otra, y cierran el angulo comun que es cōtenido debajo de. Z A I. luego la basis Z C.



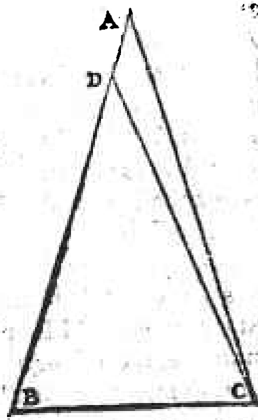
es por

es(por la.4. proposiciõ) ygual a la basis.I B.y el triangulo. A Z C.sera ygual al triangulo.A I B.y los demas angulos a los de mas angulos elvno al otro serã yguales, debajo delos quales se estienden yguales lados, esto es el angulo.A C Z. al angulo.A B I,y el angulo.A Z C.al angulo.A I B. y porq̃ toda la.A Z.es ygual a toda la.A I.de las.quales la linea . A B . es ygual ala linea.A C.luego la que resta.B Z. es ygual (por la.3.comũ sentencia)ala. C I.q̃ resta.Y esta demostrado que. Z C.es ygual ala misma.B I.luego las dos. B Z. Z C.son yguales alas dos.C I. I B.la vna ala otra,y el angulo.B Z C. es ygual alangulo.C I B.(por la.4.ꝓposiciõ)y la.B C. esbasis comun,luego el triangulo.B Z C.sera ygual al triangulo.C I B y los demas angulos alos demas angulos el vno al otro serã tambien yguales debaxo delos quales se estienden yguales lados(por la misma)luego el angulo.Z B C.es ygual al angulo.I C B.y elangulo. B C Z al angulo C B I.sõn yguales.Pues porq̃ todo el ãgulo.A B I.como esta demostrado es ygual a todo el ãgulo.A CZ.delos quales.CB I.es ygual al angulo,B C Z.luego el angulo.A B C.q̃ resta es ygual (por la.3.comũ sentẽcia) al angulo restãte.A C B.y son sobre la basis del triangulo.A B C.pero esta demostrado,queel angulo.Z B C.es ygual al angulo.I C B,y estã debaxo dela basis ,Luego delos triangulos y sosceles los angulos que estan sobre labasis son yguales entre si,y estendidas las lineas rectas y guales seran tambien iguales entre si los angulos que estan debaxo de la ba s lo qual se auia de demostrar.

Theorema.3. Proposiciou.6.

¶ Si los dos angulos del triãgulo fuerẽ yguales entresi,tambien los lados q̃ estan debaxo de yguales angulos serã yguales entre si,

Sea el triangulo.A B C.q̃ tenga al angulo.A BC.ygual al angulo.A CB.Digo q̃ tambien el lado. AB. es ygual al lado. A C.porq̃ sino es ygual el lado.A B.al lado.A C.elvno dellos sera mayor,sea.AB.mayor(Y por la. 3. proposicion)cortese

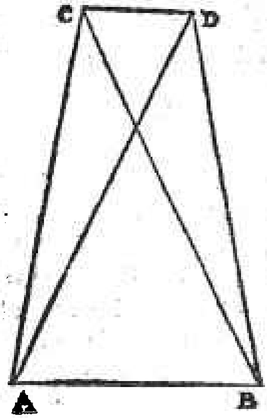


del mayor.AB.vna linea ygual a la. AC.y esta sea. D B. y tirese la linea. D C(porla.3.petitiõ)Puesperq̃ el lado.DB.es ygual al lado.AC.y comũ la linea,B C.luego los dos lados . D B.B C. son yguales a los dos lados. A C.C B.el vno al otro,y el angulo. DBC.al ãgulo.ACB. por la supposiciõ, luego la basis D C(por la.4.proposicion) es ygual a la basis.AB.y el triãgulo.DBC,sera ygual,por la misma, al triangulo.ACB. es a saber el menor al mayor,lo qual es impossible.Luego el lado.AB,no es desigual al lado . A C. Sera pues ygual . Luego si los dos angulos de vn triangulo fuerẽ yguales entre si,tambiẽ serã yguales los lados entre si,que se estienden debaxo de yguales angulos, lo qual se hauia de demostrar.

Theorema.4. Proposition.7.

Sobre vna misma linea recta no se daran dos lineas rectas yguales a otras dos lineas rectas, la vna a la otra q̃ concurrã en otro puncto diuerso,teniendo vnos mismos terminos cõ las primeras lineas rectas.

¶Porq̃ si es possible,dése sobre vna misma linea recta. A B. a las dos lineas rectas. AC.CB.otras dos lineas rectas.AD.DB yguales la vna a la otra q̃ cõcurrã en diuersos pũctos q̃ sean C D.hazia vnas mismas partes cõuiene a saber hazia. CD.teniẽdo vnos mismos terminos q̃ son. AB.De mãera q̃.CA. sea ygual a la.DA.teniẽdo el mismo termino q̃ es.A.y la CB.ala DB.teniẽdo el mismo termino q̃ es.B.jũte se.CD(por la.1.petició.

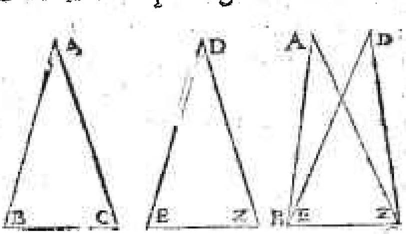


ticiõ) Pues porq̃. A C es ygual a la. A D. sera tābien ygual el angulo. ACD al angulo. ADC. Es pues el āgulo AD C. menor q̃ el angulo. BDC. luego menor es el angulo ACD. q̃ el āgulo. BD C. Sera pues mucho menor el angulo BCD, q̃ el āgulo. BDC. luego mucho es menor el angulo. BCD. q̃ el angulo BDC. De mas desto porque. BC. es ygual a la, DB, Es luego ygual tābien el angulo, B CD, al angulo. CDB, Y esta ya demostrado q̃ es mucho menor, lo qual es impossible, Luego sobre vna misma recta linea, a dos mismas lineas rectas no se darā otras dos lineas rectas yguales la vna a la otra q̃ cōcurrā en diuersos pūctos hazia vnas mismas partes, teniēdo los mismos terminos con las primeras lineas rectas. Lo qual conuino demonstrarse,

Theorema. 5. Proposicion. 8.

¶ Si dos triāgulos tuuierē los dos lados yguales a los dos lados, el vno al otro: y la basis tābiē ygual a la basis, tēdran tābiē el angulo cōtenido de yguales lineas rectas ygual al āgulo

¶ Sean dos triangulos. A B C. D E Z. que tēga los dos lados B C. A C. yguales a los lados. E Z. D Z. el vno al otro esto es. C B. a la Z E. y A C. a la D Z. y tengan la basis. B A, ygual a la basis E D, digo quel angulo. B C A. es ygual al angulo. E Z D. porque puesto el triangulo. A B C. sobre el triangulo. D E Z. y puesto el punto. B sobre el punto. E. y la linea recta. B A. sobre. E D. cae tambien



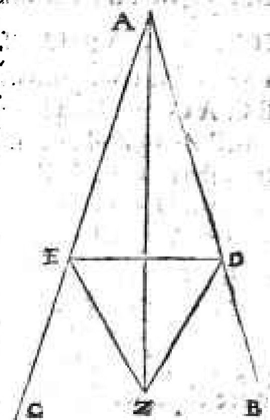
 el punto

el punto.C.ſobre el punto.Z.porque.B C.es ygual a la.E Z. caen tambien. C A. A B. ſobre.E Z. D Z.porque ſi la baſis B A.cae ſobre la baſis.E D.pero los lados.B C. A C.no cae ſobre los lados.E Z. D Z.ſino q̃ ſi difieren como.E Z. E C.D Z. D C.darſe han ſobre vna miſma linea recta dos lineas rectas yguales a otras dos lineas rectas la vna ala otra q̃ cõcurrã ẽ differentes puntos hazia vna miſma parte teniẽdo vnos miſmos terminos.Pero no ſe dan eſtas(por la.7.propoſiciõ)luego cayẽdo la baſis.B A.ſobre la baſis.E D caerã tãbien los lados.B C. A C.ſobre los lados.E Z. D Z.por lo qual tambien el angulo.B C A.caera ſobre el ãgulo. E Z D. y ſe ſera ygual. Luego ſi dos triangulos tuuieren los dos lados yguales a los dos lados el vno al otro y la baſis tãbien ygual ala baſis,tendran el angulo tambien ygual al angulo cõtenido de yguales rectas lineas, que era lo q̃ ſe auia de demoſtrar.

Problema.4. Propoſition.9.

❡ Diuidir vn angulo dado rectilineo en dos partes yguales.

❡Sea el angulo rectilineo dado.B A C.conuiene diuidirle en dos partes yguales.Tomeſe enla linea.A B.vn pũcto a caſo y ſea.D.Y dela linea. A C.(por la.3.propoſiciõ) corteſe. A E.ygual ala. A D. y(por la.1.peticiõ)tireſe la linea.D E y hagaſe(por la.1.propoſiciõ)vn triãgulo d̃ yguales lados ſobre.D E. y ſea D Z E.y (por la.1.peticion)tireſe la A Z.Digo q̃ el ãgulo.B A C.es cortado con la linea.A Z.en dos partes yguales.Por q̃.A D.es ygual ala.A E.y comun la.A Z.luego las dos.D A. A Z ſõ yguales alas dos.E A. A Z.la vna ala otra,y la baſis,D Z.es ygual(por la.1,propoſiciõ)a la baſis,E Z,luego (por la,8)el ãgulo,D A Z es ygual al

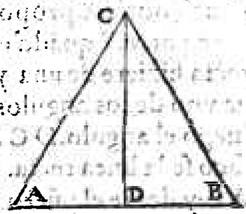


gulo, Z A E. Esta luego cortado en dos partes yguales con la linea. A Z. el angulo dado de lineas rectas. B A C. lo qual conuino assi hazerse.

Problema. 5. Proposicion. 10.

¶ Diuidir en dos partes yguales vna linea recta dada terminada.

Sea dada la linea recta terminada. A B. cōuiene diuidir la linea. A B. ē dos partes yguales, hagase (por la. 1. proposiciō) sobre ella el triāgulo de yguales lados A B C. (y por la. 9. ppo siciō) cortese en dos partes yguales el angulo. A C B cō la linea recta, C D, digo q̄ la linea recta, A B, es cortada en dos partes yguales enel puncto, D, porq (por la. 1. proposiciō) A C, es ygual a la. C B, y la C D es comun, luego las dos A C. C D son yguales a las dos B C. C D, la vna a la otra, y el āgulo. A C D. es ygual al āgulo B C D. Luego (por la. 4.) la basis A D. es ygual a la basis. D B Esta pues cortada la linea A B. recta dada terminada ē dos yguales partes enel puncto. D. que era lo q̄ se hauia de hazer.

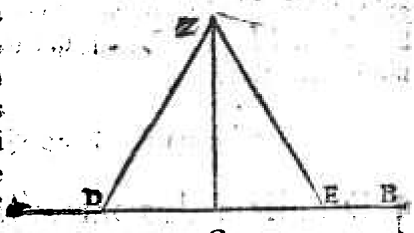


Problema. 6. Proposiciō. 11.

¶ Dada vna linea recta, sacar desde vn pūto en ella señalado vna recta linea en angulos rectos.

Sea la linea recta dada. A B. y el puncto señalado en ella sea. C. conuiene desde el mismo puncto. C. de la misma linea recta. A B. sacar vna linea recta en angulos rectos. Tome se en la misma. A B. vn puncto a caso y sea. D. y pongase (por la tercera

tercera proposiciō)la linea C E.ygual a la. D C.y sobre D E(por la.1. proposicion) haga se el triāgulo de lados yguales.Z D E,y tirese la linea,Z C. Digo q̄ la linea recta.Z C.sale dela linea. A B en angulos rectos desde el

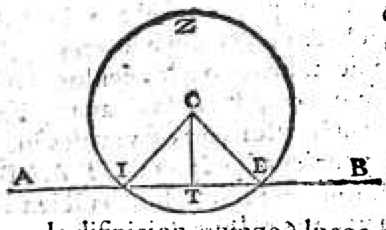


puncto señalado en ella que es C.Por q̄.D C.es ygual a la . C E.y la linea.Z C.es comū luego las dos.D C.C Z.son yguales a los dos. E C. C Z. la vna a la otra y la basis. D Z(por la. 1. proposiciō) es ygual a la basis.E Z.luego el angulo.D C Z. es ygual(por la.8.proposiciō)al angulo.E C Z . y estan de vna y otra parte.Y quādo estando vna linea recta sobre otra linea recta hiziere de vna y otra parte angulos entre si yguales,cada vno de los angulos yguales es recto(por la.10.definicion) luego el angulo.D C Z.y el angulo,Z C E.son rectos. Luego saco se la linea recta. Z C.ē angulos rectos de la linea recta . A B.y desde el pūcto.C.señalado en ella,q̄ conuino hazer se.

Ploblema.7. Proposicion.12.

¶ Tirar vna linea recta perpendicular sobre vna linea recta dada infinita desde vn puncto que no este en ella ,

Sea vna linea recta infinita,y sea esta.A B. y el puncto dado que no este en ella sea.C.conuiene sobre la linea recta dada infinita.A B.desde el puncto,C.q̄ no esta en ella tirar vna linea recta perpēdicular . Tomese en la vna parte dela misma linea recta. A B.vn puncto a caso y sea.E.y sobre la.C. como centro.Y segun la distancia.C E.desse(por la.3.peticiō) el circulo.E Z I.y cortese(por la.10.proposicion) E I.ē dos partes yguales en el puncto.T.y tiren se (por la.1.peticiō)las lineas rectas.C I. C E. C T.Digo q̄ la linea recta.C T.esta tirada perpēdicular sobre la linea recta dada infinita.A B. desde el pūcto

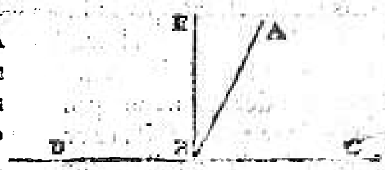


cto dado. C. q̃ no esta en ella. Porque. I T. es ygual ala. T E. y la. T C. es comũ luego las dos. I. T. C T. sõ yguales a las dos. E T. C T la vna a la otra, Y la basis C I. ala basis. C E. es ygual (por la difinicion quinze) luego el angulo. C T I. es ygual (por la. 8. proposiciõ) al angulo. C T E, Y estan de vna y otra parte. Y quãdo estãdo vna linea recta sobre otra linea recta hiziere de vna y otra parte angulos entre si yguales, cada vno delos yguales angulos es recto (por la. 10. difiniciõ) y la linea recta q̃ esta encima se llama ppẽdicular. Luego sobre la linea recta dada infinita. A B. desde el pũto. C. dado q̃ no esta ẽ ella, esta tirada la perpẽdicular. C T. q̃ cõuino hazerse.

Theorema. 6. Proposition. 13

Quando estãdo vna linea recta sobre otra linea recta hiziere angulos, o hara dos rectos o yguales a dos rectos.

¶ Estandovna linea recta. A B, sobre la linea recta, C, D, haga los ãgulos, C B A, A B D. digo q̃ los angulos. C B A. A B D. o son dosrectos, o yguales a dosrectos. Si el angulo. C B A. esygual al angulo A B D. serã ya dos rectos.



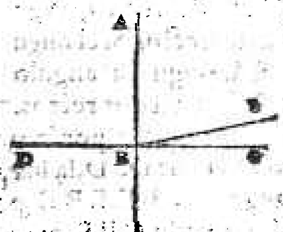
Pero sino saquese (por la. 11. proposicion) desde el puncto. B. dado en la linea. C D, la linea. B E. en angulos rectos. Assi que los angulos. C B E. E B D (por la difinition. 10) seran rectos. Y porq̃ el angulo. C B E. es ygual a los dos angulos. C B A. A B E, pongase por comun el angulo. D B E. luego los angulos C B E. E B D. son yguales a los tres angulos q̃ son. C B A. A B E. E B D, De mas desto porq̃ el ãgulo. D B A. es ygual a los dos

dos angulos D B E.E B A.Põgase por comũ el angulo.A B C luego los angulos.D B A.A B C.son yguales a los tres ãgulos D B E. E B A.A B C,Y esta demonstrado q̃ los ãgulos.C B E. E B D.sõ yguales a los mismos tres,y las cosas q̃ a vna misma sõ yguales(por la.1.comũ sentẽtia)son entre si yguales:luego los ãgulos.C B E.E B D.sõ yguales a los ãgulos.D B A.A B C y los angulos D B E.C B E.son dos rectos, luego tãbien los angulos.D B A.A B C.son yguales a dos rectos.Luego quando estãdo vna linea recta sobre otra linea recta hiziere angulos,o hara dos rectos o yguales a dos rectos,lo qual fue conueniente demonstrarse.

Thorema.7. Proposiciõ.14.

¶ Si de alguna linea recta:y de vn puncto suyo tiradas dos lineas rectas hazia diuersas partes de vna y otra parte hizierẽ angulos yguales a dos rectos, ellas entre si seran en derecho de linea recta.

❧ De alguna linea recta.A B.y de vn punto en ella.B.las dos lineas rectas.B C.B D.no tiradas hazia vna misma parte hagan de vna y otra parte los angulos.A B C.A B D.yguales a dos rectos.Digo que la linea recta.B D.esta en derecho de la linea.C B.porq̃ si a la linea.B D.no le esta ẽ derecho la linea B C.estele a la.D B.la linea.B E puesta ẽ derecho.Pues por que la linea recta.A B.cayo sobre la linea recta.D B E.luego los angulos.A B D.A B E. son yguales a dos rectos(por la.13.proposicion)po los angulos.A B C.A B D.son yguales a dos rectos,luego las angulos.D B A.A B E.son yguales a los angulos.C B A.A B D.y quitado el angulo comun A B D.luego el angulo que resta.A B E.es ygual al angulo que



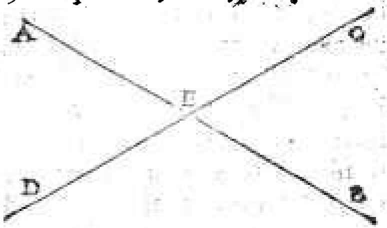
resta

resta. A B C. el menor al mayor, lo qual es impossible. Luego la linea. B E. no esta en derecho ala linea. B D. Tambien de la misma manera demostraremos que ni otra linea fuera de la linea. B C, luego ala linea. D B. estale en derecho la linea. B C luego si de alguna linea recta y de vn pūto suyo, tiradas dos lineas rectas acia diuersas partes, hizierē angulos devna y otra parte yguales a dos rectos, ellas entre si estaran en derecho de linea recta, que conuino demostrarse.

Theorema. 8. Proposiciō. 15.

¶ Si dos lineas rectas se cortaren entre si, harā los angulos contrarios yguales entre si.

Cortense entre si las dos lineas rectas. A B. C D. enel pūto E. digo q̄ el angulo. A E C. es ygual al angulo. D E B. porque cayendo la linea recta. A E. sobre la linea recta. C D. haze los angulos. C E A. A E D. luego los angulos. C E A. A E D. son yguales a dos rectos (por la. 13. Proposiciō) Item, por q̄ la linea recta D E. cae sobre la linea recta. A B. haziēdo los angulos. A E D. D E B. luego los angulos. A E D. D E B. son yguales a dos rectos. (por la misma. 13. proposiciō) y esta demostrado q̄ los angulos. C E A



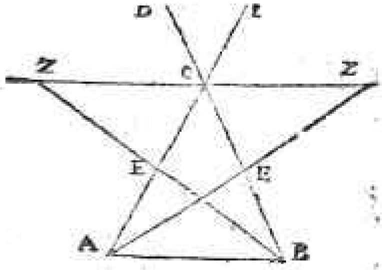
A E D. son yguales a dos rectos, luego los angulos. C E A. A E D. son yguales alosangulos. A E D. D E B. quitado pues el comun. A E D. el angulo. C E A. que resta, es ygual al angulo que resta. D E B. dela misma forma se demostrara q̄ tābien los angulos. C E B. D E A. son yguales, Luego si dos lineas rectas se cortarē entre si, haran los angulos contrarios yguales entre si, que conuino demostrarse.

Theorema

Theorema. 9. Proposicion. 16.

¶ Estendido vn lado de qualquier triangulo el angulo exterior es mayor que qualquiera de los angulos interiores oppuestos.

Sea el triãgulo. A B C. y estiẽda se vn lado suyo y sea. BC hasta en. D. digo q̃ el angulo exterior. A C D. es mayor q̃ qual quiera interior que este puesto enla parte contraria, esto es, que el angulo. C B A. o, B A C. cortese la linea. A C. ẽ dos partes yguales (por la. 10. proposicion) enel puncto. E. y estendida la linea. B E. por la. z. peticiõ) tirese asta el pũcto. Z. y (por la. z. proposiciõ) desse la linea E Z. ygual a la B E, y tirese. Z C (por la primera peticiõ) y estiẽdase (por la. z. peticiõ la linea. A C. asta en. I. Pues porq̃. A E. es ygual ala



E C, y la. B E. a la. E Z. luego las dos. A E. E B. son yguales a las dos, C E, E Z. la vna a la otra, y el angulo A E B. (por la decima quinta proposiciõ) al angulo. Z E C. por ser opuestos Luego la basis. A B. es ygual a la basis. Z C. y el triangulo. A B E. ygual al triangulo. Z E C. y los de mas angulos son yguales a los demas angulos el vno al otro debajo de los quales se estienden yguales lados (por la, 4. proposicion) luego el angulo. B A E. es ygual al angulo. E C Z. pero el angulo. E C D. es mayor que el angulo. E C Z. Luego mayor es el angulo. A C D. que el angulo. B A I. Dela misma forma si se corta ẽ dos partes yguales la linea. B C. se demostrara q̃ el angulo. B C I. conuiene a saber q̃ el angulo. A C D. es mayor q̃ el angulo. A B D. luego estẽdido el vn lado de qualquier triangulo, es mayor el angulo exterior q̃ qualquiera de los interiores opuestos, que es lo que se hauia de demostrar.

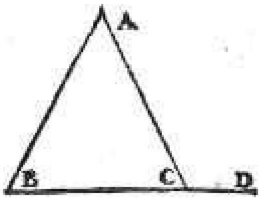
Theorema. 10. Proposicion. 17.

Tomados

I.

Tomados de q̃lquiera suerte los dos angulos de q̃lquier triãgulo son menores q̃ dosrectos

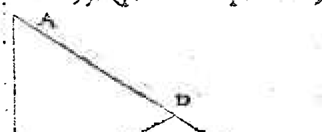
Sea el triangulo. A B C. digo que los dos angulos del mismo triangulo. A B C. tomados de qualquier manera, son menores que dos rectos. Porque estiendase (por la. 2. petition el lado. B C. asta en. D, Y porq̃ del triãgulo. A B C (por la precedente) el angulo exterior que es. A C D. es mayor que el angulo. A B C. interior. Admitase el angulo comũ. A C B. son pues los angulos. A C D. A C B. mayores q̃ los ãgulos. A B C. B C A. Y (por la. 13. proposition) los angulos. A C D. A C B son yguales a dos rectos Luego los angulos. A B C. A C B. son menores q̃ dos rectos. Dela misma forma mostraremos tambien que los angulos. B A C. A C B. son menores q̃ dos rectos, y tambien los angulos. C A B. A B C. Luego tomados de qualquiera suerte los dos angulos de qualquier triangulo son menores que dos rectos. Lo qual conuino demostrarse.



Theorema. 11. Proposicion. 18.

¶El mayor lado de todo triangulo se estiende debaxo del mayor angulo.

Sea el triãgulo. A B C que tenga el lado. A C mayor q̃ el lado. A B. digo que tambien el angulo. A B C. es mayor q̃ el angulo. B C A. porque. A C. es mayor que. A B. hagasse ygual la linea. A D. ala. A B (por la. 3. proposiciõ) y (por la. 1. peticiõ) tirese la linea. B D. y porq̃ del triangulo. B D C. el angulo exterior A D B. (por la ꝓposiciõ 16) es mayor que el angulo oppuesto y interior. D C. B. y es ygual (por la. 5 proposicion) el angulo. A D B. al angulo. A B D. porq̃ el lado. A B.



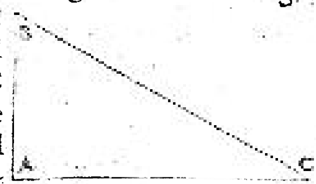
es ygual

es ygual al. A D. luego mayor es el angulo. A B D. que el angulo. A C B. luego mucho mayor es el angulo. A B C. que el angulo. A C B. luego el mayor lado de todo triangulo se estiẽde debaxo de mayor angulo, que conuino demostrarse

Thorema. 12. Proposicion. 19.

¶Debaxo del mayor angulo de todo triangulo se estiende mayor lado.

Sea el triangulo. A B C. que tẽga el angulo. A B C. mayor q̃ el angulo. BC A. digo que el lado. A C. es mayor q̃ el lado. A B. porque sino lo es, o sera el lado. A C. ygual al lado. A B. o menor que el. Ygual no lo es el lado. A C. al lado. A B. que seria (por la. 5. proposiciõ) ygual el angulo. A B C. al angulo A C B. no es ygual, luego el lado. A C. en ninguna manera es ygual al lado. A B. Tãpoco el lado. A C es menor que el lado. AB. porque el angulo. A B C. seria menor q̃ el angulo. A C B. pero no lo es, luego el lado. A C. en ninguna manera es menor que el lado. A B Luego mayor es el lado. A C. q̃ el lado. A B. luego debaxo del mayor angulo de todo triangulo se estiende mayor lado. Lo qual conuino demostrarse.

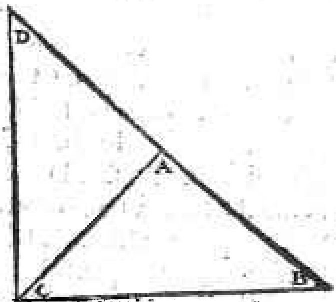


Theorema. 13. Proposiciõ. 20.

¶Los dos lados de todo triãgulo tomados ẽ qualquier manera son mayores q̃ el q̃ resta.

Sea el triangulo. A B C. Digo que los lados del mismo triangulo. A B C. son mayores que el que resta de qualquier manera

nera que se tomen, es a saber. B A. A C.mayores que. B C. y B C. A B. que A C. y B C. C A.que el mismo.A B.tienda se (por la,2, petitiõ),B A,hasta el punto,D,y (por la.2,propo-sitiõ)pongase,A D,ygual ala,A C.y tirese.D C.Pues porque D A.es ygual ala.AC.esygual,el ã gulo.A DC.(por la.5.propositi on)al angulo.A C D y el angu-lo.B C D.es mayor que el angu lo.ACD.luego el angulo. BCD es mayor que el angulo.A.DC y porq̃ es el triangulo . DCB. que tiene mayor el angulo.B C D.q̃ el angulo.A D C.y al ma-yor angulo se le estiẽde mayor lado(por la.18.proposiciõ)luego.DB.es mayor q̃ B C.

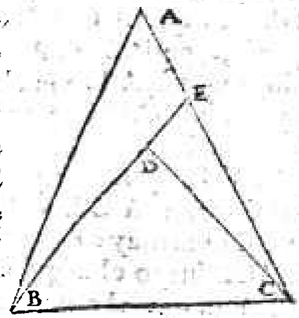


po es ygual. D B alas dos. A C.AB.luego mayores sõ los lados.B A AC q̃ el mismo.B C.De la misma forma demostraremos q̃ tã bien los lados.A B. B C.son mayores q̃ C A. y tambien . B C C A.q̃ A B. luego los dos lados de todo triangulo tomados en qualquier manera son mayores que el que resta, lo qual conuiño demostrar se

Theorema. 14. Proposicion.21.

¶ Si delos terminos del vn lado de vn triãgu-lo se dierẽ dentro del dos lineas rectas: las que se dierẽ seran menores que los dos lados del triangulo y contendran mayor angulo.

¶ Sobre el lado.B C.del triãgulo. A BC.desde los terminos dela misma.B C dense dos lineas rectas dentro del.B D, C D digo que.B D. C D.son menores que los lados. B A. A C. q̃ restan del triangulo,y que el angulo.B D C.es mayor que.B A C.

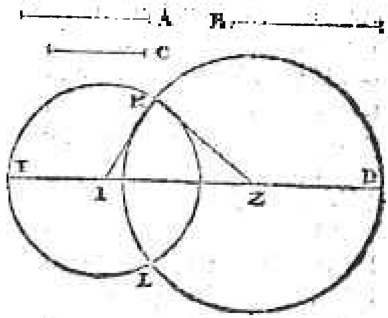


porque estiédase (por la. z. petició) la linea.B D.asta.E. y porque (por la.zo.proposició) los dos lados de todo triangulo son mas largos que el restante, seran los dos lados.A B A E.del triangulo. A B E, mayores que.B E.y puesta comun la linea.E C.luego las lineas.B A.A C.son mayores que las lineas.B E.E C.Y porque por la misma.losdos lados.CE E D del triangulo.C E D.sonmayores que.DC.puesta pues comũ.B D.serã mayores las lineas C E.E B.que las lineas.C D.DB.y esta demostrado que B A. A C.son mayores que.B E.E C. Luego mucho mayores son B A.A C.que las lineas.B D.D C. Demas desto porq̃ (por la 16.proposicion) el angulo exterior de qualquiera triangulo es mayor que el opuesto interior, luego el angulo.B D C.exterior del triangulo. CD E. es mayor que el angulo. CE D. Por lo qual tambien el angulo exterior.C E B.del triangulo A B E. es mayor que el angulo.B A C.Pero esta demostrado que el angulo.B D C.es mayor que.CEB.Luego mucho mayor es el angulo.B DC.que el angulo.B A C. Luego si de los terminos del vn lado de vn triãgulo se dieren dentro del dos lineas rectas las que se dieren serañ menores que los dos lados que restan del triangulo, y contendran mayor angulo. Lo qual conuino demostrarse.

Problema.8. Proposicion. zz.

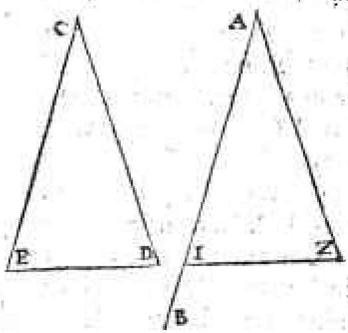
¶Hazer vn triangulo de tres lineas rectas que seanyguales a tres lineas rectas dadas: perocõuiene que las dos lineas sean mayores que la que resta tomadas de qualquier manera, porque los dos lados de todo triangulotomados de qualquier manera son mayores q̃el restãte

Seã tres lineas rectas dadas. A.B.C.dos delas quales tomadas en qualquier manera seã mayores q̃ la restãte, es a saber. A. B. mayor q̃ C.y A.C.mayor q̃.B.y C B, mayor q̃.A.cõuiene de tres lineas rectas yguales a las tres.A.B.C.hazer vn triãgulo.Desse vna linea terminada d̃la parte.D.pero no terminada por la parte.T.y(por la.3.proposiciõ)ponga se la linea.D Z.ygual a la.A.y ala.B.la linea.Z I.Pero ala.C.la linea T I,y sobre el cẽtro.Z.y espacio.Z D(por la.3.peticiõ)descri base el circulo.L K D.y tãbien sobre el centro.I. y el espacio. I T(por la misma peticiõ)desse el circulo T L K.y tirẽse(por la primera peticiõ)Z K.I K.Digo q̃ el triãgulo.K Z I. se ha hecho de tres lineas rectas yguales a las tres.A.B.C.Porque el pũcto.Z.es cẽtro del circulo.D K L.es ygual(por la.15. definiciõ)Z D. ala.Z K.y la A.es ygual a la.Z D.luego tãbien. Z K.es ygual(por la.1.comũ sentẽcia)a la.A.Itẽ porq̃ el pũcto. I,es cẽtro del circulo.L K T.es ygual.I K a la.I T.y la.C..es ygual a la.I T.luego la.I K.es ygual(por la.1.comũ sẽtẽcia)ala C.y la Z I.es ygual a la.B.(por la suppoficiõ)luego las tres lineas rectas.I Z.Z K.K I.son yguales a las tres A. B.C. luego de tres lineas rectas q̃ son. I Z. Z K.K I.q̃ sõ yguales a las tres lineas dadas A.B.C.esta hecho el triãgulo. K Z I. lo qual fue cõueniẽte hazerse.



Ploblema.9. Proposicion.23.

¶Sobre vna linea recta y en vn puncto enella señalado hazer vn angulo de lineas rectas ygual a vn angulo dado de lineas rectas, Sea la linea dada. A B. y. el puncto dado en ella sea. A. y el angulo dado rectilineo sea. D C E· cõuiene poner ẽla linea recta dada. A B. y enel pũcto ẽ ella dado. A. vn angulo rectilineo ygual al angulo rectilineo dado. D C E. Sea a caso enla vna y otra linea. C D C E. vnos punctos, y sean estos. D E. y tirese. D E (por la. 1. peticiõ) Y de las tres lineas rectas Z A. Z I. I A, que son yguales a las tres lineas rectas dadas C D. D E. E C. haga se (por la precedente vn triangulo, y sea A Z I. De manera que la



linea. CD. sea ygual a la linea. A Z. y. C E. a la linea. A I. Y tambien. D E. a la, Z I. y porque las dos lineas· D C. C E. son yguales a las dos lineas. Z A· A I, la vna a la otra, y la basis. D E. (por la supposition) a la basis. Z I. Luego el angulo. D C E. es ygual al angulo. Z A I (por la. 8. proposicion) luego enla linea recta dada. A B. y enel puncto en ella señalado. A. esta dado el angulo rectilineo. Z A I. ygual al angulo rectilineo. D C E. que conuino hazerse.

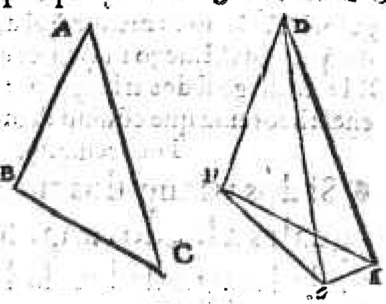
Problema. 15 Propositiõ. 24.

¶ Si dos triãgulos tuuieren los dos lados yguales a los dos lados, el vno al otro, pero mayor el vn angulo contenido de yguales lineas rectas que el angulo, tendran tambien la basis mayor que la basis.

Sean los dos triangulos. A B C. D E Z. que tengan los dos lados. A B. A C. yguales a los dos lados. D E. D Z. el vno al otro.

tro.

otro, conuiene saber, el lado. A B. al lado. D E. y el lado. A C. al lado. D Z. pero el angulo. B A C. sea mayor que el angulo E D Z. Digo que tambien la basis. B C. es mayor que la basis E Z. porque siendo el angulo. B A C. mayor que el angulo. E D Z. pongase (por la proposicion. 23) enla linea recta. D E. y en el puncto. D. en ella el angulo. E D I. ygual al angulo. B A C. y ponga se la. D I. ygual a lavna de las dos. A C. D. Z. y tirense (por la priBera peticion. I E. Z I. Pues porque. A B es ygual a la. D E. y A C. a la. D I. son yguales las dos lineas, B A. A C. a las dos lineas. E D. D I. la vna ala otra, y el angulo. B A C (por la veynte y tres proposicion) ygual al angulo. E D I. Luego la basis. B. C. (por la quarta proposició) es ygual a la basis. E I. Iten porq̃ es ygual. D I. a la. D. Z. luego el angulo. D I Z. es ygual al angulo. D Z I. Luego el angulo. D Z I. es mayor que el angulo. E I Z. es pues mucho mayor el angulo E Z I que el angulo. E I Z. Y porque es el triangulo E Z I. que tiene el angulo. E Z I. mayor el águlo. E I Z. Y el mayor angulo tiene opuesto mayor lado (por la. 18. proposicion) luego mayor es el lado, E I. que el lado E Z y es ygual el lado. E I. al lado B C. luego el lado B C. mayor es q̃ el lado. E Z. luego si dos triangulos tuuieré los dos lados yguales a los dos lados, y lo que de mas se sigue como en la proposicion. Lo qual conuino demostrar.

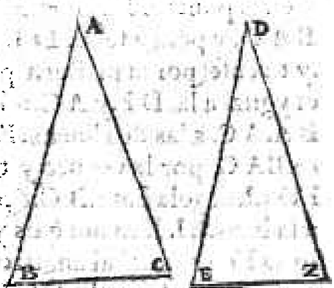


Theorema. 16. Proposicion. 25.

¶ Si dos triágulos tuuieré los dos lados yguales a los dos lados el vno al otro: pero la basis mayor q̃ la basis tẽdrá tãbié el angulo cõtenido de yguales lineas rectas mayor q̃ el águlo.

 Siendo

Siẽdo dos triangulos. A B C. D E Z. quẽ tengan los dos lados. A B. A C. yguales a los dos lados. D E, D Z. el vno al otro esto es A B. al mismo. D E. y A C. al mismo. D Z. pero la basis B C. sea mayor que la basis. E Z. Digo q̃ el ãgulo. B A C. es mayor q̃ el angulo. E D Z. porq̃ sino, o es ygual a el, o menor que el, ygual no lo es el angulo. B A C. al angulo. E D Z. Porque si fuesse ygual, la basis tambien B C (por la. 4. proposicion) seria ygual a la basis. E Z. pero no lo es, luego el angulo. B A C. en ninguna manera es ygual al angulo. E D Z. ni tãpoco es menor el angulo. B A C. que el angulo E D Z. Por que la basis. B C. seria menor q̃ la basis. E Z. Pero no lo es. luego el angulo. B A C. no es menor q̃ el angulo. E D Z. Y esta demostrado q̃ ni ygual. Luego mayor es el ãgulo. B A C. que el angulo E D Z. Luego si dos triangulos tuuierẽ y lo que se sigue como enel theorema que cõuino demostrar.



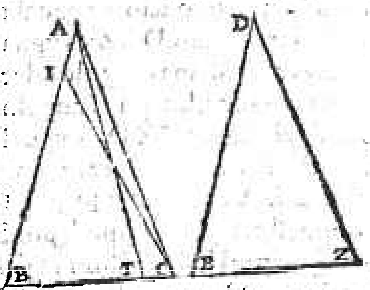
Theorema. 17. Propositio. 26.

¶ Si dos triangulos tuuieren los dos angulos yguales a los dos angulos: el vno al otro: y el vn lado ygual al vn lado: aora el q̃ esta entre los dos angulos yguales: o el que se opone al vno de los yguales angulos tendran tambien los demas lados yguales a los demas lados el vno al otro: y el ãgulo restãte al ãgulo restãte.

Sean los dos triangulos. A B C. D E Z. que tengan los dos angulos. A B C. B C A. yguales a los dos angulos D E Z. E Z D el vno al otro, es a saber, el angulo. A B C. al angulo. D E Z. y el angulo. B C A. al ãgulo. E Z D. y el vn lado ygual al vn lado y quanto a lo primero sea el que esta entre los dos angulos,

esto es

esto es, el lado. B C. al lado. E Z. Digo q̃ los demas lados los tẽdrán tãbien yguales a los demas lados, el vno al otro, esto es el lado. A B. al lado D E. Y el lado. A C. al lado. D. Z. y el angulo q̃ resta ygual al angulo q̃ resta, es a saber. B A C. al mismo. E D C. Porq̃ si. A B. no es ygual a D E. sera la vna mayor, sea mayor. A B. y pongase (por la. 3. propoficiõ) la linea. I B. ygual a la linea. D E. y tirese. I C. pues porq̃. I B. es ygual a la. D E. y la. B C. a la. E Z, luego las dos lineas. I B. B C. son yguales a las dos. D E. E Z. la vna a la otra, y el angulo. I B C. al angulo. D E Z. es ygual, luego la basis. I C (por la. 4. proposiciõ) es ygual a la basis. D Z. y el triangulo. I B C. es ygual al triangulo. D E Z. Y los demas angulos seran yguales a los demas ãgulos debajo delos quales se tiẽdẽ yguales lados Luego ygual es el angulo. I C B. al angulo. D Z E. Y el angulo D Z E. se supone ser ygual al mismo. B C A. Luego el angulo B C I (por la. 1. comũ sentẽcia) es ygual al angulo. B C A. el menor al mayor, q̃ es impossible. Luego. A B. no es desigual a la D E. sera pues ygual. y es tãbien. B C. ygual a la. E Z. Luego ya A B. B C son yguales a. D E. E Z. la vna a la otra, y el angulo. A B C. es ygual al angulo. D E Z. Luego (por la. 4. propositiõ) la basis. A C. sera ygual a la basis. D Z, y el angulo. B A C. restãte ygual al angulo. E D Z. restante. Demas desto seanyguales los lados q̃ se estiẽdẽn a yguales angulos, y sean. A B D E. Digo otra vez que los demas lados seran yguales a los demas lados, es a saber, el lado. A C al lado. D Z. y el lado. B C. al lado E Z, y demas desto el ãgulo restãte. B A C. al ãgulo q̃ resta. E D Z. sera ygual. Porq̃ si. B C. no es ygual. a E Z. el vno. dellos sera mayor. Sea pues mayor si es possible el lado. B C, y (por la. 3. ꝓposiciõ) põgase ygual la linea. B T. a la linea, E Z. Y tirese (por la. 1. peticiõ) A T. Y por q̃. B T. es ygual a la. E Z. y A B a la DE.

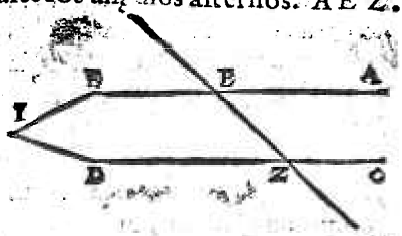


luego las dos·A B.B T.son yguales a las dos.D E.E Z. la vna a la otra, y contienẽ yguales angulos. Luego la basis. A T. (por la.4.proposiciõ)es ygual a la basis.D.Z.y el triãgulo. A B T.al trinngulo.D E Z·es ygual.Y los de mas angulos son yguales a los demas angulos debajo delos quales se estienden yguales lados,Luego el angulo.B T A.es ygual al angulo. D Z E.Y el angulo.E Z D.es ygual al angulo·B C A.sera pues el angulo.B T A.ygual al angulo.B C A.luego el angulo exterior.B T A·del triangulo.A T C.es ygual al angulo interior y opuesto.B C A.Lo qual(por la.16.proposicion)es impossible·Luego el lado.E Z.no es desigual al lado.B C, y es.A B.ygual a la.D E.Luego las dos.A B. B C. son yguales a las dos D E.E Z.La vna a la otra y contienen yguales angulos,luego la basis.A C(por la 4.proposicion)es ygual a la basis.D Z . Y el triangulo.A B C.al triangulo.D E Z.y el angulo que resta. B A C.es ygual al angulo.E D Z.que resta.Luego si dos triangulos tuuieren los dos angulos yguales a los dos angulos, y lo de mas como eñl theorema.Lo qual cõuenia demostrarse

Theorema.18 Proposiciõ.27

¶Si cayendo vna linea recta sobre dos lineas rectas hiziere los ãgulos alternos entre si yguales lasmismas lineas rectas serã entre si parallelas.

Porque cayendo la linea·E Z.sobre las dos lineas rectas. A B.C D.haga entre si yguales los angulos alternos. A E Z. E Z D.Digo que es paralella.A B. a la.C D. por que sino,estendidas se juntarã, o hacia las partes. B D. o hacia.A C.estiendã se pues y concurran hacia las partes.B D.enelpuncto.I.si es



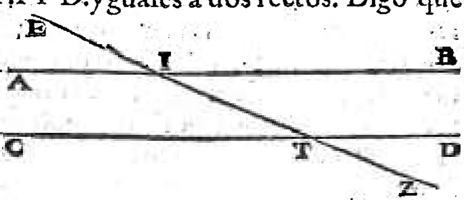
possi

poſſible.Luego el angulo exterior.A E Z.del triangulo.I EZ es ygual al angulo.E ZI.interior,y oppueſto.Lo qual(por la 16.propoſicion)es impoſſible.Luego.A B.C D.eſtendidas hacia las partes,B D.en ninguna manera concurren. Tambien de la miſma ſuerte ſe demoſtrara que ni hacia las partes.A C. y las lineas que en ninguna parte concurren ſon parallelas (por la vltima difinicion)luego.A B.es paralella a la.CD.Luego ſi cayendo vna linea recta,y lo demas como enel tneorema que ſe hauia de demoſtrar.

Theorema. 19. Propoſicion.28.

¶Si cayendo vna linea recta ſobre dos lineas rectas hizieren el angulo exterior ygual al interior y oppueſto haciavnas miſmas partes,o los interiores hacia vnas miſmas partesyguales a dos rectos,ſerá paralellas entre ſi las miſmas lineas rectas.

Si cayendo la linea recta.E Z . ſobre las dos lineas rectas A B.C D.hicieren el angulo exterior,E I B . ygual al angulo interior y oppueſto.I T D.o los interiores hacia vna miſma parte,es a ſaber.B I T,I T D.yguales a dos rectos. Digo que es paralella la linea. A B.a la linea . C D. Porque el angulo. E I.B(por laſupoſiciō) es ygual al angulo. I T D.y el angulo. E I B(por la 15)es ygual al angulo.A I T.luego el angulo A I T. es ygual al angulo.ITD.y ſon alternos(por la veynte y ſiete



propoſi

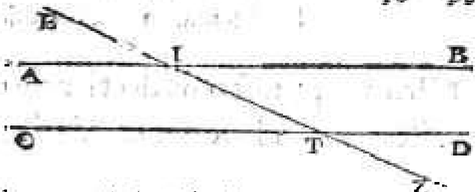
propoficion) luego es paralella. A B. a la. C D. Demas desto porque los angulos. B I T, I T D. son yguales a dos rectos. (por la suppoficion) y los angulos. A I T. B I T (por la treze propoficion) son yguales a dos rectos. Luego los angulos A I T, B I T. son yguales a los angulos. B I T. I T D. Quite se el angulo comun. B I T. luego el restante. A I T. es ygual al restante. I T D. y. son alternos. Luego parallela es. AB. a la. CD. luego si cayendo vna linea recta sobre dos lineas rectas, y lo demas como en la propoficion, que es lo q̄ se auia de demostrar.

Theorema. 20. Propoficion. 29.

¶ Cayendo vna linea recta sobre dos lineas rectas paralellas, hara los angulos alternos entre si yguales: y el exterior ygual al interior y opuesto hacia vnas mismas partes: y los dos interiores hacia vnas mismas partes yguales a dos rectos.

Caya sobre las lineas rectas parallelas. A B. C D. la linea recta. E Z. Digo, que hace yguales los angulos alternos. A I T y I T D; y el angulo exterior. E I B. al interior y opuesto hacia vnas mismas partes, esto es, al angulo. I T D, y los interiores y acia vnas mismas partes que son. B I T. I T D. yguales a dos rectos. Porque si. A I T. no es ygual a. I T D. el vno dellos es mayor, sea mayor. A I T. Pues porque. A I T. es mayor q̄ I T D. pongase por comun el angulo. B I T, luego los angulos. A I T. B I T. son mayores que. B I T. I T D. y los angulos A I T, T I B (por la. 13. propoficion) son yguales a dos rectos, luego los angulos. B I T. I T D. son menores que dos rectos y (por la quinta peticion) las lineas que haziendo menores que

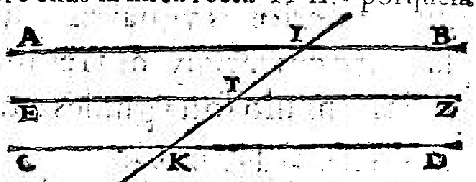
que dos rectos se estienden en infinito, concurren, y estas por ser paralellas no concurren (por la su posició) luego el angulo. A I T. no es desigual al angulo. I T D. Luego sera ygual y el angulo. A I T (por la. 15. proposicion) es ygual al angulo E I B. Luego el angulo. E I B (Por la. 1. comun sentencia) es ygual al angulo. I T D. Pongase por comun. B I T. Luego los angulos. E I B. B I T. son yguales a los angulos. B E T. I T D. y los angulos. E I B. B I T. son yguales a dos rectos (por la. 13 proposicion) luego los angulos. B I T. I T D. son yguales a dos rectos. Luego cayendo vna linea recta sobre dos lineas rectas paralellas, y lo de mas como en la proposicion, que cõ uenia demostrar.



Theorema. 21. Proposition. 30.

¶ Las lineas rectas que a vna misma son paralelas entre si son paralellas.

Sean. A B. C D. paralellas a la. E Z. digo que. A B. es paralella a la. C D. caya sobre ellas la linea recta. I T K. y porque la linea recta. I T K. cae sobre las lineas rectas paralelas. A B. E Z. luego sera ygual el ãgulo. A I T. al angulo. I T Z. (por la. 29. proposicion) Item porque sobre las lineas rectas paralellas. E Z. C D. cae la linea recta. I K. es, por la misma, ygual. I T Z. al. I K D. Y esta declarado q̃. A I T. es ygual al angulo. I T Z. y que. I K D. es ygual a. I T Z. luego. A I K, es ygual a. I K D. y son alternos, luego paralella es. A B. a la C D. que es lo que se auia de demostrar.



Problema

Problema. 10 Propositiõ.31.

¶Por vn puncto dado tirar vna linea recta pa rallela a vna linea recta dada.

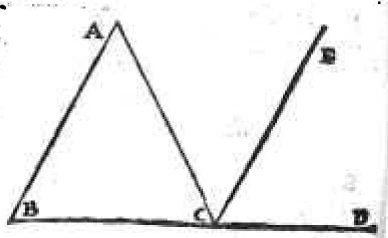
Sea.A.el puncto dado,y la linea recta dada sea.B C. conuiene por el puncto dado.A. tirar vna linea recta paralella a la linea recta.B C.Tomese vn puncto a caso en la misma linea recta.B C.y sea,D.y tirese(por la .1. peticion) la linea. A D(y por la proposicion.23)hagase sobre la linea recta dada A D,y enel puncto.A.señalado ẽ ella,el angulo.D A Z.ygual al angulo dado.ADB y estiẽda se le la linea A Z.derechamente a

la linea A E(por la.2.peticion)Y porque cayendo la recta linea.A D.sobre las lineas rectas.B C.E Z.hizo entre si yguales los angulos alternos.E A D.A D C.sera pues.E Z. paralella a la.B C.(porla proposiciõ.27)luego por el puncto dado. A.se tiro la linea recta.E A Z.paralella a la linea recta . B C. Lo qual conuino hazerse.

Theorema.22. Proposicion.32.

¶Estendido el vn lado de todo triãgulo el angulo exterior es ygual a los dos interiores de la parte cõtraria:y los tres interiores angulos del triangulo son yguales a dos rectos.

Sea el triãgulo.ABC.y estiẽdase vn lado suyo, y sea B C.asta ẽ.D. digo que el angulo.A C D. exterior es ygual a los dos.C A B.A B C. interiores dela parte cõtraria:y los tres angulos inte-



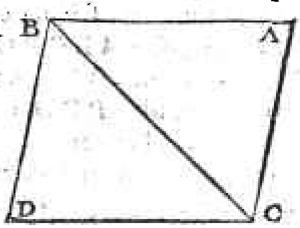
riores

riores. A B C. C B A. B A C. del triangulo son yguales a dos rectos. Tirese (por la precedente) por el puncto. C. la linea. C E parallela a la linea recta. A B. Y porque. A B. es parallela a la C E. Y sobre las mismas lineas cae. A C. los angulos alternos. B A C. A C E. son entre si yguales. De mas desto porque A B. es parallela a la. C E. y sobre ellas cae la linea recta. B D. el angulo exterior, E C D (por las. 27. 28. 29. proposiciones) es ygual al angulo interior. A B C. oppuesto. y demostrose, que A C E, es ygual al angulo. B A C. Luego todo el angulo exterior. A C D. es ygual a los dos interiores y opuestos, que son B A C. A B C, Y pongase por comun el angulo. A C B. Luego A C D. A C B. son yguales a los tres angulos. A B C. B C A. C A B. Pero A C D. A C B (por la. 13. proposicion) son yguales a dos rectos, luego los angulos. A C B. C A B. C B A. son yguales a dos rectos. Luego estendido el vn lado de todo triangulo, y lo de mas que se sigue como en el theorema, q̃ conuino demostrarse

Theorema. 23 Proposiciõ. 33.

¶ Las lineas rectas que juntan a yguales lineas rectas y parallelas hacia vnas mismas partes, ellas mismas tambiẽ son yguales y parallelas.

Sean las lineas rectas yguales y parallelas. AB. CD. y juntẽ las hacia vnas mismas partes las lineas rectas. A C. B D. digo que. AC. y BD. son yguales y parallelas. Tire se (por la primera peticion) la linea. B C. Y assi porque. A B. a la. C D. es parallela y sobre ellas cae. B C. los angulos alternos. A B C. B C D. sõ entre si yguales (por la. 29. proposicion) y porque. A B. es ygual a la C D. y comun. B. C. luego las dos A B. B C. son yguales a las dos. B C. C D. Y el ãgulo. A B C. es ygual



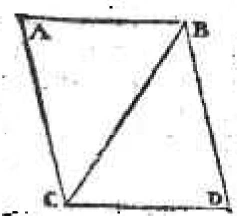
al

al angulo. B C D. luego la basis. D B (por la. 4. proposició) es ygual a la basis. A C. y el triangulo A B C. es ygual al triãgulo B C D. y los de mas angulos son yguales a los de mas angulos el vno al otro debajo delos quales se tienden yguales lados. Luego el angulo. A C B. es ygual al angulo C B D. y el angulo. B A C al angulo. B C D.. Y porq̃ sobre las dos lineas rectas. A C. BD. cae la linea recta. B C. haziendo yguales los angulos alternos A C B. C B D. entresi, luego. A C. parallela es a la. BD (por la. 27. proposicion) y esta demostrado q̃ tambiẽ le es ygual. Luego las lineas rectas q̃ juntã a yguales lineas rectas y parallelas hacia vnas mismas partes, ellas mesmas tãbien son yguales y parallelas, lo qual conuino demostrarse.

Theorema. 24. Propositio. 34.

¶ Los lados oppuestos y los ãgulos delos espacios de lados parallelos, sõ yguales entre si: y la diagonal los corta en dos partes yguales,

Sea el espacio de lineas parallelas. A C D B. y su diagonal sea. B C. digo que los lados y los angulos contrarios del espacio A C D B de lados parallelos son entre si yguales, y la diagonal. B C. le diuide en dos yguales partes. Porq̃ por ser. A B parallela a la. C D. y sobre ellas cae la linea recta. B C (por la 29. proposiciõ) los angulos alternos. A B C, B C D. son entre si yguales, Demas desto porque. A C. es parallela a la. B D, y sobre ellas cae la linea recta. B C. los angulos alternos. A C B C B D. son entre si yguales. Luego sólos dos triangulos. A B C. B C D. que tienen los dos angulos. A B C, A C B, yguales a los dos angulos. B C D. C B D el vno al otro, y el vn lado entre los dos angulos yguales ygual al vn lado y comun. B C. a entrambos, luego (por la, 26. proposi-



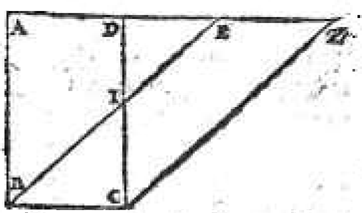
cion

cion) los lados restantes seran yguales a los lados restantes el vno al otro, y el angulo que resta ygual al angnlo que resta. Luego el lado. A B. es ygual al lado. C D. y el lado. A C. al lado. B D. y el angulo. B A C. es ygual al angulo. B D C. Y porque el angulo A B C. es ygual al angulo B C D. y el angulo. C B D. al angulo. A C B. Luego todo el angulo. A B D. es ygual a todo el angulo A C D (por la. 2. comun sentencia) y esta demostrado que el angulo. B A C. es ygual al angulo. C D B luego los lados oppuestos y los angulos delos espacios de lados paralelos son yguales entresi. Digo tābien que la diagonal le diuide en dos partes yguales. Porque. A B. es ygual a la. C D. y la. B C. es comun, luego las dos. A B. B C. son yguales a las dos. B C. C D. la vna a la otra, y el angulo. A B C. es ygual al angulo. B C D. luego (por la. 4 proposiciō) la basis. A C. es ygual ala basis. B D. y el triangulo. A B C. es ygual al triāgulo B C D. luego la diagonal. B C. en dos partes yguales diuide al parallelogramo. A B D C. q̃ era lo que se hauia de demostrar

Theorema. 25. Proposition. 35.

¶ Los parallelogramos que estan en vna misma basis y en vnas mismas lineas parallelas son yguales entre si,

Seā los parallelogramos. A B C D. E B C Z. que estan en vna misma basis, esto es, B C. y en vnas mismas parallelas, es a saber. A Z. B C. Digo que el paralelogramo. A B C D. es ygual al parallelogramo E B C Z. Por que es parallelogramo, A B C D. es ygual A D. ala. B. C. (por la. 34. proposicion) y por la misma ra



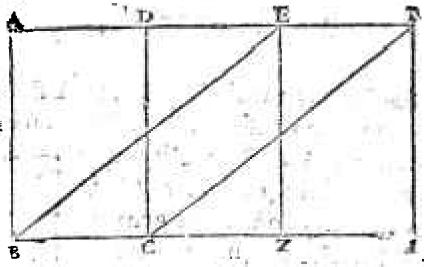
zon

zon tambien.E Z.es ygual a la,B C.y assi tambien A D.es ygual a la.E Z.y es comun la.D E.luego toda la. A E es ygual a toda la.D Z.Y la.A B.es ygual a la.D C.luego las dos. E A. A B.son yguales a las dos.Z D.D C.la vna ala otra,y el angulo.Z D C.es ygual al ãgulo.E A B.el exterior al interior. luego(por la.4.proposicion)la basis.E B.es ygual a la basis.Z. C y el triangulo.E A B.es ygual al triangulo.Z D C. quite se el comun triangulo.D I E.Luego el trapezio.E I C Z. es ygual al trapezio.A B I D.Pongase pues comun el triangulo.I B C. Luego todo el parallelogramo. A B C D.es ygual a todo el parallelogramo. E B C Z.Luego los parallelogramos que estan en vna misma basis,y lo de mas que se sigue,lo qual convino demostrarse.

Theorema.26. Proposicion.36.

¶Los parallelogramos que estan en yguales basis y en vnas mismas parallelas son yguales entre si.

Sean los parallelogramos. A B C D.E Z I T.Puestos ẽ las yguales bases.B C, Z I.y en vnas mismas parallelas.A T.B I. digo que el parallelogramo. A B C D. es ygual al parallelogramo.E Z I T. Tirense. B E.T C. Y porque es ygual.B C ala Z I.Y la Z I es ygual a la.E T.Luego tambien.B C. es ygual a la. E T.y sõ parallelas, y juntan las la,B E. C T. y las lineas que juntan a lineas yguales y parallelas



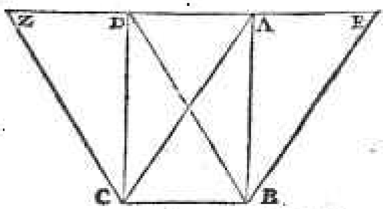
son ellas tambiẽ yguales y parallelas(por la proposiciõ,33) Luego.E B.T C.sõ yguales y parallelas.Es pues el parallelogramo.E B C T.ygual al parallelogrãmo. A B C D. porq̃ tiene

tiene la mifma bafis, efto es. B C. y en vnas mifmas paralellas es a faber. B C. E T. y tambien por efto. E Z I T. es ygual a. E B C T, por lo qual el paralelogramo. A B C D. es ygual al parallelogramo. E Z I T. luego los parallelogramos que eftã en yguales bafes, y lo de mas que fe figue como en el theorema que era lo que fe hauia de demoftrar.

Theorema. 27. Propoficion. 37.

¶Los triangulos que eftã en vna mifma bafis y ẽ vnas mifmas paralelas: fon yguales entre fi

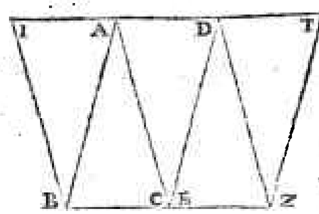
Eften los triangulos. A B C. D B C. pueftos en vna mifma bafis. B C. y ẽ las mifmas lineas parallelas. A D. B C. digo que el triangulo. A B C. es ygual al triangulo. D B C. eftienda fe (por la. 2. peticiõ) A D. de vna y otra parte afta en. E. Z. y por el puncto. B. tirefe la linea B E. paralella a la. C A. (por la propoficion. 31.) y por el puncto. C. tirefe. C Z. (por la mifma) q̃ fea parallela a la. BD. Son pues parallelogramos. E B C A D B C Z. (y por la. 35. propoficion) es ygual el parallelogrãmo. E B C A. al paralelogrãmo. D B C Z. porque eftan en vna mifma bafis. B C. y ẽ las mifmas parallelas. B C. E Z. y el triangulo. A B C. es la mitad del parallelogrãmo. E B C A. (por la. 34. propoficion) porq̃ la diagonal. A B. le diuide por medio, y el triangulo. D B C. es (por la mifma) la mitad del parallelogrãmo. D B C Z. porq̃ la diagonal. D C. le diuide por medio y las cofas que fon mitad de cofas yguales, entre fi fon yguales (por la. 7, comun fentẽcia) Luego el triangulo. A B C. es ygual al triangulo. D B C. Luego los triangulos que eftã en vna mifmas bafis, y lo que fe figue como en el theorema q̃ era lo que fe hauia de demoftrar.



Theorema.28 Proposició.38.

¶Los triangulos que estan en yguales bases y en vnas mismas parallelas son yguales entresi

Esten los triangulos. A B C.D E Z.en bases yguales, esto es, en.B C.E Z.y en vnas mismas parallelas, es a saber .B Z. A D. Digo que el triangulo. A B C.es ygual al triangulo. E D Z. estienda se(por la.2.peticion) A D.de vna y otra parte asta. é I, T. y por el puncto, B.tire se B I. parallela a la C A. (por la.31. proposicion) y por el puncto. Z.tirese. Z T parallela a la.D E (por la misma) luego parallelogramo es. I B C A. y tambien.



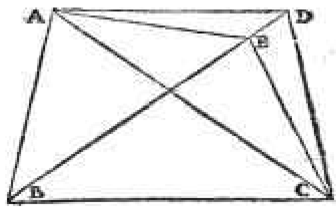
D E Z T.y(por la.36.)el parallelogrãmo.I B C A. es ygual al parallelogrãmo.D E Z T, porq̃ estan é yguales bases, esto es, B C.E Z.y en vnas mismas parallelas que son.B Z. I T.y el triangulo A B C.es(por la.34.proposicion)mitad del parallelogrãmo. I B C A.Porq̃ la diagonal A B.le diuide por medio, y el triangulo.D E Z.es(por la misma)mitad del parallelogrãmo.D E Z T.Porque la diagonal D Z.le diuide por medio, y las cosas que son mitad de cosas yguales, son yguales entresi (por la.7.comun sentencia) luego el triãgulo. A B C. es ygual al triangulo. D E Z.Luego los triangulos q̃ estan en yguales bases y en vnas mismas parallelas son yguales entre si, q̃ conuino demostrarse.

Theorema.29. Proposicion.39.

¶Los triangulos yguales que estan é vna misma basis: y hacia vnas mismas partes estan en vnas mismas parallelas.

Esten

Esten los dos triãgulos yguales. A B C. D C B en la misma basis. B C. y hacia vna mismas partes. Digo que estan ẽ vnas mismas parallelas, Tirese la linea. A D. digo que, A D es parallela a la. B C, porq̃ sino, tire se por el punto, A, la linea. A E. paralela a la. B C. (por la proposicion. 31) y tirese. E C. luego el triangulo

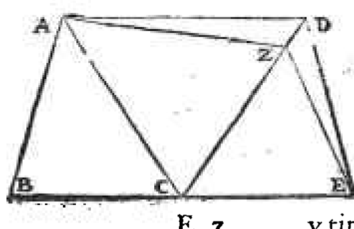


E B C. (por la. 37. proposicion) es ygual al triangulo. A B C. porque estan en vna misma basis. B C. y en vnas mismas parallelas. A E. B C. y el triangulo. D B C. es (por la suppoficion) ygual al triangulo. A B C. luego el triangulo. D B C. es ygual el triangulo. E B C. conuiene saber el mayor al menor, que es impossible, luego. A E. en ninguna manera es paralella con la B C. De la misma manera demostraremos q̃ ningũa otra fuera de. A D. luego. A D. parallela es a la. B C. luego los triangulos yguales, y lo que se sigue q̃ se hauia de demostrar.

Theorema. 30 Propositiõ. 40.

¶ Los triãgulos yguales que estan sobre basis yguales: y fabricados hazia vnas mismas partes, estan en vnas mismas parallelas.

Sean yguales los triangulos. A B C. C D E. esten en bases yguales que es en. B C. C E. y hacia las partes. A D. Digo que estan en vnas mismas parallelas tirese. A D, por la. 1. peticiõ, . Digo que. A D. es parallela a la. B E. Porque si no tirese por el pũcto. A. la linea. A Z. parallela a la B E, por la. 31. proposiciõ,



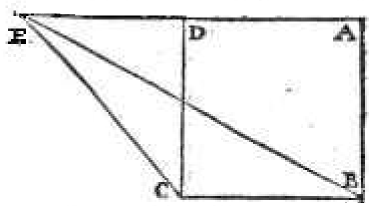
y tire

y tire se.Z E.luego el triangulo.A B C, es ygual al triangulo Z C E(por la.38)porq̃ estan en vnas mismas basis yguales. B C.C E.y en vnas mismas parallelas.B E.A Z.Y el triangulo.A B C es ygual al triangulo.D C E.luego el triangulo.D C E.es ygual al triangulo.Z C E,el mayor al menor que es impossible.Luego.A Z.en ninguna manera es parallela a la.B E.y de la misma manera demostraremos que otra ningunafuera de A D.luego.A D.parallela es a la.B E.q̃ cõuenia demostrarse.

Theorema.31. Proposicion.41.

¶ Si vn parallelogramo y vn triangulo tuuieren vna misma basis:y estuuieren en vnas mismas parallelas: el parallelogrãmo sera el doblo del triangulo.

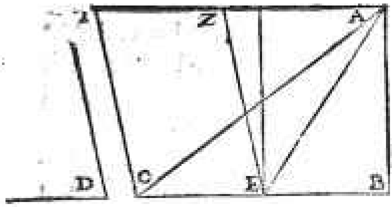
El parallelogrãmo.A B C D.y el triangulo.E B C.tengã la misma basis.B C.y esten en las mismas parallelas.B C.A E.Digo que el parallelogramo.A B C D.es el doblo del triangulo E B C.tirese(por la.1.peticion)la linea. A.C. Luego el triangulo.A B C (por la 37)es ygual al triangulo. E B C. Porque estan en la misma basis.B C, y en las mismas parallelas. B C. A E.y el parallelogramo.A B C D.es doblado al triangulo. AB C(por la.34.proposicion)porque la diagonal.A C.le diuide ẽ dos yguales partes,por lo qual el parallelogrãmo. A B C D. es el doblo del triangulo.E B C.luego si vn parallelogrãmo y vn triangulo,y lo que se sigue restante, que se auia de demostrar.



Problema.11 Proposiciõ.42.

Sobre

¶Sobre vn angulo dado rectilineo hazer vn parallelográmo ygual a vn triangulo dado,

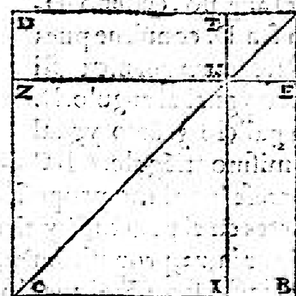


❧Sea el triãgulo.A B C y el angulo rectilino dado sea.D. conuiene pues hazer en vn angulo recti lineo ygual al angulo.D. vn pallelo grãmo ygual al mismo triãgulo.A B C cortese(por la,10.proposicion) la linea, B C, en dos yguales partes en el puncto,E,y tirese(por la,1,peticiõ)la linea, A E y (por la,z3,proposicion)hagase sobre la linea recta, E C,en el puncto suyo,E,el angulo,C E Z,ygual al angulo,D,y (por la proposiciõ,31)por el puncto,A.tirese , A I,parallela a la, E C,y ,por la misma,por el puncto,C,tirese,C I,parallela ala iinea .E Z , Sera pues parallelogramo,Z E C I,y doblo del tri angulo,A E C,por la precedente,y porq̃ es ygual,B E,a la , E C,el triangulo,A B E,por la,38,es ygual al triangulo , A E C, porq̃ estan ẽ las bases yguales.B E,E C,y enlas mismas para llelas,B C,A I,luego el triangulo,A B C,es el doblo del trian gulo,A E C,Y porq̃ el parallelogrãmo,E C I Z,y el triangulo A EC,estã sobre vna misma basis,E C, y entre vnasmismas pa rallelas,EC,A I,es doblado el parallelogrãmo,E C I Z,al triã gulo,A E C,por la precedente)Luego el parallelogrãmo . Z E C I.es ygual al mismo triangulo.A B C.y tiene el angulo. C E Z.ygual al angulo dado·D,Luego diose el parallelogrãmo Z E C I. ygual al triangulo.A B C.sobre el angulo rectilineo. CEZ.q̃ es ygual al angulo.D.lo qual conuino hazerse.

Theorema.3z. Proposicion. 43.

¶Sõ yguales entre si los suplemẽtos de aq̃llos parallelogramos que eſtan en la diagonal de todo parallelogrãmo,

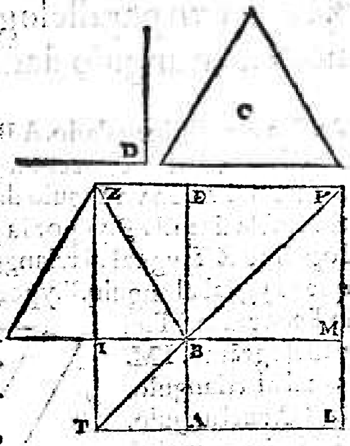
Si de un paralelogramo se tira de un angulo a su contrario una linea estare llamaná triángulo



¶ Sea el parallelogrãmo. A B C D. y ſu diagonal ſea. A C. y en la diagonal. A C. eſten los paralelogrãmos. E T. I Z. y los ſupplementos ſean. B K. K D. digo que el ſupplemento. BK es ygual al ſupplemento. K D. Pues porq̃ es el parallelogrãmo. A B C D. y ſu diagonal. A C. el triangulo. A B C (por la. 34. propoſiciõ) es ygual al triangulo A D C. Itẽ porq̃. A E K T. es parallelogrãmo y ſu diagonal es. A K. Luego el triangnlo. A E K. es por la miſma, ygual al triangulo. A T K. y por eſto tambiẽ el triangulo. K Z C. es ygual al triãgulo. K I C. y porque el triãgulo. A E K. es ygual al triangulo. A T K. y el triangulo. K Z C es ygual al triangulo. K I C. Luego los triangulos. A E K. K I C ſon yguales a los triangulos. A T K. K Z C. Y todo el triãgulo A B C. es ygual a todo el triangulo. A D C. Luego el ſupplemento. B K. que reſta (por la. 3. comun ſentencia) es ygual al ſupplemento. K D. q̃ reſta. Luego ſon yguales entre ſi los ſupplementos de aquellos parallelogrãmos q̃ eſtan en la diagonal de todo parallelogrãmo. Lo qual conuino demoſtrar.

Problema. 12. Propoſicion. 44.

¶ Sobre vna linea recta dada en vn angulo dado rectilineo hazer vn parallelogrãmo ygual a vn triangulo dado,

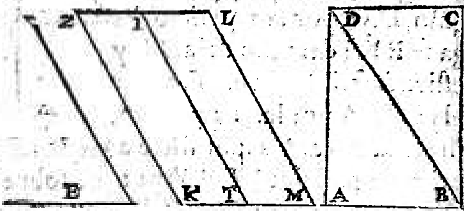


Sea. A B. la linea recta dada y sea. C. el triãgulo dado, pero el angulo dado rectilineo sea. D. cõuiene pues sobre la linea recta. A B. hacer vn parellelo-grãmo ygual al triãgulo dado C. é vn ãgulo ygual al ãgulo. D Hagase (por la. 42.) el palelogrã mo. B E Z I. ygual al triãgulo. C en el ãgulo, E B I. q̃ es ygual al ã-gulo, D. y (por la. 2. peticiõ) haga se B E. é derecho dela. A B. y estiendese. Z I. asta en. T. y por el pũcto. A por la. 31. ꝓposiciõ, tirese la linea. A T. parallela a las dos. B I. E Z. y tirese (por la primera peticion) T B. Y porque sobre las parallelas. A T, E Z. cae la linea recta, T Z, luego los angulos, A T Z, T Z E, (por la. 29. proposicion) son yguales a dos rectos, y los angulos. B T I. I Z E. son menores q̃ dos rectos, y las lineas q̃ haziẽdo menores que dos rectos, se estiẽden en infinito concurren (por la. 5. peticiõ) Luego las. T B. Z E. estẽdidas en infinito cõcurrã, Estiendanse pues y concurran en. K. y, por la proposicion 31. por el pũcto. K. tirese K L. parallela a las dos. E A. Z T y estiendãse, por la. 2. peticiõ las lineas. T A. I B. asta en los pũctos. L. M. luego es parallelogrãmo. T L K Z. y su diagonal es K T. y é la misma diagonal. K T. estã los parallelogrãmos. A I M E. y los supplemẽtos son. L B. B Z. Luego, por la. 43. L B. es ygual A B Z. y B Z, por la. 42. es ygual al triãgulo. C. luego tãbiẽ. L B. es ygual al triãgulo. C. y porq̃ el angulo. I B E. por la. 15. es ygual al angulo. A B M, y el angulo. I B E. es ygual al angulo. D. luego el angulo A B M. es ygual al mismo. D. Luego sobre la linea recta dada. A B. esta hecho el pallelogrãmo. A M. ygual al triãgulo dado. C. en el angulo. A B M. que es ygual al angulo. D. lo qual conuino hazerse.

Problema. 13. Proposicion. 45.

¶Hazer vn parallelogrãmo ygual a vn rectilineo en vn angulo dado rectilineo.

Sea el rectilineo dado. A B C D. y el angulo dado rectilineo sea. E. conuiene hazer vn pallelogrãmo ygual al rectilineo. A B C D. en vn angulo dado rectilineo, tirese (por la petitiõ. 1.) la linea. D B. y (por la proposiciõ. 42.) hagase el pallelogrãmo. Z T. ygual al triangulo. A B D. en el angulo. I T K. que es ygual al angulo. E. y por la. 44. ppoficiõ, hagase sobre la linea recta. I T. el pallelogrãmo. I M. ygual al triangulo. D B C. en el angulo. T I L. q̃ es ygual al angulo. E. y porque al angulo. E es ygual el angulo. I T K. y el angulo. I T L. luego el angulo. I T K es ygual al angulo. T I L. pongase comũ el ãgulo. M T I. luego los angulos. L I T. I T M. son yguales a los angulos. K T I. I T M. y los angulos. L I T. I T M son por la. 29. yguales a dos rectos, luego los angulos. K T I. I T M. son yguales a dos rectos luego desde vna linea recta. I T (por la. 14. proposiciõ) y desde vn punto en ella. T estan las dos lineas rectas. K T. T M no azia vnas mismas partes que hacen de vna y otra parte angulos yguales a dos rectos. Luego en vna linea recta esta. K T con. T M. y porque sobre las pallelas. K M. Z I. cae la linea recta. T I. son yguales entre si por la. 29. proposiciciõ, los ãgulos alternos. M T I. T I Z. pongase comun el angulo. T I L. luego los angulos. M T I. T I L. son yguales a los angulos. T I Z. T I L. y los angulos. M T I. T I L. por la misma, son yguales a dos rectos, luego en derecho esta la linea. Z I. de la linea. I L. y porque. K Z. (por la. 34) es ygual y palela a la. T I. y la. M L. a la T I luego por la. 1. comũ sentẽcia. Z K. es ygual a la. M L. y pallela por la. 30 ppoficiõ. Y jũtã las las dos lin eas rectas. K M. Z L.



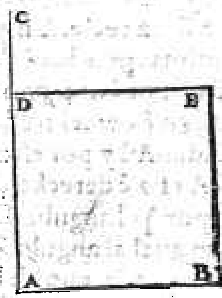
luego

luego las lineas.K M.Z L.(por la proposicion.33.)son yguales y palelas.luego.K Z.L M.es pallelogramo,y porque(por la.42.)el triangulo.A B D.es ygualal pa llelogramo.Z T.y el triágulo.D B C.al pallelogramo.IM.luego todo elrectilineo A B C D.es ygual a todo el pallelogramo.K Z L M.Luego esta hecho el pallelogrãmo.K Z L M.ygual al rectilineo dado A B C D.enel angulo. KML.q̃ por la. 34. es ygual al angulo dado.E.lo qual conuino hazerse.

Problema 14. Proposicion.46

¶De vna linea recta hazer vn quadrado.

¶Sea la linea recta.A B.conuiene describir vn quadrado de la linea recta.A B.saquese,por la.11.propoſició,ẽ angulos rectos sobre la linea recta.A B.desde el punto dado.A.la linea A C.y cortese (por la.3.proposicion) la linea. A D.ygual ala.A B.y (por la proposició.31)porel punto.D.tirese.D E.palela ala.A B.y por la misma, por el punto.B.tiresse.B E.palela ala.A D.luego es pallelogramo.A D E B.luego esygual la A B.ala.D E.y la A D.ala.B E.por la. 34 y la.A B.es tambien ygual ala.A D. luego las quatro.A B.A D.D E.E B.son entresi yguales luego el pallelogramo.A D E B.es equilatero.Digo que tambiẽ es rectangulo , porque ẽ las pallelas.A B.D E.cae la linea recta.A D.luego los angulos.B A D.A D E.por la propoſició,29.son yguales a dos rectos,y el angulo.B A D.es recto.luego el angulo.A DE.tambien es recto,y los lados y los angulos opuestos de los espacios palelogramos sonyguales entre si(por la.34.propoſició luego los angulos contrarios.A B E.B E D. ãbos tambiẽ son rectos.luego.A B E D.es rectangulo,y esta demostrado que tambien equilatero,luego es quadrado,y hecho dela linea. A B.que conuino hazerse.

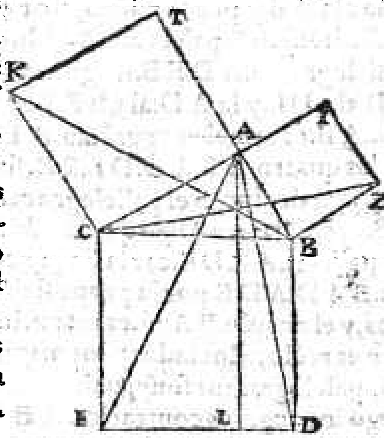


Theorema.33. Propositio. 47.

En los

¶En los triangulos rectangulos el quadrado que es hecho de el lado q̃ esta opuesto al angulo recto es ygual a los dos quadrados q̃ son hechos de los lados q̃ cõtienen el angulo recto,

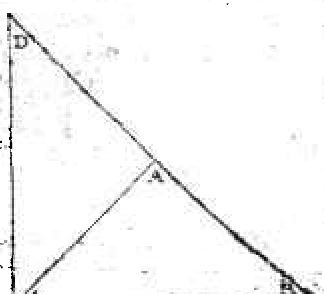
Sea el triangulo rectãgulo. A B C. q̃ tenga recto el angulo B A C. digo que el quadrado q̃ es hecho del lado. B C. es ygual a los quadrados q̃ se hazen de B A. y de. A C. Describase, por la. 46. de la. B C. el quadrado. B D C E, y por la misma, de la B A. y de la, A C. los quadrados. A B Z I. A C K T. y por el pũto A. tirese. A L. parallela cõ la. B D. C E, por la proposiciõ. 31, y por la. 1. peticiõ tirese A D. C Z. y porq̃ los ãgulos. B A C. B A I son rectos. Luego tiradas dos lineas rectas. A C. A I. desde vna linea recta. A B. y desde vn pũcto en ella. A. no hacia vnas mismas ptes hacẽ de vna y otra pte ãgulos yguales a dos rectos, por la. 14. pposiciõ) luego ẽ derecho esta la. A C. de la. A I y por esto tãbiẽ BA esta ẽ derecho de. A T y por q̃ el angulo. D B C. es ygual al angulo. Z B A. porq̃ cada vno dellos es recto: põgase comũ el angulo A B C, Luego todo D B A es ygual a todo el angulo Z B C. y porq̃ las dos. A B. B D. son yguales a las dos B Z. B C. la vna a la otra, y el ãgulo. D B A es ygual al angulo. Z B C.



luego la basis. A D, por la. 4. pposiciõ, es ygual a la basis. Z C. y el triangulo. A B D. al triangulo, Z B C. es tãbien ygual. Y el parallelogramo. BL, por la. 41, es doblo del triangulo. A B D porq̃ tiene vna mifma bafis q̃ es. B D . y efta en vnas mifmas parallelas, es a faber.D B.A L.y tãbiẽ el quadrado l B.por la mifma,es doblo del triãgulo.Z B C.porq̃ tiene la mifma bafis q̃ es.B Z.y efta en vnas mifmas parallelas,es a faber.Z B. l C. y las cofas q̃ fon doblo de cofas yguales,por la.6.comun fentẽcia,entre fi fon yguales,Luego el parallelogrãmo.B L. es ygual al quadrado.l B.Semejãtemente fi,por la.1.peticion , fe tirã. A E.B K.fe demoftrara el parallelogrãmo.C L.fer ygual al quadrado,T C, Luego todo el quadrado.B D E C,es ygual a los dos quadrados,l B ,T C,Y el quadrado,B D E C, es hecho de la,B C,y los quadrados,l B,C T,fon hechos dela,B A A C, Luego el quadrado q̃ de el lado.B C . fe hizo es ygual a los quadrados q̃ fon hechos de los lados,B A, A C , luego en los triangulos rectangulos el quadrado q̃ es hecho del lado q̃ efta oppuefto al angulo recto y lo que mas fe figue como ẽ el theorema,que fe hauia de demoftrar,

Theorema.34. Propoficion.48.

¶Si el quadrado que es hecho de vno de los lados del triãgulo fuere ygual a aq̃llos quadrados que de los demas lados del triãgulo:el angulo comprehendido de los dos lados reftantes del triangulo,fera recto.



El quadrado que es hecho del vn lado.B C.del triangnlo. A B C. fea ygual a aq̃llos quadrados que fon hechos de los lados.B A.A C.digo que el angulo.B A C . es recto . Saquefe (por la.11.propofitiõ)defde el puncto. A. la. A D. en angulos rectos con la linea recta . A C. y(por la.3.propoficion) pongafe.A D.ygual a la.A B,y(por la .1.peticiõ)tire fe.D C.y porque es ygual.D A.a la. A B.el quadrado

drado que es hecho de.D A.es ygual al quadrado de la. A B. pongase comun el quadrado dela.A C.Luego losquadrados dela.D A.y de la.A C.son yguales a los quadrados dela.B A. y de la.A C.y(por la precedente)a los quadrados dela. D A. y de la.A C.es ygual el quadrado dela.D C. porque es recto el angulo.DA C.y a los quadrados dela.A B.y dela.A C(por la suppoficiõ)es ygual el quadrado dela.B C.porque esto assi se admitio. Luego el quadrado de la.D C.es ygual al quadrado de la.B C.por lo qual el lado.D C.es ygual al lado.B C. Y porque.A D.es ygual a la,A B.y comun la.A C.luego las dos D A,A C. son yguales a los dos. B A.A C.y la basis. B C. a la basis. D C. es ygual. Luego el angulo.D A C(por la octaua proposicion) es ygual al angulo.B A C, y el angulo. D A C. es recto, luego tãbien el angulo B A C.es recto, Luego si el quadrado que es hecho de vno de los lados dos del triãgulo,fuere ygual a aquellos quadrados q̃ de los de mas lados del triangulo,el angulo cõprehendido delos dos lados restantes del triangulo, sera recto, que se auia de demostrar.

(.:.)

¶FIN DEL PRIMER LIBRO.

LIBRO SEGVNDO DE LOS ELEMENTOS DE EVCLIDES Megarense philosopho, Griego.

Parallelogrãmo rectangulo.

¶ Todo parallelogrãmo rectangulo se dize estar contenido debajo de las dos lineas rectas que comprehenden el angulo recto.

Que sea gnomon,

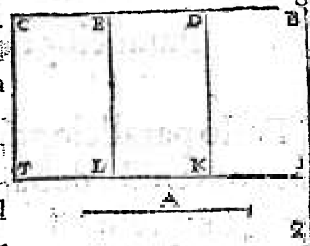
¶ Cada vno de aquellos parallelogrãmos de todo parallelogrãmo que está en la diagonal suya: cõ los dos supplemẽtos se llama gnomõ

Theorema. 1. Proposicion. 1.

¶ Si fueren dos lineas rectas: y la vna dellas se cortare en algunas partes, el rectangulo comprehendido debajo de las dos lineas rectas es ygual a aquellos rectangulos que son comprehẽdidos de ella no cortada y qualquiera parte.

Sean

Sean las dos lineas rectas. A. y la. B C. y corte se la vna dellas. B C. como quiera, esto es, enlos pūtos. D. E. digo que el rectangulo cōprehendido dela. A. y dela. B C. es ygual al rectangulo cōprehendido dela. A. y dela. B D. y a aquel que dela. A. y de la. D E, y tambien a aquel que dela. A. y de la. E C. Porq̃, (por la. 11. proposicion del. 1) saquese desde. B. la. B Z. en angulos rectos con la. B C. (y por la. 3. del. 1.) pōgase tambien la. B I. ygual a la. A. y por. I. tirese la linea. I T. parallela a la. B C (por la. 31. del primero y (por la misma) por los punctos. D. E, C. tirense a la. B I. las parallelas. D K. E L. C T. espues ygual B T. al. B K. D L. E T. y el. B T. es ygual al que de. A. y dela. B C. Porque es comprehendido dela I B. y de la, B C. y es ygual. B I. a la. A. y B K. es ygual al que de la. A. y dela. B D. porque es comprehendido de la. B I. y de la B D. y es ygual. B I. a la. A. Pero. D L. es ygual al que de la. A. y dela. D E. porque. D K, esto es, B I. es ygual a la. A. Y de mas desto dela misma manera. E T. es ygual al que de la. A. y de la E C. Luego el que es comprehendido de la. A, y de la. B C. es ygual al que dela. A. y dela. B D. y al que dela. A. y de la. E D. y tambien a aquel que dela. A, y dela. E C. Luego si fuerē dos lineas rectas y la vna de ellas se cortare, y lo que de mas se sigue, que se hauia de demostrar.

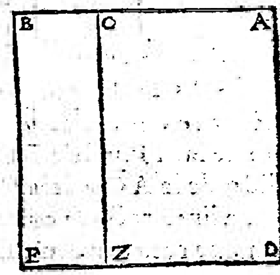


Theorema. 2. Proposicion. 2.

¶ Si vna linea recta se cortare como quiera: los rectangulos que de toda ella y qualquiera de sus partes son comprehendidos: son yguales a aquel quadrado que es de toda ella.

Corte

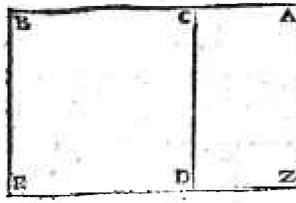
¶ Cortese la linea recta. A B. como quiera enel punto. C. Digo que el rectangulo comprehendido de. A B. B C. con el rectangulo contenido de la. B A. A C. es ygual al quadrado de la. A B. Describase (por la. 46. del. 1.) dela A B. el quadrado. A D E B. y saquese (por la. 31. del. 1.) por el puncto. C. la C Z. paralela a las dos. A D. B E. Es pues ygual. A E. con. A Z. y con. C E. y. A E. es el quadrado dela A B y A Z. el rectangulo contenido de la. B A. y dela. A C. porque es comprehendido de la. D A. y de la. A C. y es ygual. A D. ala. A B. y C E. a aquel que de. A B. B C. porque es ygual. B E. a la. A B. Luego el que de. B A. AC. con aquel que de. A B. B C. es ygual al quadrado que de. AB. Luego si vna linea recta. Y lo que de mas se sigue como enel theorema, lo qual conuino demostrar.



Theorema. 3. Proposicion. 3.

¶ Si vna linea recta se corta comoquiera el rectangulo comprehendido de ella toda: y de vna de sus partes es ygual al rectangulo comprehendido de sus partes y a aquel quadrado que se hace dela dicha parte,

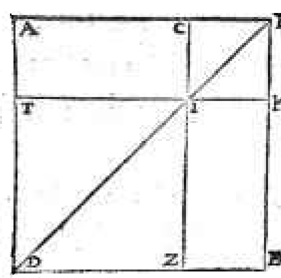
¶ Cortese la linea recta. A B., comoquiera en el puncto. C. digo que el rectangulo comprehendido dela A B. y de la. B C es ygual al rectangulo comprehendido de la. A C. y de la C B. con el quadrado que se haze de la. B C. Describase (por la. 46. del. 1.) el quadrado dela. B C. que sea. C D E B. y estiendase. E D. asta en. Z (por la. 2. peticion. y por el puncto. A. tirese, por



ſe(por la.31.del.1.la. A Z.parallela a las dos C D,B E.Es pues aora ygual.A E .a los dos. A D. C E.y A E. es el rectangulo comprehendido de. A B.y B C. porque ſe comprehende de la. A B.y de la.B E. y es ygual a la.B C.la .B E.y A D. es el que de.A C.y B C.porque es ygual . D C.a la.C B.y D B.es el quadrado que ſe hace de la.C B. Luego el rectangulo contenido de la.A B.y dela.B C. es ygual al rectangulo comprehendido de la A C.y dela.C B. cō el quadrado de la.B C.Luego ſi vna linea recta ſe corta,y lo demas que ſe ſigue enel theorema que conuino demoſtrarſe.

Theorema.4. Propoſicion.4.

¶ Si vna linea recta ſe corta como quiera, el quadrado que es hecho de ella toda es ygual a los quadrados que ſe hacē de ſus partes : y a aquel rectangulo que dos vezes ſe comprehē de debajo de ſus partes.



Corte ſe la linea recta.A B.en el puncto.C.como quiera, Digo que el quadrado dela. A B. es ygual a los quadrados que ſe hazen dela.A C.y de la.B C. Y al rectangulo que dos vezes es contenido dela.A C.y dela.C B. Deſcribaſe(por la.46.del. 1) el quadrado.A D E B.dela linea.A B.y tireſe.B D.Y (por la.31.del.1)por el puncto.C.tireſe la linea.ZD parallela a ambas,A D,B E.que diuide a la diagonal,B, D,en

el puncto

se.B D.y(por la.treynta y vnadel . 1 ,) por el punto ,C,tire-
se la linea.Z D.pallela a ambas.A D.B E.que diuidida ala dia
gonal.B D.enel pũto.I,y(por la.misma)por.I.tirese.T K.pa-
llela a ambas. A B. D E.y porque.Z C.es palela ala. A D.y so
bre ellas cae.B.D.(por la.29.del. 1.)el angulo exterior.C I B
es ygual al interior y oppuesto.A D B.y el angulo. A D B. es
ygual al . A B D.,por la.5.del.1.porqueel lado.B A.es ygual
al lado.A D.luego el angulo.C I B.es ygual al angulo . I B C
por lo qual(porla.6.del.1.)el lado.B C es ygual al lado. C I.
y.C B.por la.34.del primero es ygual ala.I K.y la.C I.ala KB
luego la.I K.es ygual ala.K B.luego.C IKB.esequilatero.. Di
go que tanbiẽ es rectangulo porq̃ la.C I.es palela ala.B K . y
cae sobre ellas la linea.B C.luego los angulos . K B C. I C B..
(porla.29.del.1.)son yguales a dos rectos y el angulo.K BC,
es recto,luego tambiẽ es recto el angulo.B C I. por lo qual.
(por la.34.del. 1,)tambien los angulos oppuestos.C I K.I KB
son rectos.Luego.C B K I.es retangulo:y esta demostrado q̃
tambien es equilatero,luego es quadr ado,Y es dela. B C . Y
por esto mismo tambien.T Z.es quadrado y es dela.T I.esto
es dela.A C.por lo qual los quadrados.T Z .C K.son delas li
neas.A C.C B.y porque.A I.es ygual a.I E.y.A I.es el que dela
A C.y dela.C B.porque.I C.esygual ala.C B.luego.I E.(porla
43.del. 1.)es ygual al que es dela.A C.y dela.C B.luego.A I.I
E.son yguales al q̃ es dosvezes dela. A C.y dela CB.y los qua
drados.T Z.C K.son dela.A C.y dela.CB.Por loq̃l los quatro
A I.B I.T Z.I E.son yguales alos quadrados que se hazen de
la.A C.y dela.C B.y aquel rectãgulo que dos vezes es hecho
dela.A C.y dela.B C.y el.T Z.I A.C K.I E.son todo. A D E B.
ques el quadrado hecho dela. A B.luego el quadrado q̃ es he
cho dela. A B.es ygual alos quadrados que sehazen dela.A C
y dela.C B.y al rectãgulo que dos vezes es comprehẽdido de
baxo de.A C.y dela.C B.Luego si vna linea recta se corta co
mo quiera el quadrado que es hecho de ella toda,es ygual a
los quadrados que se hacen de sus ptes y a aquel rectãgulo
que dos vezes se comprehende debaxo de sus partes.

¶De otra manera de mostrar lo mismo

Digo q̃ el quadrado. A B. es ygual a aquellos quadrados q̃ se hacen dela. A C. y de la. C B, y a aquel rectangulo que dos vezes es cõprehendido debajo dela. A C. y dela. C B. Porq̃ en la misma description, porq̃ es ygual. A B. a la. A D. es ygual el angulo. A B D. al angulo. A D B (por la. 5. del. 1.) Y porque de todo triangulo los tres angulos son, por la. 32. del. 1. yguales a dos rectos. los tres angulos. A D B. D B A. B A D. del triangulo. A B D. son yguales a dos rectos por la misma. Y el angulo B A D. es recto; Luego los otros angulos. A B D. A D B. son yguales a vn recto. Y son yguales el vno al otro. Luego cada vno de los dos. A B D. A D B. es la mitad de recto. Y el angulo B C I. es recto, porque es ygual al angulo, A. opuesto, por la veynte y nueue del primero. Luego el angulo. C I B. que resta es la mitad de recto, Luego el angulo. C I B. es ygual al angulo. C B I. por lo qual tambien el lado. B C. es ygual a C I. B C. es ygual a. I K. y. C I. a la. B K. es tambien ygual, por la 34. d. l. 1. Luego equilatero es. C K. y tiene el angulo. C B K. recto. Luego. C K, es quadrado; Y es dela, B, C, y por esto mismo tābien. T Z, es quadrado. Y ygual al que de la. A C. luego. C K T Z, son quadrados y son yguales a aq̃llos quadrados que se hazen dela. A C. y dela. C B, Y porque. A I. es ygual al. E I, y A I es ygual al que dela. A C, y dela. C B. Porq. I C. es ygual a la. C B. Luego tābien. E I. es ygual al que es hecho dela. A C. y dela C B. luego. A I. E I. son yguales al que dos vezes es hecho de la. A C, y dela, C B, y, C K, T Z, son yguales a los quadrados q̃ son hechos dela. A C. y dela. C B. Luego. C K. T Z. A I, I E son yguales a aquellos que son hechos dela, A C, y de la. C B. y a aquel que dos veces esta debajo de. A C. y de. C B. y el. C K, T Z. A I. I E. son todo el quadrado que es hecho dela. A B. luego el quadrado que se hace dela. A B, es ygual a los quadrados que se hacen dela, A C. y dela, C B. y a aquel rectangulo que dos veces es comprehēdido debajo dela, A C, y dela. BC, Lo qual conuino demostrarse

Corolario. o illacion.

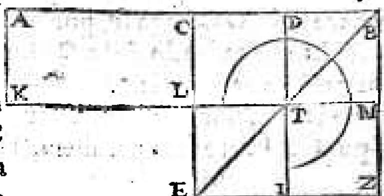
De aqui

¶De aqui es manifiesto q̄ en los espacios quadrados, los parallelogramos que estan en la diagonal son quadradas,

Theorema. 5. Proposicion. 5.

¶Si vna linea recta se corta en partes yguales y en desiguales el rectangulo que se comprehende delas partes desiguales de ella toda, iūtamente con el quadrado dela parte de ē medio delas diuisiones es ygual al quadrado que es hecho dela mitad,

Cortese la linea recta. A B, en partes yguales en, C, y ē desiguales en, D. digo q̄ el rectangulo cōprehendido dela. A D, y dela, D B, iuntamēte cō el q̄drado dela, CD, es ygual al quadrado q̄ se hace dela, C B (Describa se por la. 46. del, 1.) el quadrado, CEZB: dela, CB. y por la. 1. peticiō tirese. BE, y por la. 31 del, 1, por. D. tirese, D I. pallela a las dos, C E, BZ. q̄ corte a la B E. ēnl pūcto, T, Y demas desto, por la misma, por, T, tire se K M, ygual a la, A B, y pallela a las dos, A B, E Z, y tābiē (por la misma) por el pūcto. A, dese, A K, pallela alas dos, C L, BM y porq̄ (por la, 43, del, 1) el suplemēto, C T, es ygual al suplemēto. T Z, pōgase comū, D M, Luego todo, CM, es ygual a todo, D Z, y, C M, es ygual a, A L (por la, 36, del, 1) porq̄, A C es ygual a, C B. y estā entre las dos pallelas. AB. KM. luego tābiē A L. es ygual a D Z. pōgase comū. C T. luego todo. A T. es ygual a. D L: D Z. y. A T. es ygual al q̄. debaxo de. AD. D B, porque, D T, es ygual a, D B, Y, Z D L, es gnomon de, L I, luego el gnomon, C M M I, es ygual al que debaxo de, A D, DB, pongase co

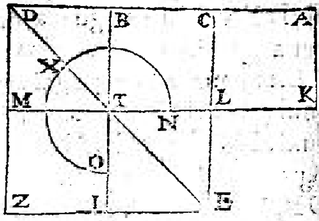


gnomon,L I,ques ygual al que se haze de,C D,luego el gnomõ C M I,y,L I, son yguales al rectangulo cõprehendido debaxo dela,A D,D B,y al quadrado que se haze de, C D, y el gnomon.C M I,y el,L I.son todo el quadrado,C E ZB,ques dela,B C,luego el rectãgulo cõprehẽdido debaxo dela,A D y dela:D B,juntamẽte con el quadrado q̃ se hace dela,C D, es ygual al quadrado que se haze dela,CB,luego sivna linea recta y lo demas que se sigue como en el theorema lo qual conuino demostrarse,

Theorema.6. Proposicion. 6.

¶Si vna linea recta se diuide en dos partes yguales y se le añade en derecho alguna linea recta el rectangulo comprehendido debaxo de toda ella cõ la añadida,y de la añadida, jũmente conel quadrado que se haze de la mitad,es ygual a aquel quadrado que como de vna es hecho dela añadida y dela mitad jũtamente.

¶Corte se la linea recta,A B.endos yguales partes en el pũto,C,y añadasele ẽ derecho vna linea recta,B D,digo que el rectangulo comprehendido de la A D.y la.B D.juntamente conel quadrado que se hace de la.B C. es ygual a aquel quadrado que se hace dela.D C.haga se, por la 46.del.1,el quadrado de la. C D. que es.C EZD,y por la.1.peticiõ, tirese D E.y, por la,31.del.1.por



el puncto,B.tire se la parallela,B I.con la.C E.y con la. D Z.

que

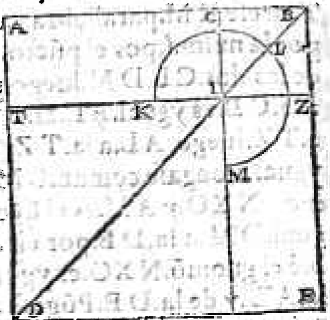
corte a la.D E.en el puncto.T.y(por la misma)por el punto. T.tirese.K M.parallela a cadavna de las dos.A D.E Z.Y tābiē por la misma,por el pūcto.A.tirese.A K parallela a cada vna de las dos.C L.D M.luego porq̄(por la.36.del.1.A C.es ygual a la.C B.es ygual.A L.al.C T.Y por la(43.del.1)C T es ygual a.T Z.luego A L.a la.T Z(por la.1.comū sentēcia)es tābien ygual.Pongase comnn.C M.luego todo.A M.es ygual al gnomon.N XO,y A M,es el q̄ se hace de.AD.y de.D B.porq̄ es ygual.D M .a la,D B.por elcorolario dela.4.del 2)Luego tambiē el gnomō.N XO.es ygual al rectangulo cōprehendido de la.A D.y de la.D B.Pōgase comū.L I.q̄ es ygual al quadrado q̄ se hace dela.C B.luego el rectāgulo cōprehēdido dela.A D y de la.DB.iūtamēte cō aq̄l quadrado que de la.B C.es ygual al gnomon.N X O. y al.L I.y el gnomō.NXO.y el.L I. son todo el quadrado.C E Z D.q̄ se hace dela.C D.Luego el rectāgulo cōprehēdido dela.A D.y dela.DB.iuntamēte cō el quadrado q̄ es dela.B C.es ygual al quadrado que es dela.C D. Luego si vna linea recta,y lo de mas que se sigue.Lo qual cōuino demostrar,

Theorema.7. Proposicion.7.

¶Si vna linea recta se corta comoquiera,el q̄ se hace de toda ella,y el q̄ de vna de sus partes ābos quadrados,son yguales al rectāgulo cōprehendido dos veces de toda ella,y la dicha parte,y al quadrado que se hace de la parte q̄ resta.

Cortese como quiera la linea recta.AB.enl pūcto.C.digo q̄ los quadrados q̄ se hacen dela.A B.y dela.B C. son yguales al rectāgulo cōtenido dos veces dela.A B.y de la.B C.y a aq̄l quadrado q̄ se hace dela.A C.Hagase (por la.46.del.1)de la. B.el quadrado.A D E B.y describase la figura . Y porq̄ por la (43.del,1)es ygual,A I.al.I E.Pōgase comun.C Z. porq̄ todo

A Z. es ygual a todo C E. Luego. A Z. y C E. son el doblo de A Z. y. A Z. y C E. sõ el gnomõ. K L M. y el q̃drado. C Z. Luego el gnomõ. K L M. y el quadrado. C Z. es el doblo. D E. A Z, y es tambien el doblo de A Z. lo q̃ dos veces se hace de. A B. en. B C. porq̃ es ygual. B Z. a la, B C. Luego el gnomon. K L M. y el quadrado. C Z. es ygual al rectã gulo cõtenido dos veces de la.



A B. y de la, B C. Põgase comũ. D I. q̃ es el quadrado de. A C. Luego el gnomon. K L M. y los quadrados, D I. I B. son yguales al rectangulo q̃ se cõtiene dos veces de la. A B. y de la. B C y al quadrado q̃ se hace de la. A C. el Ygnomõ K L M. y los quadrados. B I. D I. son todo. B A D E. y. C Z. q̃ son los quadra dos de la. A B. y de la. B C. Luego los quadrados de la. A B. y de la. B C. son yguales al rectãgulo cõprehendido dos veces debajo de. A B. B C. con aq̃l quadrado q̃ se hace de la, AC. Luego si vna linea recta, y lo que mas se sigue como en el theorema, que conuino demostrarse.

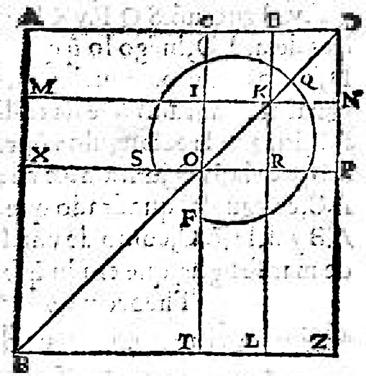
Theorema. 8. Proposicion. 8.

¶ Si vna linea recta se corta comoquiera, el rectãgulo q̃ se cõprehẽde quatro veces debajo de toda ella y de vna de sus partes con el quadrado que es de la parte q̃ resta, es ygual al quadrado q̃ se hace de toda ella y de la dicha parte como de vna.

¶ Cortese la linea recta. A B. como quiera en el pũcto. C, digo q̃ el rectangulo q̃ quatro vezes se cõprehẽde debajo de. A B. y de la. B C. iuntamẽte con el quadrado de la. A C. es ygual al

qua-

quadrado q̃ se describe de la, A B, y dela. B C. como de vna. Por la, 2. petició, estiédase en derecho a la linea. A B. la linea B D. y pógase le ygual la. B D. a la C B (por la. 3. del. 1.) y por la. 46. del, 1, describase el quadrado. A E Z D. de la. A D. y hagase la figura doblada. Pues porq̃ es ygual. C B. a la, B D. y C B. a la. I K. es ygual. Luego (por la. 34. del. 1) B D. es ygual a la. K N, Luego tābié. I K. es ygual a la. K N. Y tābien P R. a la. R O. es ygual, Y porq̃. B C. es ygual a la, B D, y la. I K. a la. K N

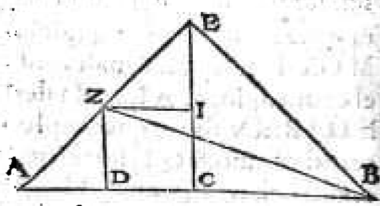


Luego ygual es. C K. a K D. y el. I R. a. R N (por la. 36. del. 1) y por la. 43. del. 1.) C K. es ygual a. R N, porq̃ son supplementos del parallelogrāmo, C O P D. luego, K D. es ygual a. R N. luego. C K, D K. I R R N. son entresi yguales. Luego todos quatro son quatro veces tāto que, C K. Iten porq̃ es ygual. C B. a la B D, y la. B D. es ygual a la. B K. esto es a la. C I. Luego. C B. esto es. I K. es ygual a la. R P. luego. C I. es ygual a la. R P. y porque yguales. C K. al. K P. y. P R. a la. R O, es ygual, A I, a, L P. y, L P, al, R T, y, M O (por la, 43, del, 1) es ygual a, O L, porq̃ son supplemétos del parallelogrāmo, M L. luego tābien, A I. es ygual al. R Z, por la, 43, del mismo, Luego los quatro, A I, M O. P L, R T, son yguales entre si, Luego todos quatro son el quadruplo, de A I, Y esta demostradoque los quatro, C K, K D, I R. R N, son el quadruplo de, C K, Luegolos ocho q̃ abraçan al gnomō. S Q F, son el quadrupulo de, A K, Y porq̃ A K, es el q̃ dela, A B, y dela, B D, porque, B K, es ygual a la. B D Luego el q̃ quatro veces es dela, A B, y de la, B D, es el quadrupulo de, A K, Pero esta demostrado q̃ el gnom ō, S Q F, es quadruplo de, A K quatro doblado, Luego lo q̃ quatroveces es hecho de, A B, y de, B D, es ygual al gnomō, S Q E, pōga se pues comũ, X T, q̃ es ygual al quadrado dela, A C, Luego el quatro vezes comprehendido de la . A B. y de la. B D. con el quadrado dela. A C. es ygual al gnomõ. S Q F. y al quadrado X T. y el gnomõ. S Q F. y X T. y sõ todo el quadrado. A E Z D. q̃ es dela. A D, luego lo q̃ quatro vezes es dela, A B, y d̃la, B D, juntamẽte con aquel quadrado que se hace dela, A C, es ygual al quadrado q̃ se haze d̃la, A D, Y la, B D, es ygual ala B C, luego el rectangulo cõprehendido quatro vezes de la, A B, y dela, B C, juntamẽte cõ aquel quadrado q̃ se haze d̃la A C, es ygualal quadrado que se haze de la, A D, esto es dela A B y dela, B C, como de vna. Luego si vna linea recta, y lo q̃ de mas se sigue, que era lo q̃ se auia de demostrar.

Theorema. 9. Proposiciõ. 9.

¶ Si vna linea recta se diuide ẽ yguales y en desiguales partes, los quadrados q̃ se hazen de las partes desiguales d̃ toda ella, son el doblo de aquel quadrado que se hace dela mitad, y del que dela que esta en medio delas diuisio-

Vna linea recta. A B. cortese en yguales p̃tes en el punto. C. y en desiguales en. D. digo que los quadrados de la. B D. y dela. D A. son el doblo de aquellos quadrados que son de la. B C. y dela. C D. Saquese desde el pũto. C. sobre la. A B. vna en ãgulos rectos q̃ sea. C E (por la. 11. del. 1) y haga se ygual a cada vna de las dos . C A. C B. (por la. 3, d̃l. 1, y (por la. 1. peticiõ, tirense, A E. E B y por la. 31. del. 1.) por el punto. D. saq̃se. D Z. pallela ala. E C (y



por la mesma) por el pũto. Z. tirese, Z I. palela ala. A B. y por la. 1. peticiõ, tirese. B Z. y porque. B C. es ygual a la. C E. por la quinta del. 1. el angulo. E B C. es ygual al angulo. C E B. y porq̃ angulo de junto, a, C. es recto, luego los demas angulos. E B

C, C E B

C.C E B.son yguales a vn recto,luego cada vno delos angu-los.B E C.E B C.es la mitad de vn recto,y por lo mismo cada vno delos dos.E A C.C E A.es la mitad de vn recto,luego todo.A E B es vn recto.Y porque.I E Z. es la mitad de vn recto,y es recto.E I Z.porq̃ es ygual al interior y opuesto (por la.29.del.1.,esto es al angulo.E C A.luego.E Z I. q̃ resta es la mitad de recto,luego por la.6.comũ sentẽcia,el angulo.I E Z. es ygual al.E Z I,por lo q̃l por la.6.d̃l.1.el lado.Z I,es ygual al lado I E.Itẽ porq̃ el ãgulo.A.es medio recto,y el ãgulo.Z D A es reto,porq̃s ygual al interior y opuesto.E C A,(por la,29,d̃l.1)luego.A Z D.es medio recto,luego el angulo.A.es ygual al D Z A.y assi(por la.6.del.1.)el lado.D Z.es ygual al lado.D A y porq̃ B C.es ygual a.C E.y es ygual el quadrado de la. B C. al dela.C E.luego los quadrados dela.C B.y de la.C E. son doblados al dela.B C.y(por la.47.del,1)alos dela.B C.y de la.C E.es ygual el quadrado q̃ se hace de la.E B,porq̃ el angulo,B C E, es recto,luego el quadrado dela,B E,es el doblo d̃l de la,B C,Itẽ porq̃, E I,es ygual ala,I Z,sera ygual el que dela, Z I, alque dela,I E, luego los quadrados que son dela,I E, y dela,I Z,son el doblo del quadrado de la,IZ,y alos quadrados q̃ se hazẽ de la E I,y dela,I Z,es ygual el q̃ de la,EZ,por la,47,del,1,luego el quadrado dela,E Z,es doblado al de la IZ,y es ygual,IZ,ala,C D,luego el dela,E Z,es el doblo de el dela,CD,y es el q̃ se haze dela,B E,el doblo d̃l q̃ se hace dela B C.luego los q̃drados dela,BE,y dela,E Z, son el doblo de los q̃drados q̃ se hacẽ d̃la, B C,y C D,y alos q̃ se hacẽ dela,B E,y d̃la,E Z,es ygual el q̃ se hace d̃la,B Z,por la.47 d̃l.1.porq̃ el ãgulo.B E Z.es recto,luego el q̃drado de la.B Z.es el doblo delos q̃ se hazẽ dela,B C.y dela.C D.Y al q̃ se hace dela. B Z.son yguales los q̃ se hacẽ dela.B D.y dela.D Z. (por la. 47,del.1.)porq̃ es recto el angulo.B D Z.luego los q̃ se hacẽ dela,B D.y dela.D Z.son el doblo d̃ aq̃llos q̃adrados q̃ se hacen dela.B C.y dela C D.y es ygual la,D Z,ala, D A. Luego los quadrados dela,B,D,y dela,D A,son el doblo delos quadrados dela,BC,y dela,CD,luego si vna linea recta se corta ẽ

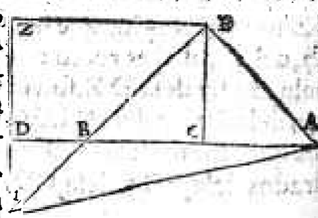
partes

partes yguales y en desiguales los quadrados q̃ se hacẽ de las partes desiguales de toda ella, son el doblo de aquellos q̃dra dos q̃ e haze dela mitad, y del q̃ dela pte q̃ esta en medio de las diuisiones lo qual conuino demostrar.

Theorema.10. Proposition.10

¶ Si vna linea recta se diuide en partes yguales, y se le ajunta en derecho vna linea recta, el quadrado đ toda ella cõ la añadida, y el de la añadida, ambos a dos, son el doblo del quadrado q̃ se describe dela mitad, y del q̃ de la otra mitad y dela añadida como de vna.

Vna linea recta. A B. cortese por medio ẽ. C. y ajũtesele en derecho vna linea recta. B D. digo q̃ los q̃drados dela. A D. y dela. D B. son el doblo delos quadrados q̃ se hacẽ dela. A C. y dela. C D. Saq̃se (por la. 11. del. 1.) del pũto. C. la linea. C E. en ãgulos rectos cõ la. A B D. y põgase ygual a cada vna đ las dos A C. C B. (por la. 3. del. 1.) y por la. 1. peticiõ, tirẽse. A E. E B. y (por la. 31. đl. 1.) por el pũto. E. saq̃se. E Z. palela ala. A D. y por la misma, por el pũto. D. saq̃se. D Z. palela ala. C E. Y porq̃ en las lineas rectas parallelas. C E. D Z. cae vna linea recta. E Z. luego los ãgulos. C E Z. E Z D, por la. 29. del. 1., son yguales a dos rectos, luego los ãgulos. Z E B. E Z D. son menores q̃ dos rectos, por la misma. Y las q̃haziẽdo menores q̃ dos rectos se estiẽdẽ, por la. 5. peticiõ, cõcurrẽ, luego. E B. Z D. estẽdidas hacia las ptes. B D, cõcurrẽ, Estiẽdãse y cõcurrã en. I. y por la. 1. peticiõ, tirese. A I. y porq̃. A C. es ygual ala. C E. tãbien el ãgulo. A E C. es ygual al ãgulo. E A C, por la. 5. đl. 1., y es recto el ãgulo. A C E. luego mitad đ recto sera cada vno đlos. E A C. A E C. y por la misma razõ es tãbiẽ mitad de recto cada vno delos. C E B. C B E. luego recto es. A E B. y porq̃ el an



gulo

gulo.E B .es medio recto,y por la.15.del.1.,tãbié el angulo D B I.fera mitad de recto,y el angulo.B D I es recto porqes ygual al angulo.DC E.porque son alternos,luego el angulo D I B.q̃ resta es medio recto.Luego,por la.6 comũ sentẽcia el angulo. D I B.es ygual al angulo.D BI.por lo qual el lado B D.es ygual al lado.I D.Itẽ porq̃ el angulo.E I Z .es medio recto y el ãgulo.Z.es recto,porque,por la treyntay quatro, del.1.es ygual al ãgulo.E C D.luego el ãgulo que resta.Z E I. es medio recto.Luego el angulo.E I Z.es ygual al angulo.IE Z.Y assi por la.6.del,1.el lado,ZE,es ygual al lado,ZI,Y por que,E C,es ygual,a C A, sera ygual el quadrado d̃la,E C, al quadrado dela,CA,luego los quadrados d̃la.C E,y dela,CA son el doblo de aquel quadrado que se haze dela,A C,Y a aquellos que se hazẽ dela,E C,y dela,CA es ygual por la, 47 del,1,el que dela,E A,luego el quadrado dela,E A, es doblado del que se haze de la. A C,Item porque es ygual,IZ,ala,E Z,el quadrado que se haze de la,IZ.es ygual a aquel quadrado,que se haze dela.E Z.luego los quadrados que se hazen dela,IZ,y de la , E Z,son el doblo del que se haze dela , E Z Y a aquellos que se hazen dela I Z,y dela ,E Z,por la,47 del 1,es ygual el quadrado que se haze dela, E I: luego el que se haze dela,E I,es el doblo del que se haze dela,E Z, Y es ygual E Z,ala,C D,luego el que se haze dela.E I,es el doblo del que se haze dela.CD.Y estuuo claro que el que se hace dela,E A. es el doblo d̃l q̃ se hace de la,A C. Luego los quadrados que se hazen dela. A E,y dela,E I,son el doblo de aquellos quadrados que se hazen dela,A C,y dela,C D.Y alos quadrados que se hazen dela,A E,y dela,E I,es ygual el quadrado que se haze dela.A I,(por la,quarenta y siete,del.1.)luego el quadrado que se hace dela, A I. es el doblo delos que se hazen dela,A C,y dela,C D. Y al que se haze dela. A I,son yguales los quadrados que se hazen dela.A D.y de la,D I,Luego los quadrados que se hazen dela,A D,y dela , D I, son el doblo de aquellos que se hazen dela,A C,y de la,C D.Y a la,D I es gual.D B,Luego los quadrados que se hacen dela.A D, y de

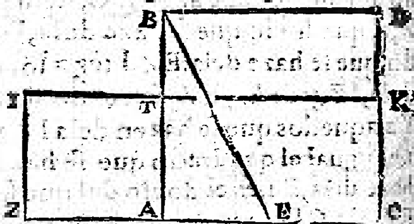
la

la.D B.son el doblo de aq̃llos quadrados q̃ se hazẽ dela.A C. y dela.C D.Luego si vna linea recta se corta en partes yguales y lo que mas se sigue como en el theorema que conuino demostrarse.

Problema.1. Proposiciõ.11.

¶Diuidir vna linea de manera que el rectãgulo de toda ella y vna de sus partes sea ygual a aquel quadrado q̃ se haze de la parte q̃ resta.

¶Sea la linea recta dada.A B.conuiene diuidir la misma.A B de suerte que el rectangulo comprehendido de ella toda y vnade sus partes sea ygual a aq̃l quadrado q̃ se hace dela parte restante. Describase por la.46.del.1.el quadrado.B A C D dela.A B.y cortese(por la.10.del.1.)la.A C. por medio en el puncto.E.y tirese.B E. y estiendase (por la.2. peticion)C A asta en.Z(y por la.3. del .1.)hagase.EZ.ygual a la BE.y por la.46.del.1,describase el quadrado. Z I T A.de la. A Z.y estiẽda se,por la.2.peticion.I T. asta en.K.Digoq̃,A B .se corta en . T . de manera



q̃el rectangulo comprehẽdido dela,AB.y dela.B T. es ygual al quadrado de.AT.Porq̃ la linea recta A C.esta cortadapor medio ẽ.E,yse le añade la,AZ,luego(por la.6.del.2.)el rectãgulo cõprehẽdido dela.C Z.y de la,Z A. juntamẽte cõ el quadrado q̃ se hace dela.EA.esygual al q̃drado q̃ se hace dela EZ y la.E Z,es ygual a la.E B.Luego el rectangulo cõprehẽdido de la.C Z.Z A.juntamẽte cõ el quadrado q̃ se hace de la E A. es ygual al quadrado q̃ se hace de la.E B.y al q̃ se hace dela.E B(por la.47. del primero) son yguales los que se hacen dela B A.A E.porque es recto el angulo.A.luego el que es de la,C Z.y de la.Z A.con el que se hace de la,A E,es ygual a aq̃llos

que se

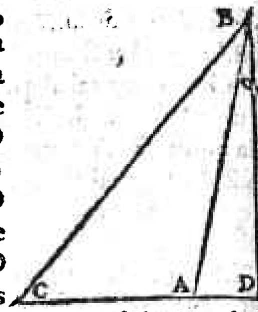
que se hazen de la.B A.y dela.A E. quitese por comũ el de la A E.luego el rectangulo que resta cõprehendido dela.C Z, y dela.Z A.es ygual al quadrado que sehace de la.A B.Y el que es dela.C Z.y de la.Z A.es el mismo.Z K.porque.Z A.es ygual a la misma.Z I.Y el que se hace dela.A B.es el mismo.A D.luego.Z A.es ygual al mismo.A D, Quitese el comũ.A.K. luego el que resta.Z T.es ygual al.T D.y T D.es el que de la.A B. y dela.B T.Porque es ygual, A B.a la.B D.y el.Z T.es el que de A T.Luego el rectangulo comprehendido de la.A B. y de la B T.es ygual a aquel quadrado q̃ se hace dela.T A.Esta pues la linea recta dada.A B.diuidida en.T.de manera q̃ el rectangulo cõprehendido dela.A B.y dela,B T.sea ygual a aq̃l quadrado que se hace dela.A T.lo qual conuino hazerse.

Theorema.11. Proposicion.12.

¶Enlos triangulos de angulo obtuso el quadrado que se hace del lado opuesto al angulo obtuso tanto es mayor que aquellos quadrados q̃ se hacen delos lados quecompreheden el ãgulo obtuso, quanto es el rectangulo comprehendido dos veces debajo de vno de los que comprehenden el angulo obtuso (sobre el qual estendido cae vna perpẽdicular) y del que es tomado fuera debajo de la perpẽdicular asta el angulo obtuso.

Sea el triangulo de angulo obtuso.A B C. que tenga el angulo.B A C.obtuso y tirese desde el pũcto, B.la linea.B D.perpendicular sobre la,C B.estendida, por la.12.del.1.) Digo q̃ el quadrado dela.B.C.es mayor que los dela.B.y dela.A C. por el rectãgulo cõprehendido dos vezes debaxo dela C A. y de la.A D.Pues porq̃ la linea recta.CD.es cortada comoquiera

enel



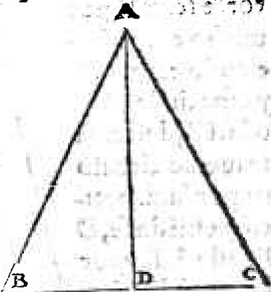
en el puncto.A. luego por la.4.del.2, el q̃ se hace d̃la.CD.es ygual a los quadrados que se hacen dela.C A.y de la A D.y al rectangulo dos veces cõprehendido debajo dela.C A.y dela A D pongase por comũ el dela.DB.luego los que se hazen dela,C D.y de la . D B.son yguales a los quadrados quese hacen de la.C A.y dela.A D.y dela.D B.y al rectangulo cõprehendido dos vezes debajo dela.C A.y dela.A D.y a los que se hacen dela C D.y de la.D B.es ygual el que dela.C B(por la . 47 . del. 1) porque es recto el angulo.D.y a los que se hacen de la. A D. y de la.D B(por la misma)es ygual el que se hace de la . A B. luego el quadrado que se hace dela.CB,es ygual a los quadrados que se hacen dela,C A.y dela,A B.por la misma,y al rectangulo contenido dos vezes debajo dela,C A,y dela. A D. Por lo qual el quadrado que se hace d̃ la.C B.es mayor q̃ los que se hacen de la.C A,y dela,A B,quanto es el rectangulo comprehendido dos vezes debajo de la.C A.y dela,A D, luego en los triãgulos de angulo obtuso el quadrado que se hace del lado opuesto al angulo obtuso es mayor.Y lo de mas que se sigue que conuino demostrar.

Theorema.12. Proposition.13

¶Enlos triãgulos oxigonios el quadrado q̃ se hace d̃l lado oppuesto al ãgulo agudo es tãto menor q̃ los quadrados delos lados q̃ cõprehendẽ el angulo agudo, quãto es el q̃ se cõprehende dos vezes debajo devno de aquellos q̃ estã cerca del angulo agudo sobre quiẽ cae la perpendicular , y del tomado dentro debajo dela perpendicular asta el angulo agudo,

Sea

❧Sea el triangulo oxigonio, A B C, q̃ tẽga agudo el angulo B, y por la, 12, del, 1, tirese desde, A, sobre, B C, la perpendicular, A D, Digo q̃ el quadrado dela. A C, es menor q̃ los quadrados q̃ se hacẽ de la, C B, y de la. B A. quãto es el rectãgulo dos veces cõprehendido debajo dela C.B, y dela, B D, Pues porq̃ la linea recta, BC, esta cortada comoquiera ẽ. D luego (por la, 7, del. z) los quadrados la, C B. y dela, B D. son yguales al rectãgulo dosveces cõtenido debajo de la, C B. y dela, BD, y al q̃drado q̃ se hace d̃la, CD. põgase comũ el quadrado dela, DA, luego los q̃drados dela, C B



y dela. B D, y dela, D A (por la, 7, del, z) son yguales al rectãgulo cõprehendido dos vezes, debajo dela, C B, y dela, B, D, y aq̃llos quadrados q̃ se hacen dela, A D, y dela D C, Y a los q̃ se hacen dela, B D, y dela, D A, es ygual el q̃ se hace de la, A B porq̃ el angulo, D, es recto, y a los q̃ se hacen dela, A D, y de la, D C, es ygual el dela, A C (por la, 47, del, 1.) luego los q̃ se hacen dela, C B, y dela, B A, son yguales al q̃ se hace dela, AC y a aq̃l que dos vezes el hecho debajo de la, C B, y dela, B D, por lo qual solo el q̃ se hace de la, A C, es menor q̃ aquellos quadrados que se hacen dela, C B. y dela, B A, quanto es el rectangulo dos vezes comprehendido debajo de C B, B D, Luego en los triangulos oxigonios, y lo que mas se sigue, lo qual conuenia demostrar.

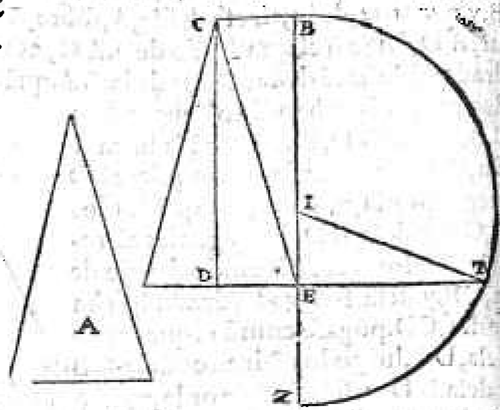
Poblema z. Proposicion. 14.

Hazer vn q̃drado ygual a vn rectilineo dado

❧Sea el rectilineo dado. A. cõuiene dar vn quadrado ygual a este rectilineo, Dese vn pallelogrãmo rectãgulo ygual al rectilineo. A (por la. 45. del. 1.) y sea. B C D E. y si es ygual. B E. a la E D. Ya esta hecho el problema, porq̃ se da el quadrado B D. ygual al rectilineo. A. pero sino sera de las dos. B E. E D.

La

La vna mayor, sea la mayor. B E. y estiẽdase asta. Z. y põga se E Z, ygual a la, E (por la tercera del primero) y torte se. B Z por medio en. I. y haciendo centro. I. y espacio la, I B. o la. I Z, describa se medio circulo (y por la. 2. peticiõ) estiẽda se, D E, asta ẽ. T. y por la. 1. peticiõ) tire-se. I T. Pues porq̃



la recta linea. Z B. es cortada en. I. en partes yguales y en desiguales en. E. luego, por la. 5. del. 2.) el rectangulo cõprehendido dela. B E. y dela. E Z. cõ el quadrado q̃ se hace de la. E I. es ygual a aq̃l quadrado q̃ es dela. I Z. y la. I Z. es ygual a la. I T. luego el rectãgulo cõprehendido dela. B E. y de la. E Z. por la. 5. del. 2, cõ el quadrado dela. I E. es ygual al q̃ se hace de la I T. y al q̃ se hace dela. I T. son yguales los quadrados q̃ se hacen dela. T E, y dela. I E, por la. 47. del. 1, Luego el q̃ se cõprehẽde debajo de. B E. y de. E Z. cõ el q̃ se hace dela. E I. es ygual a aq̃llos quadrados q̃ se hacen dela. T E. y de la. E I. quitese el quadrado dela. I E. comũ, luego el rectãgulo q̃ resta cõprehẽdido debajo de. B E, y de, E Z. es ygual al quadrado de la. E T y el q̃ se cõtiene debajo de. B E. y de. E Z. es lo mismo q̃. B D. porq̃. E Z. es ygual a la. E D. luego el parallelogrãmo. B D. es ygual a aq̃l quadrado q̃ se hace de la. T E. y el. B D. es ygual al mismo rectilineo, A, Luego tãbien el rectilineo, A, es ygual al q̃drado hecho dela, T E, luego al dado rectilineo, A, hase dado ygual el quadrado dela. E T, descrito, lo q̃l cõuino hazerse

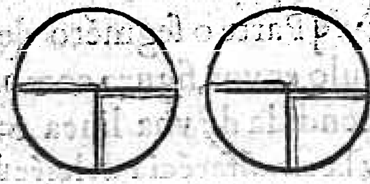
Fin del libro segundo,

Libro

LIBRO TERCERO DELOS ELEMENTOS GEOmetricos de Euclides Megarense Philosopho.

Definiciones.

Circulos yguales,



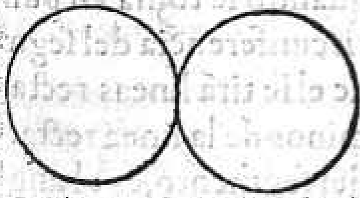
1. ¶Yguales circulos son cuyos diametros son yguales, o cuyos semidiametros son yguales.

Linea q̃ toca al circulo,

tangente la q.e se dice asi p.r q.e encontrando con su periferia no la corta.

2. ¶La linea recta se dize tocar al circulo que tocandole estendida no corta el circulo.

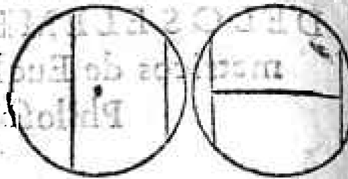
Circulos que se tocan,



3. ¶Los circulos se dizẽ tocar se entre si, que tocando se entre si no se cortan.

4. ¶Las lineas rectas se dizen ygualmente distar del cẽtro en el circulo, quãdo son yguales las perpẽdiculares, que tiradas del centro caen sobre ellas. Y dizese distar mas la ẽ quien cae mayor perpendicular.

Circulos yguales.



5. ¶Parte o segmẽto de circulo es vna figura comprẽhendida de vna linea recta y la circũferẽcia delcirculo.

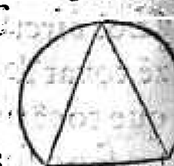
Segmẽtos de circulo

6. ¶Angulo del segmento es el que se comprehẽde de la linea recta y dela circunferencia del circulo.

Angulo de segmento.

7. ¶El angulo esta en el segmẽto quando se toma vn puncto en la circunferencia del segmẽto, y desde el se tirã lineas rectas alos terminos de la linea recta. q̃ es basis del segmento, es el angulo elq̃ es cõtenido debaxo de las lineas rectas tiradas.

Angulo enel segmento

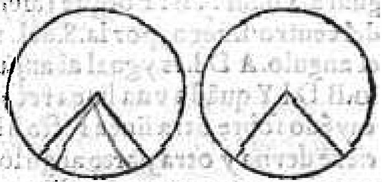


Pero

8. ¶Pero quando las lineas rectas que cōprehēden el angulo toman alguna circunferencia en aquella se dize estar el angulo.

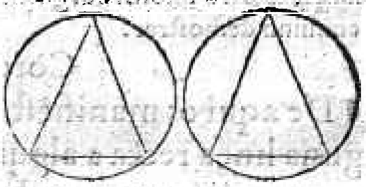
9. Sector ď circulo es quando el angulo estuuiere sobre el cētro del circulo) la figura comprehēdida debaxo delas lineas rectas q̄ cōprehenden el angulo, y de la circūferēcia tomada debaxo dellas.

Sector.



10. Semejātes segmētos de circulo son los que reciben yguales angulos: o aq̄llos cuyos angulos entre si son yguales.

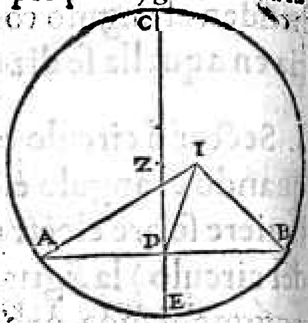
Semejantes segmentos.



Poblema. 1. Proposicion. 1.

¶Hallar el centro de vn circulo dado.

Sea el circulo dado. A B C. conuiene hallar el centro del circulo. A B C. Tirese eñl vna linea recta como quiera, y sea. A B, y (por la. 10. del. 1, cortese por medio enel pūcto. D. (y por la. 11. del mismo) saquese. D C. desde el puncto. D. en angulos rectos con la, A B. (y por la. 2. peticion) estiēdase asta en. E, y cortese (por la 10. del. 1). C E. por medio en. Z, digo q̄. Z. es cē tro del circulo. A B C.porque si no.si es possible sea. I.(y por la.1,peticion) tirense. I A.I D.I B.y porque es ygual.A D.a la D B.y comun.D I.Luego las dos AD.D I son yguales a las dos.I D D B.la vna a la otra, y por la. 15. definicion del.1,la basis.I A, es ygual ala basis . I B . Porque salen del centro Luego ,por la.8.del. 1. el angulo.A D I.es ygual al angulo.B D I.Y quãdo vna linea recta cayẽdo sobre otra linea recta hiciere devna y otra parte angulos yguales cada vno de aquellos angulos sera recto (por la.10, definicion del,1.luego el angulo.B D I.es recto; y el angulo Z D B,es recto.Luego el angulo.Z D B. es ygual al angulo. B D I.el mayor al menor,que es impossible.luego.I.no es centro del circulo.A B C.dela misma manera demostraremos q̃ ninguno otro sino.Z.Luego.Z.es centro del circulo.A B C,q̃ conuino demostrar.



Corolario

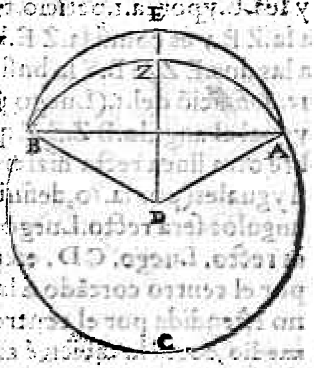
¶De aqui es manifiesto que si en el circulo alguna linea recta a alguna linea recta la corta por medio y en angulos rectos,enla que corta esta el centro del circulo.

Theorema.1, y .2. Proposicion. 2.

¶Si en la circunferencia de vn circulo fueren tomados dos pũctos como quiera, la linea recta que junta aquellos dos punctos,cae dentro del circulo.

Sea

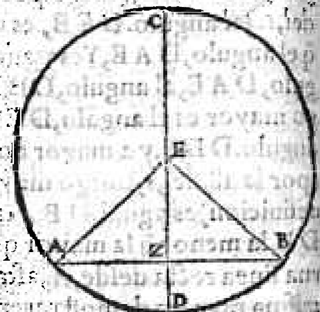
Sea el circulo.A B C.y en su circunferēcia sean como quiera dos punctos.A B.digo que la linea recta tirada desde.A.asta.B.cae dētro del mismo circulo.A B C.Porque sino,si es possible cayafuera,como.A E B,y tomese el centro del circulo y sea (por la precedente)D,y por la,1,peticion)tirense,D A,D B,y estiēdase,D Z,asta en,E,Pues porque es ygual,D A(por la,15,difinició del,1,a la.D B,sera ygual el angulo,D A E,al āgulo,D B E.y porque el lado,A E B,del triāgulo,D A E,se estiende,(luego por la,16,del,1.)el angulo.D E B,es mayor q̄ el angulo,D A E,Y es ygual el angulo,D A E,al angulo,D B E,Luego mayor es el angulo,D E B,q̄ el angulo.D B E,y a mayor angulo mayor lado le esta opuesto (por la,18,del,1,Luego mayor es,D B,q̄ no D E,y por la,15,definicion)es ygual,D B,a la D Z,Luego mayor es D Z,q̄ no D E,la menor q̄ la mayor que es impossible.Luego estēdida vna linea recta desde,A,asta.B,no cae fuera dl circulo,De la misma manera demostraremos,que ni en la misma circunferencia,luego caera dentro.Luego si en la circunferēcia de vn circulo,y lo demas que se sigue como en el theorema,loqual conuino demostrar,



Theorema,2, Proposicion.3.

¶Si en el circulo vna linea recta tirada por el cētro,cortare por medio a otra linea recta no tirada por el centro,cortar la a en angulos rectos,y si la cortare en angulos rectos,tambié la cortara por medio.

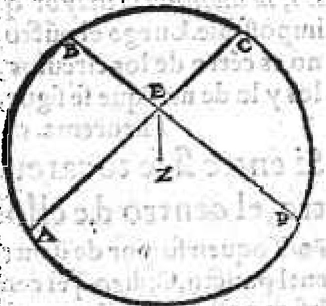
¶ Sea el circulo. A B C. y enel vna linea recta tirada por el cē tro. C D. corte por medio a la linea. A B. no tirada por el cen tro, enel pūcto, Z. Digo q̄ tambiē la corta en angulos rectos. Ofrezcase o tomese el cētro del circulo. A B C. por la. 1. del. 3. y sea. E. y por la. 1. peticiō. tirēse. E A. E B. y porq̄. A Z. es ygual a la. Z B. y es comū la. Z E. luego las dos, E Z, Z A son yguales a las dos. E Z, Z B. Y la basis. E A es ygual a la basis, B E (por la 15. definiciō del. 1. (Luego por la. 8. del. 1.) el angulo. A Z E. es ygual al angulo. B Z E. Y quādo vna linea recta cayendo sobre otra linea recta hiziere angulos d̄ vna y otra parte entre si yguales (por la. 10, definiciō del. 1.) cada vno delos mismos angulos sera recto. Luego cada vno de los dos. A Z E. B Z E. es recto. Luego. C D. estendida por el centro cortādo a la. A B. no estendida por el centro, por medio, corta la tābien ē angulos rectos. Pero corte la. C D. a la A B. en angulos rectos. Digo q̄ tambien la corta por medio, esto es, que. A Z es ygual a la, Z B. porq̄ dispuestas las mismas cosas y fabricadas de la misma manera porque es ygual. E A, a la, E B (por la. 15. d̄l. 1.) sera ygual el angulo E A Z, al angulo. E B Z. Y el angulo. A Z E recto es ygual (por la. 4, peticion, al angulo recto. B Z E. Luego son dos triangulos. E A Z, E B Z, que tienē los dos angulos yguales a los dos angulos, y el vn lado ygual al vn lado que es. E Z, es a saber que siendo comun (por la. 26. del. 1) se oppone en ellos a vno de los yguales angulos. Luego tambien los de mas lados ternan yguales a los de mas lados. Luego ygual es. A Z. a la. Z B Luego si vna linea recta, y lo de mas que se sigue como en el theorema, lo qual conuiuo demostrarse.



Theorema. 3. Proposicion. 4.

¶Si en el circulo dos lineas rectas se cortaren entre si no tiradas por el centro, no se cortaran por medio.

Sea el circulo. A B C D. y en el dos lineas rectas. A C. B D. cortense en, E, no estendidas por el cētro. Digo q̃ no se cortã por medio. Porq̃ si es possible cortense entre si por medio de tal manera q̃, A E, sea ygual a la E C, y la. B E. a la. E D. Tomese el cẽtro del circulo. A B C D, y sea por la. 1. del. 3. Z, y por la. 1. peticion, tirese, Z E. Pues porq̃ vna linea recta, Z E, tirada por el cẽtro, corta por medio a la linea, A C, no tirada por el centro, corta la tãbiẽ en angulos rectos, por la. 3. del 3. Luego el angulo, Z E A, es recto. Yten



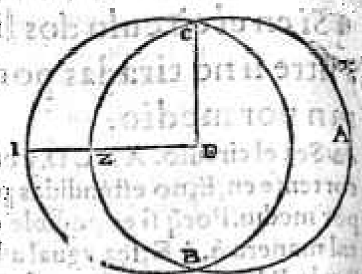
porq̃ vna linea recta, Z E, corta tambien por medio a la linea. B D. no tirada por el centro tambien (por la. 3. del. 3) la corta en angulos rectos. Luego el angulo. Z E B, tãbien es recto y probose que el angulo, Z E A, es recto, luego el angulo. Z E A, por la. 4. peticiõ, es ygual al angulo, Z E B, el menor al mayor que es impossible. Luego las lineas rectas, A C, B D. ẽ ninguna manera se cortan por medio. Luego si en vn circulo, y lo que mas se sigue que conuino demostrarse.

Theorema. 4. Proposicion. 5.

¶Si dos circulos ẽtre si se cortarẽ, no sera vno mesmo el centro dellos.

Cortẽse los dos circulos, A B C, C B I, entre si ẽ los pũctos C, B, digo q̃ su cẽtro no es vno mesmo. Porq̃ si es possible sea E, y por la, 1, peticiõ, tirese, E C. y tirese tãbiẽ, E Z I, como quiera, y porq̃ el pũcto, E, es cẽtro del circulo, A B C, sera ygual

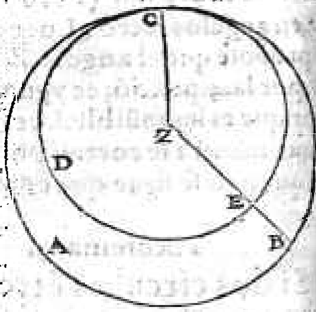
E C, a la, E Z, por la, 15, definició del, 1,) Ytē porq̃ el puncto E. es cētro del circulo, C B I, es ygual por la misma difinició, E C, a la, E I, y esta demostrado q̃, E Z, es ygual a la, E C luego tābien, E Z, es ygual ala E I, la menor a la mayor q̃ es impossible. Luego el pūcto, E no es cētro de los circulos, A B C, C B I, Luego si dos circulos y lo demas que se sigue, lo qual conuenia demostrar.



Theorema. 5. proposició. 6.

Si entre si se tocaren dos circulos por de dentro, el centro de ellos no sera vno mesmo.

Toquen se por de dentro los dos circulos, A B C, C D E. enel puncto, C, digo q̃ el centro dellos no es vno mismo, Por q̃ si es possible sea, Z, y por la, 1, petitiō, tirese, Z C, y tambien tirese como quiera, Z B, Pues porq̃ el puncto. Z. es cētro del circulo, A B C, es ygual, Z C, (por la, 15,) definició del. 1, a la, Z B, Ytē porq̃ el puncto Z, es centro del circulo, C D E, es ygual, Z C, a la, Z E por la misma definició: y esta sabido q̃, Z C es ygual a la, Z B, luego Z E, es ygual a la, Z B, la menor a la mayor, lo qual es impossible, Luego el pūcto, Z, no es cētro de los circulos, A B C, C D E, luego si entre si se tocaren dos circulos: y lo q̃ mas se sigue: como ē el theorema que se hauia de demostrar.

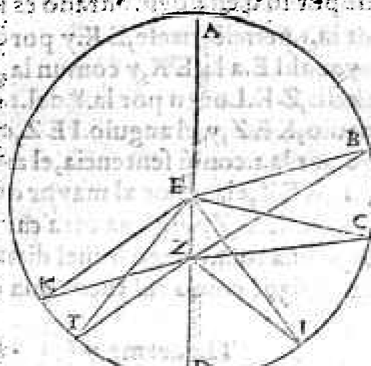


Theorema. 6. proposicion, 7,

Si enel diametro de vn circulo se tomare algun pūcto q̃ en ningūa manera sea el centro del

del circulo: y desde aql pũcto al circulo saliẽre algunas lineas rectas: la mayor sera en la q̃ esta el cẽtro: pero la mas pequeña la q̃ resta, y delas otras siẽpre la mas cercana a aqlla que passa por el centro, es mayor que la mas apartada, mas solamente caen dos yguales lineas rectas desde el mismo puncto asta el circulo. a ambas partes dela menor.

Sea el circulo. A B C D, y su diametro sea. A D. y en el mismo. A D. tome se vn pũcto y sea. Z. el qual no sea el cẽtro del circulo: y sea (por la. 1. del. 3.) el centro del circulo. E. y desde Z. asta el circulo. A B C D, cayã algunas lineas rectas. Z B. Z C Z I. Digo q̃ la. Z A. es la mayor: y la. Z D. es la menor: pero de las otras la, Z B. es mayor que la. Z C. y la. Z C. mayor q̃ la. Z I. Tire se. B E. C E. I E, por la. 1. peticiõ. Y porq̃ (por la. 20. del. 1.) de todo triãgulo los dos lados son mayores q̃ el q̃ resta, luego. E B. E Z. sõ mayores q̃ el restãte. Z B. y la A E. es ygual a la. B E. por la 15. dificiniciõ del. 1. Luego. B E E Z. son yguales a la. A Z. luego mayor es. A Z, que B Z De mas desto porq̃. B E es ygual a la. C E. por la. 15. difiniciõ del. 1. y es comũ la. Z E. luego las dos B E, E Z. son yguales a las dos. C E. E Z. y el angulo. B E Z. es mayor q̃ el angulo C E Z. luego la basis. B Z (por la. 24. del. 1.) es mayor q̃ la basis C Z. y por esto. C Z. es mayor q̃. Z I. Ytẽ porq̃. I Z. Z E. por la. 20. del. 1.) son mayores q̃, E I. y (por la. 15. definiciõ del, 1.) es



yguai

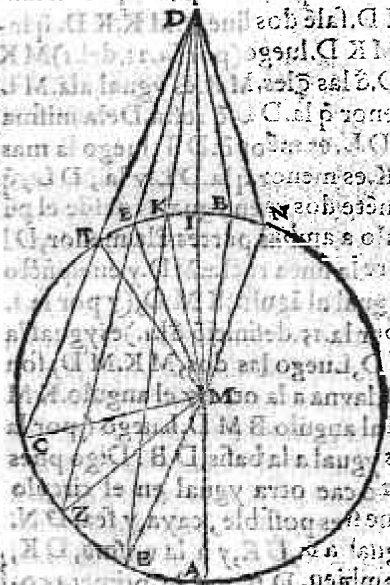
ygual.E I,a la.E D.Luego,I Z,Z E son mayores q̃.E D.Quite se la comũ,E Z,luego la q̃ resta.I Z,es mayor que la restante Z D.Luego la mayor de todas es,Z A,y la menor . Z D. y es mayor,Z B. que,Z C y la.Z C,que la.Z I.Digo tambien q̃ desde el puncto,Z,solamente dos lineas rectas yguales caen en el circulo,A B C D,a ambas partes dela menor.Haga se(por la.23.del.1.)sobre la linea recta,E Z,y enel puncto.E. dado ẽ ella el angulo,Z E T.ygual al ãgulo.I E Z (y por la.1.peticiõ, tirese.Z T.Pues porq̃ es ygual.I E,a la,E T,por la.15.definiciõ del.1.y la.E Z.es comun,luego las dos,I E,E Z, son yguales a las dos.T E,E Z.Y por la,23.del.1,el angulo,I E Z.es ygual al angulo.T E Z.Luego por la.4.del.1,la basis.Z I.es ygual a la basis,T Z.Digo tambien q̃ a la linea,Z I. ninguna otra le cae ygual enel circulo desde el puncto,Z.porque si es possible caya.Z K.Y porque.Z K,es ygual a la,Z I,y la.Z T,es ygual ala Z I. Luego.Z K.es ygual a la,Z T,luego la que esta mas propinqua a la que passa por el cẽtro es ygual a la mas apartada que por lo q̃ esta demostrado es impossible. O desta manera por la.1.peticiõ,tirese,E K.y porq̃ (por la.15.definiciõ del.1.) es ygual.I E.a la,E K,y comun la,Z E,y la basis.I Z,es ygual a la basis,Z K.Luego por la.8.del.1.el angulo,I E Z, es ygual al angulo,K E Z,y el angulo.I E Z,es ygual al angulo,T E Z,Luego por la.1.comũ sentencia,el angulo.T E Z.es ygual al angulo,K E Z,el menor al mayor que es impossible. Luego desde el puncto,Z,ninguna otra cae enel circulo ygual a la.I Z. luego vna sola.Luego si enel diametro de vn circulo,y lo que mas se sigue como enl theorema q̃ es lo q̃ se auia d̃ demostrar

Theorema.7 Proposicion. 8.

¶ Si fuera de vn circulo se toma algũ pũcto y desde aq̃l pũto al circulo se tirã algũas lineas rectas de las quales la vna se estiẽda por el cẽ

tro

tro, y las demas como quiera, de las lineas rectas q̃ caen en la circunferencia conuexa es la mayor la q̃ se tiro por el cẽtro: y d̃ las otras siẽpre la mas propinqua a la q̃ passa por el cẽtro es mayor q̃ la mas remota. Pero de las lineas rectas q̃ caen ẽ la circũferẽcia curua, es la menor la q̃ esta entre el pũcto y el diametro: y la mas propinqua a la menor siẽpre es menor que la mas apartada y solamẽte dos lineas rectas caẽ yguales ẽñl circulo a ãbas partes d̃ la menor,



Sea el circulo. A B C. Y fuera del mismo. A BC. Tomese el puncto. D. y desde el tirense algunas lineas rectas al mismo cirulo, y sea D A. D E. D Z. D C. y tirese. D A. por el cẽtro. Digo q̃ de las lineas rectas, q̃ caẽ en la circũferẽcia del circulo. A E Z C. Es la mayor la q̃ passa por el centro, q̃ es. D A. y la menor la q̃ esta entre el puncto. D. y el diametro. A I. Pero mayor es D E. q̃ no D Z, y la D Z. q̃ no la. D C. pero d̃ las lineas rectas q̃ caen en la circufe-recia curua. T L K I. siẽpre la mas llegada a la menor D I. es menor q̃ no la mas apar apartada, esto es la. D K. q̃ no la. D L. y la. D L. q̃ no la D T. Tomese (por la. 1. del. 3) el centro del circulo. A B C. y sea. M. y por la. 1. peticion) tiren se. M E. M Z. M C. M T, M L. M K. (y porq̃ por la. 15. difini. đl. 1.) es ygual la. A M. a la. E M, pōgase comun. M D. Luego A D. es ygual a la dos. E M. M D. Pero la. E M. y la. M D, son mayores q̃ la. E D (por la. 20. del. 1) Luego tābiē. A D. es mayor q̃ la. E D. Y tē porq̃ (por la. 15. difinicio del. 1.) la. M E. es ygual a la. M Z. pōga se. M D. comū, luego la E M. y la. M D. son yguales a la. Z M. y a la. M D. y el āgulo, E M D. es mayor q̃ el angulo. Z M D. Luego por la. 24, del, 1). la basis. E D. es mayor q̃ la basis. Z D. Dela misma suerte demostraremos q̃. Z D. es mayor q̃ C D. luego la mayor es. D A. y mayor. D E. q̃ no. D Z. y la. D Z. q̃ no la. D C. Y (porq̃ por la 20. del, 1) M K. y la. K D. son mayores q̃. M D. (y por la. 15. definiciō del. 1,) es ygual. M I. a la. M K. luego la. K D. es mayor q̃ la. D I. Por lo qual. I D. es menor q̃ no. K D. Y porq̃ del triangulo. M D L. del vn lado. M D. salē dos lineas. M K. K D. q̃ hizierō dentro el triangulo. M K D. luego (por la. 21. del. 1) M K K D. sō menores q̃. M L. L D. đ las q̃les. M K. es ygual ala. M L Luego la, K D, q̃ resta es menor q̃ la. D L, q̃ resta. Dela misma manera demostraremos q̃. D L. es mēor q̃. D T, luego la mas pequeña es. D I. Pero la. D K. es menor q̃ la. D L. y la, D L, q̃ la. D T. Digo tābien q̃ solamēte dos caen yguales desde el pūcto. D, sobre el mismo circulo a ambas partes đla menor, D I. Hagase (por la. 23. del. 1) sobre la linea recta. M D. y enel pūcto M. suyo el angulo, D M B. ygual al āgulo, K M D, (y por la. 1. peticiō) tirese. D B. y por q̃ (por la. 15. definiciō đl. 1.) es ygual la M B. a la M K, y comū la. M D, Luego las dos, M K. M D, son yguales a las dos. B M, M D, la vna a la otra, y el angulo. K M D (por la. 23. del. 1.) es ygual al angulo. B M D. Luego (por la 4. del. 1,) la basis, D K, es ygual a la basis, D B. Digo pues que a la linea recta, D K, no cae otra ygual en el circulo desde el puncto, D, Porque si es possible, caya, y sea. D N. Pues por que la, D N, es ygual a la, D K, y a la misma, D K, le es ygual. D B, Luego tambien, D B, por la primera comun sentēcia) es ygual a la. D N, Luego la maspropinqua ala

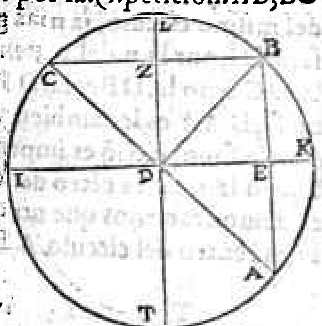
menor

menor. D I. es ygual a la mas apartada, lo qual ya esta demostrado por impossible. O tābiē desta manera (Tirese por la. 1. peticiō) M N. y porq̄ (por la 15. difiniciō) es ygual la. K. M. a la M N. y comun la. M. D. y la basis. D K. es ygual a la basis, D N por la supposicion, luego por la, 8, del. 1, el angulo. K M D. es ygual al angulo. D M N. y el angulo. K M D, es ygual al angulo. B M D. Luego el angulo. B MD. es ygual al angulo. N M D es a saber el menor al mayor, que es impossible, Luego desde el puncto. D. enel circulo. A B C. no caen mas de dos lineas rectas yguales a ambas partes dela menor. D I. Luego si fuera de vn circulo se toma vn pūcto. Y lo de mas como en el theorema, lo qual conuino demostrar.

Theorema. 8. Proposicion. 9.

¶ Si enel circulo se toma vn puncto, y desde el puncto al circulo cayeren mas que dos lineas rectas yguales, el puncto tomado es dētro del mismo circulo.

Sea el circulo, A B C. y dentro deleste el puncto. D, y desde el mismo. D. enel circulo. A B C. cayan mas q̄ dos lineas rectas yguales, esto es. D A. D B. D C. digo que el puncto. D. es centro del circulo, A B C. Tirense por la. (1. peticion. A B, B C y cortense por medio en los punctos. E Z (por la, 10. del. 1.) Conuiene a saber la. A B. en. E. y la. B, C en. Z. y tiradas. E D. D Z. por la (1. peticion) estiendan se a vna y otra parte asta los punctos, I K. L T. Pues porque es ygual A E. a la E B. y comun la, E D, Luego los dos lados, A E, E D, son yguales a los dos lados, B E, E D, Y

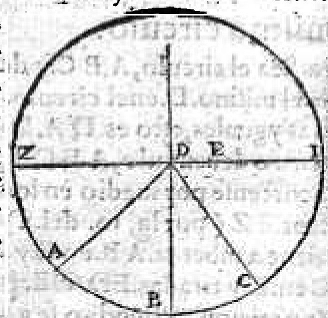


por la suposicion, la basis, D A, a la basis, D B, es ygual. Luego el angulo, A E D, es ygual al angulo, B E D, (por la, 8, del, 1) luego

luego cada vno delos angulos. A E D. B E D. es recto. Luego la. I K, corta por medio a la, A B. y ẽ angulos rectos, por la. 3. dl 3) y porq̃ si enel circulo algũa linea recta corta por medio y en angulos rectos a algũa linea recta (por el corolario dla, 1. del. 3.) enla q̃ corta esta el cẽtro delcirculo, luego ẽla. I K (por el mismo corolario, esta el cẽtro del mismo circulo. A B C, Y por lo mismo tãbien enla. T L. esta el cẽtro del circulo, A B C y ningũo otro tienẽ comũ la. I K: y la. T L. sino el pũcto. D. luego el pũcto. D. es cẽtro del circulo. A B C. Luego si dẽtro de vn circulo se toma algũ pũcto, y desde ẽl pũcto en el circulo cayerẽ mas q̃ dos lineas rectas yguales, el puncto tomado es centro del circulo que cõuenia demostrarse.

¶ Lo mismo se demuestra de otra manera.

Porq̃ dẽtro del circulo. A B C. Tom ese el pũcto. D. y desde el mismo. D. al circulo cayan mas q̃ dos lineas rectas yguales. D A. D B, D C. Digo q̃ el pũcto. D, to mado es cẽtro del circulo. A B C. Porq̃ sino, si es possible sea. E. y tirada. D E. estiendase asta ẽ los pũctos. Z I. Luego la. Z I. es diametro del mismo circulo. A B C. Pues porq̃ en el diametro. Z I. del circulo. A B C. se tomo el pũcto. D. q̃ no es centro del mismo circulo, la mas grãde sera. D I, por la. 7. del. 3, y mayor la. D C. q̃ no la. D B. y la. D B. que no la, D A. Y es le tambien ygual (por la suposiciõ) q̃ es impossible Luego la. E. no es cẽtro del circulo. A B C. de la misma manera demostraremos que otro ninguno sino. D. Luego el pũcto D. es centro del circulo. A B C.



Theorema. 9. Proposicion. 10.

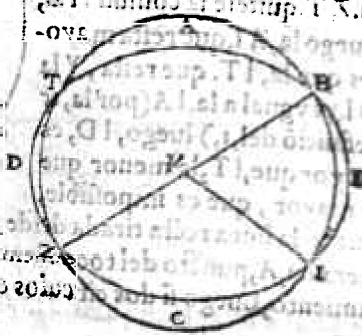
¶ Vn circulo no corta a otro circulo en mas punctos que dos.

Porq̃

Porq si es possible, el circulo. A B C. corte al circulo, D E Z en mas pũctos que dos, esto es, en, B. I. T. Z. y tiradas, B I. B T. corte(n)se por medio (por la, 10. del. 1.) en los punctos. K. L. y (por la. 11. del. 1.) desde los mismos. K. L. tiradas sobre. B I. B. T. e angulos rectos. K C. L N M estiendanse asta los pũctos A. X. E. Pues por q̃ en el circulo. A B C, la linea recta. A C, corta por medio y en angulos rectos ala linea recta B T (por la. 3. del. 3.) luego e la misma. A C. esta el cẽtro del circulo. A B C, Yten por q̃ enel mismo circulo, A B C la linea recta. N X. q̃ es la. M E, corta a la linea. B I. por medio y en angulos rectos, por la. 3. del. 3.) luego enla. N X. esta el cẽtro del circulo. A B C, por la misma) y esta demostrado que tãbien enla. A C, y en ningũo otro concurren las lineas rectas. A C. N X. entre si sino ẽ. O. luego. O. es cẽtro del circulo. A B C. Dela misma manera demostraremos q̃ tãbiẽ. O. es el cẽtro d'l circulo. D E Z. luego delos dos circulos. A B C. D E Z. q̃ entre si se cortã, es vn mismo el cẽtro, lo qual, por la, 5. del. 3.) es impossible. Luego vn circulo a otro circulo, ẽ mas que dos punctos no le corta, que sehauia de demostrar.

¶ Lo mismo se demuestra de otra manera.

¶ Corte otra vez el circulo A B C, al circulo, D E Z, en mas que dos punctos q̃ es en, B, Z, T. I, (y por la, 1, del 3,) tome se el centro del circulo, A B C, y sea, K, y tire se, K B, K I, K Z, Pues porq̃ dentro del circulo, D E Z, se toma vn puncto, K, y en el mismo circulo caen mas



que dos

que dos lineas rectas,K B.K I,K Z,luego(por la.9, del,3,) el puncto,K,es centro del circulo,D E Z,y del circulo, A B C, es centro el mismo,K,Luego de los dos circulos que entre si se cortan es vno mismo el cētro,K. q̃(por la,5,del,3)es impossible,Luego vn circulo no corta a otro circulo en mas que ē dos punctos,que se hauia de demostrar,

Theorema. 10. Proposicion.11.

¶Si dos circulos entre si se tocaren por dētro y se toman sus centros,la linea recta que abra ça los centros de ellos estendida cae en el tocamiento de los circulos.

¶ Los dos circulos,A B C,A D F.Toquense entre si por dētro enel pūcto,A,y tomese (por la,1,del,3,)el centro del circulo,A B C,y sea,Z,y el del circulo,A D E,sea,E,digo que la linea recta tirada desde,Z,asta en.E.y estendida,cae en el pūcto,A,porque sino, si es possible caya como,Z I D T,y tirese.A Z.A I. Pues porque. A I. y la.I Z,por la(20.del,1)sō mayores que la.Z A. esto es,que la.Z T.quitese la comun . I Z, Luego la,A I,que resta mayor es que la, I T. que resta, Y la D I.es ygual a la,I A(por la,15 definiciō del,1,) luego, I D, es mayor que,I T,la menor que la mayor , que es impossible,

Luego la linea recta tirada desde,Z, asta el puncto.I. no cae fuera de,A,puncto del tocamiento,luego cae en el mismo tocamiento,Luego si dos circulos entre si se tocaré por dētro

y se

y se toman sus centros la linea recta que abraça los centros dellos estendida cae enel tocamiento dellos.

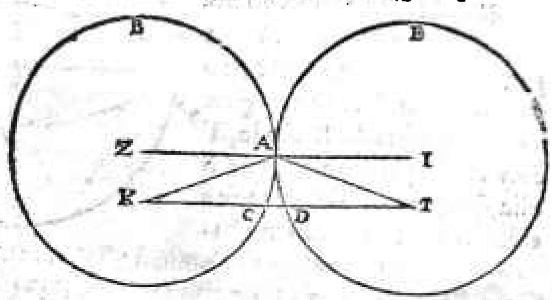
¶ Lo mismo se demuestra de otra manera.

Caya como . I Z C. y estiendase en derecho.C Z I.hasta enlpũto.T.y tirense.A I.A Z.puesporque.A I.I Z.son mayores que A Z.(por la.20.del.1.)y la.A Z.es ygual ala.Z C.esto es ala .Z T.quitese la comun.Z I.luego la.A I.que resta es mayor q̃ la I T que resta,esto es.I D.mayor que.I T.la menor que la mayor ques impossible.Semejantemente se demostrara ser impossible aunq̃ este el centro del circulo mayor fuera del circulo pequeño.

Theorema.11. Proposicion. 12.

¶ Si dos circulos entre si por de fuera se tocaren,la linea recta que abraça sus centros passara por el tocamiento.

Los dos circulos.A B C.A D E.toquense por de fuera enel puncto.A.y tomese por la.1.del.3.el centro del circulo.A BC y sea.Z.y el del circulo.A D E.sea.I.digo que la linea recta tirada desde.Z.hasta.I.passa por el tocamiento.A. porque sino passe como.K C D T.si es possible, y tire se A K.AT.Pues por que.K . es centro del circulo.A B C.sera ygual. K A. ala.K C . Item porque el puncto.T es centro del circulo.A D E.sera ygual.A T. a la.D T.y



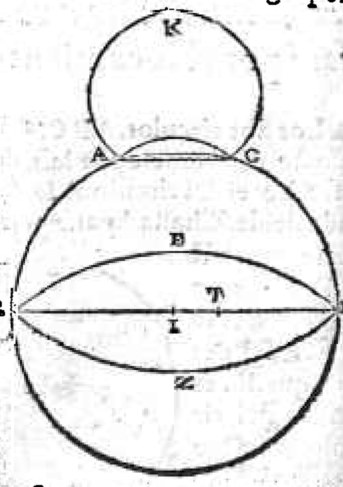
H esta

y esta demostrado q̃.K A.es ygual ala.KC.luego.K A.y la AT son yguales a la.KC.y ala.T D.por lo qual toda la.KT.es mayor que las dos.K A.A T.y es menor por la.zo.del.1, lo qual es impossible.Luego la linea recta tirada del cẽtro del vno al d̃l otro passa por el puncto.A.del tocamiento. Luego si dos circulos se tocaren entre si por de fuera la linea recta que abraça sus centros passara por el tocamiento.

Theorema.12. Proposicion.13.

¶Vn circulo no toca a otro circulo en mas pũctos que vno,aunque le toque por de fuera y aunque por dentro.

Porq̃ si es possible toque el circulo.A B C,al circulo. E B C D,lo primero por dentro en mas que vn puncto, que es ẽ D.B.y tomese el centro del mismo circulo. A B C D. y sea. I. (por la.1.del.3.) y el del circulo. E B Z D.sea. T. luego por la.11.del mismo)la linea recta tirada desde.I.asta. T.Cae en los punctos.B D.como.B I T D.y porque el puncto.I.es cẽtro del circulo A B C D. por la.15.definicion del.1,es ygual B I. a la.D I.Luego mayor es B I.que,TD,luego mucho mayor,B T,que no. T D. Ytem porque el puncto. T.es cẽtro del circulo.E B Z D.es ygual (por la misma)la.B T.a la, T D.y viose q̃ mucho mayor q̃ ella,q̃ es impossible.Luego vn circulo a otro circulo no toca por dentro en mas que vn puncto.Digo tãbien que ni por fuera.Porque si es possible,toque el circulo.A C K.al circulo A B C D.por defuera en mas punctos q̃ vno,cõuiene a saber: en.A



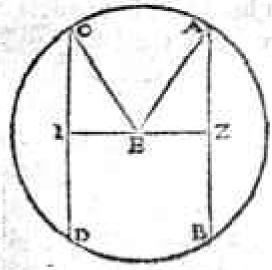
en.A

en A,y en.C,y tirese,A C,por la.1.petició)Pues porque en la circűferécia de ambos circulos.A B C D,A C K,sean tomado dos pűctos,a caso A.C,cae détro de ambos(por la.2.del.3.)la linea recta que los abraça,y cae dentro del circulo. A B C D y fuera del circulo.A C K,lo qual es impossible.Luego vn circulo a otro circulo no le tocara por defuera é mas punctos q̃ en vno.Y esta demostrado que ni por dentro.Luego vn circulo no toca a otro circulo en mas punctos que vno aunq̃ por fuera,y aunque por dentro le toque,lo qual conuino demostrarse.

Theorema.13. Proposicion.14.

¶En el circulo yguales lineas rectas, ygualméte distá del centro,y las que ygualmente distá del centro son yguales entre si.

Sea el circulo.A B C. y esté enel las lineas rectas,A B C D Digo q̃ ygualméte distã del cétro,Tomese por la.1,d̃l,3. el cétro del circulo.A B C D.y sea.E.y desde el pűcto,E.sobre las mismas.A B.C D(por la.12.del.1.) tirése las perpendiculares E Z.E I.y tirense por la.1. peticion,A E,E C . Pues porq̃ por la.1.del.3.la linea recta.E Z.tirada por el cétro corta por el medio y é angulos rectos vna linea recta.AB.no estédida por el centro,luego ygual es, A Z. a la.B Z.Luego, A B. es el doblo de.A Z,y por lo mismo tãbien.C D.es el doblo de la.C I.

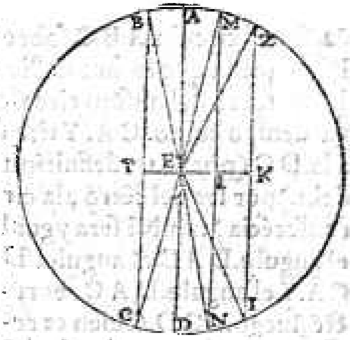


y es ygual.A B a la.C D.luego AZ.es ygual a la.C I.Y porq̃ es ygual.A E.a la.E C.por ser del centro a la circunferencia , es ygual el quadrado que se haze dela.E C. al quadrado que se haze dela.A E ,y por la.47.del.1.al quadrado que se haze de la.A E.son yguales los quadrados que se hazen de la. A Z. y dela .Z E porque es recto el angulo . Z.y a aquel que se haze dela.E C. (por la misma) son yguales los que se hazen de la,E I. y de la. I C. porque es recto el angulo.I. luego losquadrados que se hazen dela.A Z.y dela Z E.son yguales a los q̃ se hacen dela.C I,y dela.I E.delosquales aquel que se hacede la.A Z.es ygual al que se hace dela,C I.porque es ygual.A Z. ala.C I.luego el restante que se haze dela.Z E.es ygual alque resta que se haze dela.E I.(por la.3.comun sentencia) luego E Z.es ygual ala.E I,y enel circulolas lineas rectas se dizen ygualmente distar del centro quando las perpédiculares tiradas del centro hasta ellas son yguales(por la definició.4.del. 3.)luego. A B.C D.ygualmente distan del centro. Pero põgo que. A B.C D.ygualmente distan del centro,esto es q̃.E Z, sea ygual ala.E I.Digo ques ygual. A B.ala.C D. Porque puestas las mismas cosas demostraremos dela misma suerte que A B.es el doblo dela misma.AZ.y la C D.dela.C I. Y porques ygual. A E.ala.C E.por salir del centro a la circunferentia, es ygual el quadrado que se haze dela.A E.al quadrado que se hace dela.C E. Y a aq̃l quadrado que se haze dela. A E.son yguales los quadrados que se hazen dela.E Z.y đ la.Z A. (por la.47.del.1.)y al que se haze dela.C E.son yguales,por la misma,los que se hacen dela.E I.y dela.I C.Luegolosquadrados que se hazen dela.E Z.y dela.Z A.son yguales a aquellosquadrados que se hazé dela.E I.y dela.I C.Delos quales el quese haze dela.E I.es ygual al que se haze dela.EZ.porques ygual E Z.ala.E I.luego el que resta que se haze dela.A Z, por la.3. comun sentencia,es ygual a aquel que se hace dela.C I,luego ygual es.A Z.ala.C I.y dela.A Z.es dupla la.A B.ydela.C I.es dupla la.C D.luego ygual es.A B.ala.C D,por la 6. comun sẽtécia, Luego enel circulo yguales lineas rectas ygualmente distan del centro.Y las que ygualmente distan del centro son yguales entre si.Lo qual se auia de demostrar.

Theorema.14 Proposicion,15,

Enel circulo la mayor es el diametro, y de las otras siempre la mas propinqua al centro, es mayor que la mas apartada.

Sea el circulo, A B C D. y el diametro suyo sea. A D. y el cẽtro sea. E. y la mas llegada al diametro. A D. sea. B C, y la mas apartada sea. Z I, digo que. A D. es la mayor, y mayor es. B C. que no. Z I. Tirese (por la. 12. del. 1.) desde el cẽtro. E, sobre las dos, B C. Z I, las perpendiculares. E T. E K. y porq̃ la mas llegada al centro es. B C. y la mas apartada, Z I. Luego por la. 4. difinicion del. 3. mayor es. E K, q̃ la, E T. pongase (por la. 4. del. 3.) la. E L. ygual ala. E T. y por la. 11. del, 1. tirada. L M . por el puncto. L, en angulos rectos con, E K. estiendase hasta. N. y por la. 1. peticion, tirense. E M. E N. E Z. E I. Y porque. E T. es ygual ala. E L, (y por la. 14. del

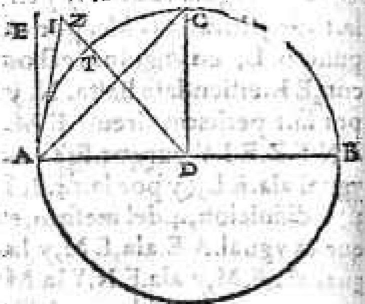


3.) y difinicion, 4. del mesmo, es ygual. B C. ala. M N. yten por que es ygual. A E. ala, E M, y la. E D, ala. E N. luego, A D. es ygual ala, E M, y ala. E N. Y la M E, y la. E N. por la, 20. del. 1. son mayores que. M N. luego. A D. es mayor que. M N . Y porque las dos. M E, E N, son yguales alas dos. Z E. E I. (por la. 15. definicion del. 1., por ser del centro ala circunferencia. Y el angulo. M E N. es mayor que el angulo. Z E I. Luego la basis. M N. por la. 24. del. 1. es mayor que la basis. Z I. Y esta mostrado. M N, ser ygual, ala, B C. luego, B C. es mayor que, Z I, Luego la mayor es el diametro. A D. y mayor la, B C, que la. Z I. Luego eñl circulo la mayor es el diametro. Y delas otras siempre la mas propinqua al centro es mayor que la mas apartada, que conuino demostrarse.

Theorema. 15. Proposicion. 16.

¶La que se saca de la extremidad del diametro del circulo en águlos rectos cae fuera del mismo circulo: y en el lugar de entre la misma linea recta y la circunferécia del circulo no caera otra linea recta, y el angulo del semicirculo es mayor que todo angulo agudo recti lineo, y menor el que resta.

Sea el circulo. A B C. sobre el centro. D. y el diametro. A B Digo que la que se saca desde. A. en angulos rectos con la. A B. cae fuera del mismo circulo, Porque sino, si es possible caya dentro como. C A. Y tire se. D C. Y porque. D A. es ygual a la. D C. (por la. 15. definicion del. 1.) por ser del cẽtro ala circunferécia, tambiẽ sera ygual el angulo. D A C. al angulo. D C A. Y el angulo. D A C. es recto, luego. A C D. tãbien es recto, Luego los angulos. D A C A C D. sõ yguales a dos rectos Lo qual, por la. 32. del. 1. es impossible. Luego la sacada del pũcto. A. en angulos rectos con. A B. no cae dẽtro del circulo. Tãbien de la misma manera demostraremos q̃ ni en la misma circũferencia. Luego cae fuera como. A E. Digo q̃ en el lugar entre la linea. A E. y la circũferécia. B C A. no cae otra linea recta. Porq̃ si es possible caya como. Z A. y saquese (por la. 12. del. 1.) del puncto. D. sobre la. Z A. la perpendicular. D I. Y porq̃ es recto el angulo. A I D. y menor q̃ recto el angulo. D A I. Luego mayor es. A D. q̃ no. D I. Y es ygual la. D A. a la. D T. por ser del cẽtro a la circũferencia. Luego por la. 19. del. 1. mayor es. D T. que no. D I. la menor q̃ la mayor, q̃ es inpossible.



Luego

Luego enel lugar entre la linea recta y la circũferécia no cae otra linea recta. Digo tābien q̃ el angulo del semicirculo contenido dela linea recta. A B. y dela circũferencia. C T A. es mayor que todo angulo agudo rectilineo, y el que resta contenido dela circũferencia. C T A. y dela linea recta. AE, es menor q̃ todo angulo agudo rectilineo. Porq̃ si hay algun angulo rectilineo mayor q̃ el angulo que es contenido dela circunferẽcia. C T A. y dela linea recta. B A. pero menor q̃ el que es contenido dela circunferécia. C T A. y de la linea recta. AE. caera enel lugar entre la circunferécia. C T A. y la linea recta. A E. linea recta, la qual hara mayor el angulo contenido de las lineas rectas que el q̃ es contenido de la linea recta. B A. y la circunferécia. C T A. pero menor q̃ el que es contenido de la circunferencia. C T A. y dela linea recta. AE. Y no cae. Luego por la possibilidad ya demostrada, el angulo agudo contenido de lineas rectas, no es mayor que el angulo cõtenido dela linea recta, B A. y dela circunferécia. C T A. ni tampoco menor que el contenido dela circunferencia. C T A. y dela linea recta, A E.

¶ Corolario.

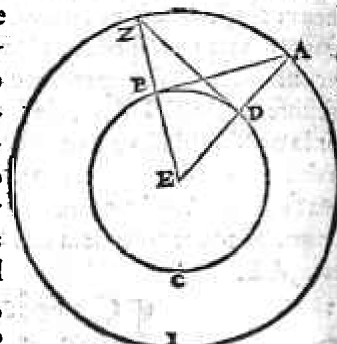
¶ De aqui es manifiesto que la sacada dela extremidad del diametro de vn circulo en angulos rectos toca al mismo circulo. Y que la linea recta, solamente en vn puncto solo toca a vn circulo.

Porque esta demostrado (por la. 2. del. 3.) que la que en aquellos dos punctos cae, cae dentro del, Lo qual conuino demostrarse.

Problema. 2. Proposicion. 17.

¶ De vn pũcto dado tirar vna linea recta que toque a vn circulo dado.

Sea el punto dado. A. y el circulo dado sea. B C D. cōuiene pues desde el pūcto dado, A, tirar vna linea recta q̄ toque al circulo, B C D, Tomese por la, 1. del, 3. el centro del circulo y sea, E. y tirese por la. 1. petició. A D E. y haciendo centro. E. segun la distancia. E A. por la. 3, peticion, describase el circulo. A Z I. y desde el mismo. D. tirese. D Z. en āgulos rectos sobre E A. por la. 11. del, 1, y por la. 1, peticion. tiresse. E B Z, y. AB. Digoque desde el puncto. A. se tiro la linea. A B. quetoca al circulo. B C D. Porque el punto, E, es centro del circulo, B C D, y del, A Z I, es ygual la, E A, ala, E Z, y la E D, ala, EB, por ser dl centro ala circunferencia, Luego las dos, A E, E B, son yguales alas dos, EZ, ED, y tienē comun el angulo, E, luego la basis, D Z, por la, 4, del, 1, es ygual ala basis. A E, y el triangulo D E Z, al triangulo, E B A, es ygual, y los de mas āgulos a los de mas angulos, Luego ygual es el angulo, E D Z, al angulo, E B A, y es recto, E D Z, luego



tambien es recto, E B A, Y la, E B, es desde el centro, y la que en angulos rectos se saca dela extremidad del diametro del circulo, toca al mismo circulo por el corolario dela, 16, del, 3 luego. A B, toca al circulo, B C D, luego del puncto dado, A, se tiro la linea, A B, tocando al circulo dado, D B C. Lo qual conuino hazerse,

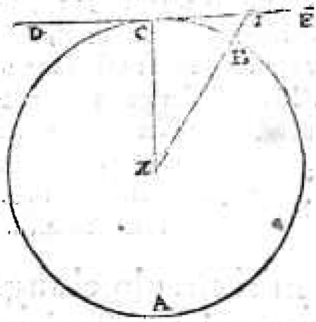
Theorema. 16. Proposicion. 18.

¶ Si alguna linea recta tocare al circulo y desde el centro al tocamiēto se tirare algūa linea recta, la tirada sera perpēdicular a la q̄ toca.

¶ Al circulo. A B C. toque le alguna linea recta. D E. enel puncto. C. y tomese por la. 1. del. 3. el cētro del circulo. A B C. y sea

Z. y

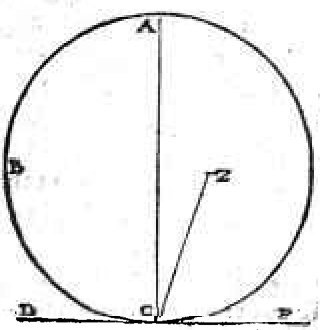
Z.y desde.Z.asta en.C.tirese por la.1.peticion,Z C.digo q̃ Z C es perpẽdicular sobre la.D E. Porque sino,tiresepor la.12.dl primero desde.Z.sobre. D E. la perpendicular.Z I. Pues porque el angulo.Z I C.es recto,luego el ãgulo.I C Z.es agudo.Luego mayor es el angulo.Z I C.q̃ el angulo.Z C I.y debajo de mayor angulo(por la.19.del.1.) se estiẽde mayor lado,luego mayor es. Z C.q̃ no.Z I.y es ygual la.Z C.a la.C B por ser del cẽtro a la circunferẽcia,luego mayor es.Z B.que.Z I. la menor q̃ la mayor,q̃ es impossible.Luego.Z I.no es perpendicular sobre. D E. Luego si alguna linea recta tocare al circulo,y lo q̃ mas se sigue.Lo qual conuino demostrarse.



Theorema.17. Proposicion.19.

¶Si alguna linea recta tocare al circulo, y desde el tocamiento se le sacare alguna linea recta en angulos rectos,enla que es sacada estara el centro del circulo,

Al circulo.A B C.toquele vna linea recta.D E.enel puncto. C. y desde.C.por la.11.del.1. Tire se C A.en angulos rectos.Digoque enla misma.C A.esta el centro dl circulo,Porq̃ sino, si es possible este en.Z.y por la.1.,peticion tire se.C Z. Pues porq̃ la linea. D E. toca al circulo.A B C. y desde el centro al tocamiento se tiro.Z C luego

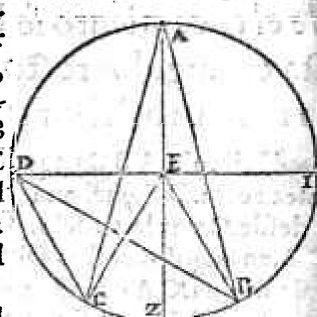


luego por la.18.es perpendicular a la D E.y es recto el angulo.Z C E,y el angulo. A C E.es recto.Luego el angulo. Z C E. es ygual al angulo. A C E.el menor al mayor,que es impossible.Luego.Z.no es centro del circulo.A B C.Tambien demostraremos de la mifma manera q̃ ni en otra parte fuera del a A C.Luego fi alguna linea recta tocare al circulo, y desde el tocamiẽto se sacare vna linea recta en angulos rectos sobre la que toca,en la que se saca estara el centro del circulo. Lo qual conuino demostrar se.

Theorema.18. Propoficion.20

¶Enel circulo,el angulo sobre el cẽtro, es doblado al de sobre la circunferẽcia,quandolos angulos tuuieren ygual circunferencia.

Sea el circulo, A B C.y sobre su centro este el angulo. B E C. pero sobre la circunferencia el angulo.B A C,y tengã por vna mifma basis a la circunferencia.B C. Digo que el angulo B E C.es doblado al angulo.B A C.Porque tirada.A E. (por la.2.peticion)estiendase asta en.Z.



Pues porque es ygual ala.E B.por ser del centro a la circunferencia, es ygual el angulo.E A B. al angulo.E B A.Luego los angulos.C AB E B A.son el doblo del angulo. E A B (por la.5.del.1.) y es ygual el angulo.B E Z.(por la.32.del.1.) a los angulos.E A B.E B A.Luego el angulo.B E Z.es el doblo de.E A B y porla mifma manera tambien el angulo.Z E C.es el doblo del angulo.E A C.por la mifma.Luego todo.B E C.es el doblo de todo B A C.Yten pongase otro angulo.B D C.y tirese (por la.1.peticion. D E. y estiendase por la.2.peticion asta en.I. Demostraremos tambien de la

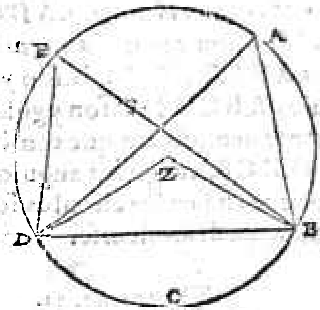
 misma

misma manera, que el angulo. I E C. es doblado al angulo. C D E. De los quales el que debaxo de. I E B. es el doblo del angulo. E D B. Luego el que resta. B E C. es el doblo de. B D C. Luego en el circulo el angulo sobre el centro es doblado al de sobre la circunferencia, quando los angulos tuuieren ygual circunferencia. Lo qual conuino demostrarse.

Theorema. 19. Proposicion, 21.

¶En el circulo, los angulos q̃ estan en vn mismo segmento, son yguales entre si.

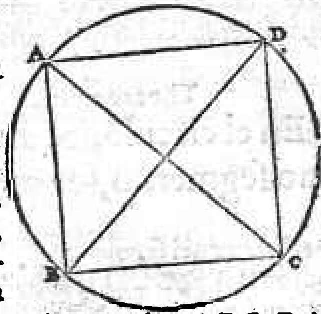
Esten enel segmento. B A E D. del circulo. A B C D. los angulos. B A D. B E D. digo que los angulos. B A D. B E D. son entre si yguales. Tomese por la. 1. del. 3.) el centro del circulo. A B CD. y sea. Z. y tirense por la. 1. peticion. B Z. Z D. y porque el angulo. B Z D. esta sobre el centro, y el angulo. B A D. sobre la circunferencia, y tiené por basis la misma circunferencia. B C D Luego el angulo, B Z D, por la precedente, es doblado al angulo. B A D. Y por esto el angulo. B Z D. es tambien doblado al angulo. B E D. Luego ygual es el angulo. B A D. al angulo. B E D (por la comun sentécia que dize, Las cosas que devna misma son mitad entre si son yguales, Luego enel circulo los angulos que estan en vn mismo segméto son yguales entre si. Lo qual conuino demostrarse.



Theorema. 20. Proposicion. 22.

¶Los angulos oppuestos d̃ los quadrilateros q̃ está en los circulos son yguales a dos rectos

Sea el circulo. A B C D. y este enel el quadrilatero. ABCD Digo que los angulos oppuestos son yguales a dos rectos. Tiren se (por la. 1. peticion) A C. B D. Pues porq̃ (por la, 32. del. 1) los tres angulos de todo triangulo son yguales a dos rectos; luego del triangulo. AB C. los tres angulos C A B. A B C. B C A, son yguales a dos rectos, y el angulo. C. A B. es ygual al angulo. B D C. por la. 21. del. 3. por estar eñl mismo segmento. B A D C. Y el angulo. ACB. (por la misma) al angulo. A D B. por estar en vn mismo segmento, A D C B. luego todo. A D C. es ygual a los dos. B A C. ACB. Ponga se por comun el angulo. A B C. luego los angulos. A B C, B A C. B C A son yguales a los angulos, A B C. A D C, y los angulos. A B C. B A C. A C B. son yguales a dos rectos, luego los angulos. A B C. A D C. son yguales a dos rectos. Dela misma suerte se demostrara que tambien son yguales a dos rectos. B A D. D C B. Luego los angulos oppuestos de los quadrilateros que estã en los circulos son yguales a dos rectos. Lo qual conuenia demostrarse.



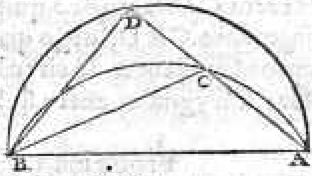
Theorema. 21. Proposicion. 23.

¶ Sobre vna misma linea recta dada, no se dará hazia vnas mismas partes, dos segmẽtos de circulos semejantes y desiguales.

Porque si es possible, haganse sobre vna misma linea recta. A B. dos segmentos de circulos semejantes y desiguales A C B. A D B. hazia vnas mismas partes, y tire se. A C D. (por la primera peticion) y despues tiren se. C B. D B. Pues por que el segmento. A C B. es semejante al segmento

A DB.

ADB.y ſon ſemejantes ſegmentos de circulos los que recibẽ yguales angulos,por la definiciõ. 10.del.3,luego elangulo.A C B,es ygual al angulo.A D B. el exterior al interior.Lo qual,por la. 16. del.1.es impoſsible. Luego ſobre vna miſma linea recta dada no ſe

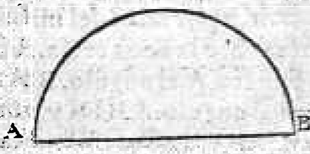


daran hazia vnas miſmas partes dos ſegmẽtos de circulos ſemejantes y deſiguales.Lo qual conuino demoſtrarſe.

Theorema.22. Propoſicion.24.

¶Los ſegmentos ſemejantes de circulos,pueſtos ſobre yguales lineas rectas ſon yguales entre ſi.

Pongã ſe ſobre las lineas rectas yguales.A B.C D. los ſementos de circulos.A E B.C Z D,ſemejantes.Digo quel ſegmento.A E B.es ygual al ſegmento.C Z D.porque ſobre pueſto el ſegmento.A E B.al ſegmento. E Z D.y pueſto el punto.A.ſobre elpũto.D. y la linea recta.A B. quadrãdo ſobre la linea recta.D C.tambien el punto, B. quadrara ſobre el puncto.C.Porque es ygual,A B, a la,C D,y quadrãdo la linea recta A B,ſobre la linea recta,C D, quadra tambien el ſegmento,A E B,

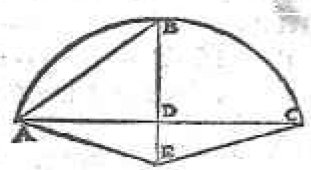


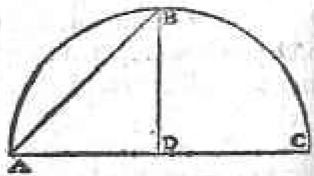
al ſegmento.C Z D.Porque ſi la linea recta,A B, quadra ſobre la linea recta,C D,pero el ſegmento,A EB.no quadra ſobre el ſegmento,C Z D,ſino que difiere,como,C I D,Y vn circulo a otro circulo,por la,20,del,3,no le corta en mas q̃ dos puntos,y el circulo,C I D,corta al circulo,C ZD,en mas que en dos punctos que es en,C.I,D,lo qual por la miſma es impoſſipoſſible, Luego no quadrando la linea recta. A B. ſobre la linea recta. C D. tampoco quadrara el ſegmento. A E B. ſobre el ſegmento. C Z D, luego quadra y es le ygual. Luego los ſegmentos ſemejantes de circulos, pueſtos ſobre yguales lineas rectas, ſon yguales entre ſi. Lo qual ſe hauia de demoſtrar.

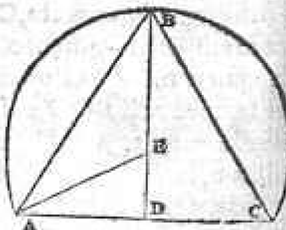
Problema. 3. Propoſicion. 25.

¶ Dado vn ſegmento de circulo: deſcribir el circulo cuyo ſegmento es.

Sea el ſegmento del circulo dado. A B C. conuiene deſcribir el circulo del qual es ſegmẽto. A B C, Corteſe (por la. 10, del. 1.) la. A C. por medio enel puncto. D. y deſde. D. ſaqueſe (por la. 11.) del miſmo) la. B D. en angulos rectos ſobre A C, y tireſe. A B (por la. 1. peticion). Cõparado pues el angulo. A B D. cõ el ãgulo. B A D. o es mayor que el o ygual, o menor. Sea lo primero mayor, y por la. 23. del miſmo, haga ſe ſobre la linea recta. A B, y ẽ el puncto, A. el angulo. B A E. ygual al angulo. A B D. y por la. 2. peticion, eſtiendaſe. BD. aſta en. E y tire ſe (por la. 1. peticion) E C. Pues porque el angulo. A B E. es ygual al angulo. B A E. luego es ygual, (por la. 6. del. 1.) la linea recta. E B. a la, A E, y porque es ygual. A D. a la, D C, y comun la. D E. luego las dos. A D. D E, ſõ yguales a las dos. C D. D E. la vna a la otra, y el angulo, AD E, por la. 4. peticion, es ygual al angulo. C D E. porq̃ es recto cada vno. Luego la



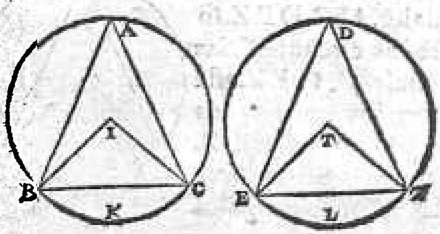




basis. A E, por la. 4. del. 1, es ygual a la basis. C E. y esta demostrado que la. A E, es ygual a la. B E, luego la. B E, es ygual ala C E, luego las tres. A E, E B, E C, son yguales entre si, Luego descripto vn circulo sobre el puncto. E. segun el espacio. A E. o el, E B, o el espacio. E C (por la. 3. peticiõ, passara por los demas punctos y quedara descrito. Luego dado vn segmẽto de circulo describiose el circulo. Y cosa clara esque el segmento A B C. es menor que medio circulo, porque el centro. E, cae fuera del. Tambien de la misma manera demostraremos que aunque el angulo, A B D, sea ygual al angulo. B A D. Porque siendo ygual. A D, a cada vna de las dos. B D. D E, luego las tres, D A, D B, D C son yguales entre si, y sera centro el mismo, D. del circulo cumplido. Y tambien. A B C. sera medio circulo. Pero si el angulo, A B D. fuere menor que el angulo. B A D, haremos por la, 23. delprimero, sobre la linea recta. A B. enel puncto, A, vn anguloygual al angulo, A B D, dentro del segmento. A B C. yel centro del circulo caera sobre la, D B. y sera el segmẽto, A B C. mayor que medio circulo, Dado pues vn segmento se describe el circulo cuyo es segmento, lo qual conuino hazerse.

Theorema. 23. Proposicion. 26

¶ Los angulos yguales en yguales circulos estan sobre yguales circunferencias, aora esten sobre los centros o sobre las circunferencias.



Sean yguales los circulos. A B C. D E Z y en ellos sean yguales los angulos sobre los centros. B I C. E T Z, y sobre las circunferencias, B A C. E D Z Digo que la circunfe-

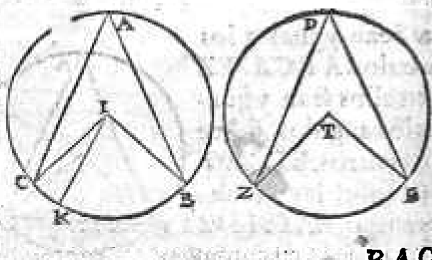
rencia

rencia.B K C .es ygual a la circunferencia.E L Z . Tirẽ se por la.1,peticion.B C.E Z ; y porque los circulos , A B C , D E Z. son yguales, tambien lo seran las lineas que salen delos centros(por la. 1.definiciõ del.3)Luego las dos,B I,IC.son yguales a las dos, E T.T Z.Y el angulo.I.es ygual al angulo.T.Luego por la.4,del.1,la basis.B C. es ygual a la basis,E Z : Y porque el angulo.A.es ygual al angulo,D, luego el segmento. B A C.por la.24.del, 3.)es semejante al segmento,E D Z . y estan en yguales lineas rectas,B C,E Z, y los segmentos semejantes de circulos que estan sobre yguales lineas rectas (por la misma.24)son yguales entre si.Luego el segmento , B A C es ygual al segmẽto, E D Z,y todo el circulo.A B C es ygual a todo el circulo,D E Z,Luego la circunferencia,B K C, que resta es ygual(por la.3.comun sentencia)a la circunferencia E L Z.que resta.Luego ẽ yguales circulos,yguales angulos estã en yguales circunferencias,aora esten sobre los cẽtros,aora sobre las circunferencias.Lo qual connino demostrarse,

Theorema.24. Proposicion .27.

¶En yguales circulos los angulos que estã sobre yguales circunferencias sonyguales entre si: aora esten hechos sobre los centros,aora sobre las circunferencias.

En los circulos yguales.ABC.D E Z.sobre las circunferẽcias yguales, B C. E Z.estẽ sobre los centros los angulos . B I C.E T Z. y sobre las circunferẽcias esten los angulos



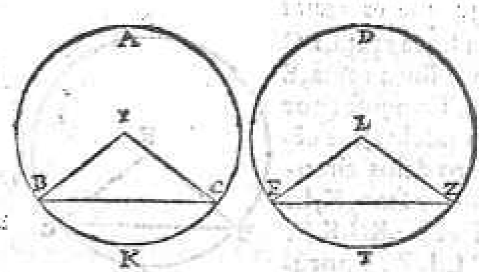
BAC.

B A C.E D Z.digo que elangulo.B IC.es ygual al angulo.E T Z,y el angulo.B A C.es ygual al ãgulo.E D Z.Puessiel angulo B I C es ygual al angulo.E T Z. claro es que tambien el angulo.B A C.es ygual al angulo.E D Z.por la.20.del.3.Pero sino el vno dellos sera mayor.Sea mayor el angulo.B I C.y por la 23.del.1,hagase sobre la linea recta,BI.y enlpũcto.I.el angulo B I K. ygual al angulo.E T Z.y los angulos yguales estan sobre yguales circunferencias (porla.26.del.3.)quando fueren enlos centros,luego ygual es la circunferencia.B K.a la circũferencia.E Z.y la.E Z.es ygual ala.B C.luego la,B K. es tãbiẽ ygual ala,B C.la menor ala mayor ques impossible.Luego el angulo.B I C.no es desigual al angulo,E T Z.sera pues ygual Y el angulo.A. es la mitad de el angulo.B I C.(por la.20.del.3 y por la misma)el angulo.D.es mitad del angulo.E T Z. luego ygual es el angulo.A.al angulo.D.Luego en circulosyguales,los angulos que estan sobre yguales circunferencias son yguales entre si aora esten hechos sobre los centros aora sobre las circunferencias,lo qual conuino demostrase.

Theorema.25. Proposicion.28.

¶Enlos circulos yguales,las lineas rectasyguales cortan yguales circunferencias,mayor ala mayor ,y menor ala menor.

¶Sean los circulos yguales.A B C.D E Z.y enellos estẽ las lineas rectas yguales.BC.EZ.que corten las circunferencias mayores,BAC E D Z.y las menores, B K C , E T Z. Digo que la circunferencia.B A C mayor,es ygual a la circunferencia,E D Z mayor.Pero la circũ-

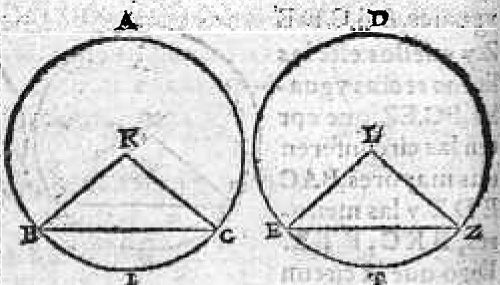


ferēcia, B K C. menor es ygual a la circūferēcia. E T Z, menor. Por la. 1. del. 3. tomen se los centros delos circulos y sean. I. L y tirense. I B. I C. L E. L Z. Y porque los circulos son yguales, son tābien yguales las lineas que salen de los centros (por la 1. definiciō del. 3.) luego las dos. B I. I C. son yguales a las dos L E. L Z. y la basis. B C (por la suposicion) es ygual a la basis. E Z. Luego el angulo. B I C. es ygual al angulo. E L Z. por la. 8. del. 1. Y los angulos yguales ē circulos yguales (por la. 26. dl. 3) estan sobre yguales circūferencias, quando fueren hechos sobre los centros. Luego la circunferencia. B K C. es ygual a la circunferencia. E T Z. Y es todo el circulo. A B C. ygual a todo el circulo. E D Z, Luego la circunferencia. B A C. que resta sera ygual a la circunferencia, E D Z. q̄ resta (por la. 3. comū sentencia.) Luego en los circulos yguales, las lineas rectas yguales cortan yguales circunferencias, mayor a la mayor, y menor a la menor. Lo qual conuino demostrar se.

Theorema. 26. Proposicion. 29

¶ En los circulos yguales debaxo de yguales circūferēcias se estiēden yguales lineas rectas

Sean yguales los circulos. A B C. D E Z. y en ellos tome se las yguales circunferencias. B I C. E T Z. Tirense las lineas rectas. B C. E Z, Digo que es ygual la linea recta, B C a la linea recta, E Z, Tomense (por la. 1. del. 3.) los cētros delos circulos, y sean, K, L. Tirense. K B. K C. E L. L Z. Y porq̄ la circunferencia



B I C. es ygual a la, E T Z, es ygual el angulo. B K C. al angulo

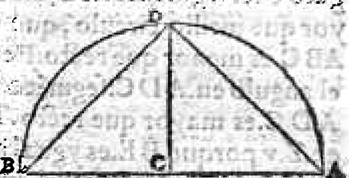
E L Z

E L Z. por la.27. propoficion del.3.)y porq̃ los circulos. ACB D E Z. son yguales, feran tambien yguales las que fale de los cetros (por la.1. definicion del mifmo) Luego las dos. BK.KC. son yguales a las dos. L E. L Z. y comprehenden angulos yguales, luego la bafis. B C(por la.4. del. 1.) es ygual a la bafis E Z. Luego en los circulos yguales debaxo de yguales circunferencias fe eftienden yguales lineas rectas, lo qual conuino demoftrarfe.

Problema. 4. Propoficion. 30.

¶Diuidir por medio vna circunferẽcia dada.

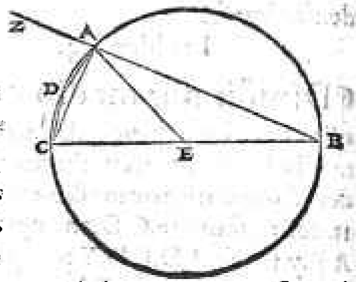
¶Sea la circunferencia dada. A D B. cõuiene aora diuidir por medio la mifma circunferencia. A D B. Tirefe. A B, y por la.10 del.1.) diuidafe por medio en el puncto, C. y defde. C. (por la 11. del.1,) faquefe. C D. en angulos rectos fobre la linea recta A B. y tirefe. A D. B D. Y porque la. A C. es ygual a la, C B. y comun la. C D. Luego las dos, A C C D. fon yguales a las dos, B C, CD. y el angulo. A C D. por la.4 petició, es ygual al angulo. B C



porque cada vno dellos es recto. Luego la bafis. A D. (por la 4. del.1,) es ygual ala bafis. D B. Y yguales lineas rectas cortã yguales circunferencias, mayor a la mayor, y menor a la menor (por la, 28. del. 3.) y cada vna de las circunferencias. A D, D B. es menor q̃ medio circulo. Luego la circunferencia. A D. es ygual a la circunferencia. D B. luego la circunferẽcia dada, efta diuidida por medio. Lo qual conuino hazer fe.

Theorema. 27. Propoficion. 31.

¶En el circulo, el angulo que efta enel medio circulo es recto, y el que efta en el fegmento mayor, es menor q̃ recto, y el q̃ enl menor feg mento,es mayor que recto. Y de mas desto el angulo del mayor segmento es mayor que recto: y el angulo del menor segmẽto es menor que recto.



Sea el circulo. A B C D, y su diametro sea. B C. y el cẽtro sea E. y tome se enel medio circulo vn pũcto como quiera y sea. D. y tirense. B A. A C. A D, D C. Digo que el angulo. B A C. en el medio circulo es recto. Y el angulo enel segmento. A B C. mayor que medio circulo, que es A B C. es menor que recto. Pero el angulo en. A D C. segmẽto menor que medio circulo, que es A D C. es mayor que recto. Tirese. A E. y estiendase. B A. asta en. Z. y porque. B E. es ygual a la. E A. por ser del cẽtro asta la circunferencia, es ygual el angulo. E A B. Por la. 5. del. 1. al angulo. E B A. Ytem porque es ygual la. A E. a la. E C. es ygual por la mis ma) el angulo. C A E. al angulo. A C E. Luego todo el angulo. B A C. es ygual a los dos angulos. A B C. A C B. Y el angulo. Z A C. fuera del triangulo. A B C. es ygual a los dos angulos. A B C. A C B (por la. 32. del. 1.) Luego el angulo. B A C es ygual al angulo. Z A C. Luego cada vno dellos es recto. Luego enl medio circulo. B A C. El angulo. B A C. es recto. Y porque los dos angulos. A B C. B A C. del triangulo. A B C. por la 17. del. 1.) son menores que dos rectos. Y el angulo. B A C. es recto, luego el angulo. A B C. es menor que recto, y esta en el segmento. A B C. mayor que medio circulo. Y porque el quadrilatero. A B C D. esta enel circulo, y los angulos opuestos delos quadrilateros que estã en los circulos (por la. 22. del. 3) son yguales a dos rectos. Luego los angulos. A B C. C D A (por la mis ma) son yguales a dos rectos, y el angulo. A B C.

es menor.

es menor que recto,luego el angulo.A D C. que resta es mayor que recto,y esta enel segmento menor que mediocirculo.Digo pues tambien quel angulo del segmento mayor cõprehendido dela circunferencia.A BC.ydela linea recta.AC es mayor que recto.Pero el angulo del menor segmento cõprehendido dela circunferencia.A DC.y dela linea recta.A C.es menor que recto.Yesta manifiesto.Porque el angulocõprehẽdidodelas lineas rectas.BA.A C.esrecto:luego el angulo comprehendido dela circunferẽcia.A B C,y de la liuea recta.A C.es mayor que recto,porque eltodo es mayor quesu parte (por la.9.comun sentencia) Yten porque el angulo cõprehendido delas lineas rectas.A C.A Z.esrecto:luego el angulo comprehendido dela linea recta.C A.y dela circunferẽcia.A DC.es menor que recto.Luego en el circulo el angulo que esta en el medio circulo es recto, y el que esta en el segmento mayor es menor que recto,y el que eñl menor es mayor que recto,y demas desto elangulo del mayor segmento es mayor que recto,y el del menor segmento menor que recto.Lo qual conuino demostrarse.

Otra demostracion que el angulo.B A C. es recto . Porq̃ el angulo.A E C.es doblado al angulo.B A E.(por la.32. del.1.porq̃s ygual a los dos interiores y oppuestos ,y los interiores(por la.5.)son yguales:y el ãgulo.AE B.es doblado al angulo.E A C.luego los angulos.A E B.AE C.sonel doblo delãgulo.B A C.y los angulos.A E B.A E C.son yguales a dos rectos,luego el ãgulo.BAC es recto,lo q̃l se auia de demostrar

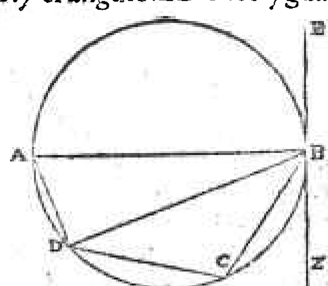
Corolario.

¶De aqui es manifiesto que si el vn angulo de vn triangulo fuere ygual a los dos que restan,que sera recto.Porque el que le esta pegado,conuiene a saber el que es hecho estendido el lado fuera deltriangulo,es ygual alos mismos:y quando de vna y otra parte fueren yguales son rectos.

Theorema.28. Proposició.32.

¶ Si algũa linea recta tocare al circulo, y desde el tocamiẽto fuere tirada vna linea recta q̃ corte al circulo, los angulos q̃ hace con la q̃ toca son yguales a aquellos angulos que estã enlos segmentos alternos del circulo.

¶ Al circulo. A B C. toq̃ le la linea recta. E Z. eñl pũcto B. Y desde el pũcto. B. saq̃se vna linea recta dẽtro dl circulo A B CD. q̃ le corte y sea. B D. digo q̃ los ãgulos q̃ la. B D. haze jũtamẽte cõ la. E Z. q̃ toca, son yguales a los angulos q̃ estã ẽ los segmẽtos alternos del circulo, esto es, q̃ el ãgulo. Z B D. es ygual al angulo q̃ esta eñl segmẽto. B A D. y el angulo. E B D. es ygual al angulo q̃ esta enel segmẽto B C D, Saq̃ se (por la. 11. del. 1,) desde el pũcto. B. la B A. ẽ ãgulos rectos sobre. E Z. Y tome se comoquiera vn pũcto enla circũferencia. B D. y sea. C. y tire se. A D. D C. C B. Y porq̃ al circulo. A B C D. le toca vna linea recta. E Z. ẽ. B. y desde el

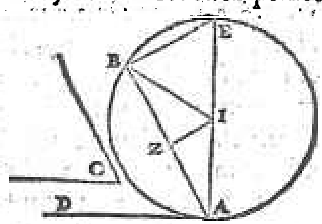


tocamiẽto. B. se saco la. B A. ẽ angulos rectos cõ la q̃ toca. Luego ẽ la misma. B A. esta el cẽtro del circulo. A B CD, por la. 19 del. 3. y el ãgulo. A D B. q̃ esta eñl medio circulo es recto (por la. 31. del. 3.) luego los ãgulos q̃ restã. B AD. A B D. son yguales a vn recto, y el angulo. A B Z. es recto. Luego el angulo. A B Z. es ygual a los angulos B A D. A B D. quitese el angulo comũ. A B D. luego el angulo. D B Z. q̃ resta es ygual al angulo. B A D q̃ esta enel segmẽto alterno del circulo. Y porq̃ eñl circulo esta el quadrilatero. A B C D. los angulos oppuestos son yguales a dos rectos (por la. 22. del. 3) luego los angulos. D B Z. D B E son ygua-sõ yguales a los angulos.BAD.BCD, de los quales el angulo. B A D.esta demostrado q̃ es ygual al angulo.D B Z.Luego el ãgulo.D B E.q̃ resta es ygual al angulo.DCB.q̃ esta eñl segmẽto alterno. Luego si al circulo le tocare alguna linea recta, y desde el tocamiẽto fuere tirada alguna linea recta q̃ corte al circulo, los angulos q̃ hace con la q̃ toca son yguales a aq̃llos augulos q̃ estan en los segmẽtos alternos del circulo, que se auia de demostrar.

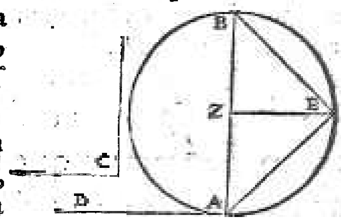
Problema.5. Proposicion.33.

¶ Sobre vna linea recta dada describir vn segmẽto de circulo que reciba vn angulo ygual a vn angulo dado rectilineo.

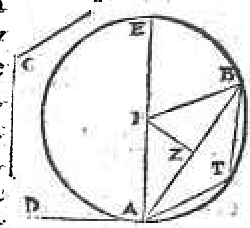
¶ Sea la linea recta dada.A B.y el angulo rectilineo dado sea C.conuiene sobre la linea recta dada.A B.describir vn segmẽto de circulo que reciba vn angulo ygual al mismo angulo.C Es pues el angulo.C.o agudo, o recto, ó obtuso.Sea lo primero agudo, como en la primer figura, Y por la.23.del.1.hagase sobre la linea recta.A B.y sobre el pũcto suyo.A.el angulo. D A B ygual al angulo.C. es pues el angulo D A B.agudo.Saquese por la.11.del mismo)la. A E.en angulos rectos sobre.A D.y cortese la.A B.por medio en el pũcto Z.por la.10.del.1.)y desde el pũcto.Z.saquese.Z I.en angulos rectos sobre.A B.por la.11.del mismo y tirese la.I B.Y porq̃ es ygual la.A Z.a la.Z B.y comũ la.Z I.Luego las dos . A Z. Z I. sõ yguales a las dos.Z B.Z I.y el ãgulo.A Z I, por la.4.peticiõ es ygual al ãgulo.I Z B, Luego la basis.A I.por la.4. del.1. es ygual ala basis.I B.Luego sobre el cẽtro.I.y el espacio.I A(por la.3.peti.descrito vn circulo passara tãbiẽ por. B. Describa se y sea.A B E.y tirese.E B.Pues porq̃ đ la extremidad đl diametro.A E.dsde el pũcto.A.sale.A D.ẽ ãgulos rectos sobre.A E. Luego la.A D.toca al circulo.ABE.por el corelario de la.16. đl.3.y porq̃ el circulo. A B E. le toca la linea recta.A D.y des-



del tocamiento. A. dentro del mismo circulo se faco la linea recta. A B. luego el angulo. D A B, por la. 32, del mismo. es ygual al angulo. A E B. que esta enel segmento alterno del circulo. Y el angulo. D A B. es ygual al angulo. C. luego el angulo. C. es ygual al angulo. A E B. luego sobre la linea recta dada. A B. esta descripto el segméto de circulo que recibe el angulo. A E B. ygual al angulo dado. C. Pero sea recto el angulo C. y sea menester otra vez descrebir sobre la. A B. vn segméto de circulo que reciba vn angulo ygual al angulo recto. C, hagase otra vez sobre la linea



recta. A B. y sobre el puncto. A el angulo. B A D. ygual al angulo rectilineo dado. C. por la. 23. del. 1. como en la. 2. descriptió. y por la. 10. del. 1. cortese por medio la. A B. enel punto. Z y sobre el centro Z. y el espacio. Z A. o. Z B. describa se el circulo. A E B. (por la. 3. peticion.) Toca pues la linea recta. A D al circulo. A E B. porque el angulo. A. es recto. y el angulo. B A D. es ygual al angulo que esta enel segmento. A E B. porq̃ tambien es recto el mismo que esta enel medio circulo (por la. 31. del. 3.) y el angulo. B A D. es ygual al angulo. C. Luego esta otra vez descrito sobre la. A B. el segmento del circulo A E B. que recibe vn angulo ygual al angulo. C. Pero sea el angulo. C. obtuso, y haga se le ygual el angulo. B A D. sobre la linea recta. A B. y sobre el puncto. A. (por la. 23. del primero) como esta en la tercera descripcion) y sobre la. A D. saquese en angulos rectos la, A E (por la 11. del mismo) y corte se la. A B. por medio enel pũcto. Z, por la. 10. del mismo, y sobre la. A B. saque se ẽ angulos rectos. Z I. por la. 11. del mismo. Y tirese la. I B. Y assi porq̃ es ygual la. A Z. a la. Z B. y comun la. Z I. Luego las dos A Z. Z I. son yguales a las dos. B Z. Z I. y el angulo. A Z. I. por

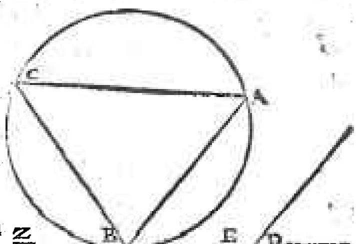


la.4.petició,es ygual al angulo.B Z I.Luego la basis.A I. por la.4.del mismo es ygual a la basis.I B.Pues sobre el centro. I. y el espacio.I A.(por la.3.petició)descrito vn circulo passara por.B.Passe como.A B E.Y porq̄ dela extremidad del diametro.A E.en angulos rectos se saco la.A D.Luego(por el corolario dela.16.del 3). la.A D. toca al circulo. A E B.Y desde el tocamiẽto.A.se estiẽde la.A B.Luego el angulo.B AD(por la 32.del mismo)es ygual al angulo. A T B.q̄ esta en el segmẽto alterno del circulo.Y el angulo.B A D.esygual al angulo . C. Luego el angulo q̄ esta enel segmento.A TB.es ygualal angulo.C.Luego sobre la linea recta dada.A B.esta descrito el segmento de circulo.A T B.que recibe vn angulo ygual al ãgulo C.que conuino hazer se.

Problema.6. Proposicion.34.

¶De vn circulo dado cortarvn segmẽtoq̄reciba vn ãgulo ygual avn ãgulo dado rectilineo.

Sea el circulo dado.A B C.y el angulo rectilineo dado sea D.cõuiene aora del circulo.A B C.cortar vn segmento q̄ reciba vn angulo ygual al angulo.D.Saque se (por la.17.del.3.) vna linea q̄ toque al circulo y sea.E Z.y toque le enel puncto B.y haga se(por la.23. del.1.) sobre la linea recta.E Z.yenel pũto.B.el angulo.Z BC.ygual al angulo. D.Pues porq̄ al circulo.ABC.le tocavna linea recta.E Z.enel pũcto.B.y desde el tocamiento.B.se saco.B C. Luego el angulo.Z B C.por la



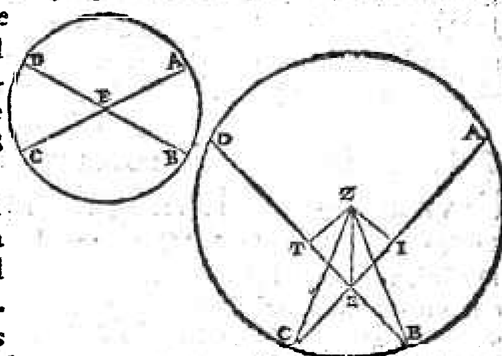
32.del.3.es ygual al angulo.B A C.que esta enel segmento alterno,y el angulo.Z B C.es ygual al angulo. D. Luego el angulo q̄ esta enel segmento.B AC.es ygual al angulo.D.Luego de el circulo dado.A B C.se corto el segmento,B A C. que recibe vn angulo ygual al angulo rectilineo dado. Lo qual conuino hazerse.

Theo-

Theorema.29. Propoſicion .35.

¶Si enel circulo ſe cortaré entre ſi dos lineas rectas:el rectangulo comprehendido debaxo de las partes de la vna,es ygual al rectangulo q̃ ſe cóprehéde debaxo delas partes dela otra

En el circulo.A B C D.cortenſe entre ſi las dos lineas.A C B D.enel puncto.E.Digo que el rectangulo cóprehendido debaxo dela.AE.y de la.E C.es ygual al rectangulocópre-hédido debaxo de la.D E. y de la.E B Pues ſi la.A C.y la D B. paſſan por el centro de manera q̃.E.ſea centro del circulo . A B C D. Mãifieſto es q̃pues A E.E C.D E.E B.ſon yguales,que el rectangulo comprehendido debaxo de la.A E.y dela.E C.es ygual al rectanguloque ſe comprehende debaxo dela.D E. y de la.E B.Eſten pues la A C.y la.B D.no eſtendidas por el centro,ytomeſe el centro del circulo.A B C D.y ſea.Z.(por la.1.del.3.)y deſde.Z. ſobre la.A C.y ſobre la.D B.lineas rectas tirenſe por la.12. del.1.las perpédiculares.Z I.Z T.y tiréſe.ZB.Z C.Z E. Y porq̃ por la.3. del.3. la linea recta.Z I.tirada por el cétro corta ala linea recta.A C.q̃ no paſſa por el cétro.é angulos rectos,cortar la a tábien por medio,luego ygual es.A I.a la.I C.Y porq̃ la linea recta.A C.eſta cortada en partes yguales enel púcto. I. y en deſiguales en.E.luego el rectágulo cóprehendido debaxo de la.A E.y dela.E C.juntaméte có aq̃l quadrado q̃ ſe haze de la E I.(por la.5.del.2.es ygual al q̃ ſe haze dela.I C.Pongaſe comun el q̃ ſe haze dela.I Z. Luego el q̃ ſe cóprehéde dela.A E.



y de la

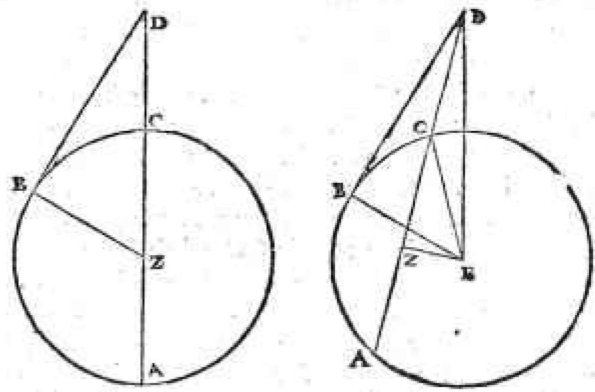
y dela.E C.jũtamente con los quadrados delas dos.E I.I Z.es yguala los q̃ ſe hazẽ dela.C I.y dela.I Z.Y a los q̃ ſe hazen de la.E I.y dela.I Z.es ygual el q̃ ſe haze d̃la.Z E(por la.47.del.1. Pero a los q̃ ſe hazẽ dela.C I.y dela. I Z. es ygual el q̃ ſe haze dela.Z C.(por la miſma. Luego el q̃ ſe contiene debaxo de la A E.y dela.E C.iuntamẽte con el q̃ ſe haze dela.Z E. es ygual al q̃ ſe haze dela.Z C.y es ygual la.Z C.a la,Z B.por ſer deſde el centro a la circunferẽcia. Luego el q̃ ſe cõtiene debaxo de la.A E.y dela.E C.juntamẽte con el q̃ ſe haze de la.E Z. es ygual al q̃ ſe haze dela.Z B.Y por eſto el q̃ ſe contiene debaxo dela.D E.y dela.E B.juntamente con el q̃ ſe haze dela.Z E.es ygual al q̃ ſe haze de la.Z B . Luego el que ſe cõtiene debaxo dela.AE.y d̃la.E C.jũtamẽte cõ el q̃ ſe haze dela.Z E.es ygual al q̃ ſe haze de la. Z B. luego el que ſe contiene debaxo de la A E,y de la.E C.juntamente cõ el que ſe haze de la.Z E. es ygual al q̃ ſe cõtiene debaxo dela.ED.y dela.E B.jũtamẽte cõ el q̃ ſe haze dela.Z E.quiteſe por comũ el q̃ ſe haze de la.Z E. Luego el rectangulo q̃ reſta cõprehendido debaxo dela.AE y dela.E C.es ygual al rectãgulo cõprehendido debaxo dela D E.y de la.E B.luego ſi enel circulo ſe cortarẽ. Entreſi dos lineas rectas,el rectangulo cõprehẽdido debaxo de las partes dela vna es ygual al rectangulo q̃ ſe comprehẽde debaxo de las partes dela otra.Lo qual conuino demoſtrar ſe.

Theorema.30. Propoſicion.36.

¶Si fuera del circulo ſe toma algun puncto: y deſde el aſta el circulo cayeren dos lineas rectas,y la vna dellas cortare al circulo,y la otra le toca,el rectangulo que es comprehendido debaxo de toda la que corta,y la q̃ es tomada de fuera entre el puncto y la circunferẽcia curua es ygual al quadrado q̃ ſe haze dela q̃ toca

Fuer

Fuera del circulo.A B C.tome ſe algun puncto y ſea, D. y deſde el miſmo.D.aſta el circulo.A B C.cayan las dos lineas rectas, D C A.D B.y corte al circulo.A B C.la linea recta.D C A.y la.B D.toquele.Digo que el rectangulo comprehendido debaxo dela.A D.y de la.D C.es ygual al quadrado queſe haze dela.B D,La linea recta.DCA.o eſta tirada por el cẽtro



o no,Eſte lo primero tirada por el cẽtro,y (por la.1.dl.3.)ſea Z.el cẽtro del circulo.ABC.y tireſe.ZB.Luego el águlo.ZBD es recto.Y porque la linea recta.A C.eſta diuidida pormedio en.Z.y le eſta pegada la linea recta.C D.el que es contenido debaxo dela.A D.y dela.D C.juntamente con el que ſe haze dela.Z C.es ygual al que ſe haze dela.Z D.(por la.6.del.2.) y es ygual la.Z C.a la.ZB . por ſer del centro a la circunferencia,Luego el que ſe contiene debaxo de la.A D.Y de la. D C. juntamente con el que ſe haze dela.Z B.es ygual al que ſe haze dela.Z D.y es ygual el que ſe hace de la. Z D. a los que ſe hazen dela.Z B.y de la.B D(por la.47.del.1.)porq̃ el angulo, Z B D.es recto.Luego el q̃ ſe cõtiene debaxo de.A D.y de la. D C.juntamẽte cõ el q̃ ſe haze dela.Z B.es ygual a los q̃ ſe hazen dela.Z B.y de la.BD.Quite ſe por comũ el q̃ ſe haze de la

Z B.

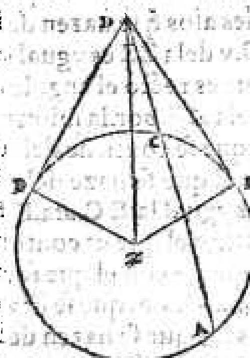
Z B.luego el q̃ resta debaxo dela.A D.y dela.D C.es ygual al q̃ se haze d̃la.D B.q̃ toca. Pero la linea recta.D C A. No sea tirada por el centro del circulo.A B C,y por la.1. del. 3.sea.E, centro del circulo.A B C,y desde.E.sobre.A C.por la.12.del.1 tirese la perpendicular.E Z.y tirense.E B.E C.E D.E s pues recto el angulo.,E Z D.y porque la linea recta.E Z. tirada por el centro(por la.3.del.3)corta en angulos rectos ala linea. A C,no tirada por el centro, corta la tambien por medio, luego.la.A Z.es ygual ala.Z C.Y porque la linea recta. A C.es diuidida por medio enel puncto.Z.y le esta pegadala linea.C D luego el que es contenido debajo dela.A D.y dela.D C.juntamente con el que se haze dela.Z C.es ygual al que se haze de la.Z D.(por la.6.del.2 .Pongase por comun el que se haze de la.Z E.luego el que es contenido debaxo dela.D A.y dela. D C.juntamente con los que se hazen dela.E Z.y dela.Z C. son yguales alos q̃ se hazen dela.ZD.y dela.ZE.Y alos q̃ se hazẽde la.Z D.y dela ZE es ygual el q̃ se haze dela.DE.por la.47.del.1 porque es recto el angulo.E Z D.y alos que se hacen dela. C. Z.y dela Z E.por la misma es ygual el q̃ se haze dela.C E.luego el que se contiene debaxo dela.A D.y dela.DC.juntamente con el que se haze dela.E C.es ygual al que se haze dela .E D.y es ygual la.E C.ala.E B.por ser del centro ala circunferẽcia.Luego el que es contenido debajo dela.A D.y dela. D C. juntamente con el que se haze dela.E B.es ygual al que se haze dela.ED.Y al que se haze dela.E D,por la.47.del .1 . son yguales los que se hazen dela.E B.y dela.B D.porque el angulo.E B D.es recto.Luego el que es contenido dela.A D.y dela D C.juntamente con el que se haze dela.E B es ygual a los q̃ se hazen dela.E B.y dela.B D.Quitese por comũ el que se hace dela.E B.luego el restante que se contiene debaxo dela. A D.y dela.DC.es ygual al que se haze dela,DB,Luego si fuera del circulo se toma algun puucto.Y lo demas que se sigue, lo qual conuino demostrase.

Theorema.31. Proposiciõ.37.

Si fuera

¶ Si fuera del circulo se toma algũ pũcto, y desde aquel punto al circulo cayeren dos lineas rectas, que la vna dellas corte el circulo, y la otra caya, y sea el que se haze de toda la q̃ corta, y de la que fuera es tomada entre el pũcto y la circunferencia curua, ygual al que se haze de la que cae, la que cae tocara al circulo.

Fuera del circulo. A B C. Tomese vn puncto, y sea. D. y desde. D. al circulo. A B C. cayan las dos lineas rectas. D C A. D B. y la. D C A. corte al circulo y la. D B. caya. Y el que es cõtenido debaxo dela. A D. y dela. D C. sea ygual al que se haze dela. B D. Digo que. D B. toca al circulo. A B C. Saquese (por la, 17. del. 3. vna linea recta que toque al circulo. A B C. y sea. D E, y sea. Z. el centro del circulo. A B C (por la. 1. del. 3.) y tirense. Z E. Z B. Z D, Luego el angulo. Z E D. es recto. y porque la linea recta, D E. Toca al circulo. A B C. y la linea recta D C A. le corta. Luego el que se contiene debaxo de la. A D.



y dela. D C. es ygual al que se haze de la. D E. Y suponese que el que se contiene debaxo dela. A D, y dela. D C. es ygual al que se haze de la, D B. Luego el que se haze de la. D E, es ygual al que se haze de la. D B. Luego la. D E. es ygual a la. DB y es tãbien la. Z E. ygual a la. Z B. Por ser desde el centro a la circunferencia. Luego las dos. D E. E Z, son yguales a los dos. D B. B Z. y la basis dellas es comun. Z D. Luego el angulo. D E Z. (por la octaua del primero) es ygual

al angulo

al angulo . D E Z. y el angulo. D E Z. es recto. Luego tambien es recto . D B Z. Y la. Z B. estendida es diametro y la que de la extremidad del diametro del circulo se saca en angulos rectos, tõca al circulo (por la. 16. del. 3.) luego la linea recta. D B. toca al circulo. A B C. De la misma suerte se demostrara si estuuiere el centro sobre la. A C. Luego si fuera del circulo se tomare algun puncto. Y lo demas que se sigue.

Lo qual conuino demostrarse.

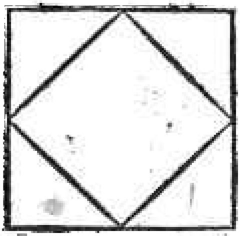
(*)

¶ Fin del tercero libro.

LIBRO QVARTO DELOS ELEMENTOS DE EVCLIDES. Megarense philosopho griego.

¶Definiciones.

1. ¶Dizese describir se vna figura rectilinea ẽ otra figura rectilinea quando cada angulo dela figura inscripta toca a cada lado de la figura en la qual se describe.



2. ¶Dela mismamanera vna figura se dize describirse a otra figura quãdocada vn lado de la descripta a la redonda toca a cada angulo de aquella en cuyo derredor se describe.

3. Vna figura rectilinea se dize describirse ẽ vn circulo quãdo cada angulo de la figura inscripta toca a la circũferẽcia del circulo

4 ¶Vn circulo, se dize d̃scribirse al derredor de vna figura rectilinea quando la circunferencia del circulo toca a cada angulo de aquella en cuyo derredor se describe.

El

5. ¶El circulo ſe dize deſcribirſe ẽ vna figura rectilinea quando la circũferẽcia del circulo toca a cada lado de aquella en la qual ſe deſcribe.

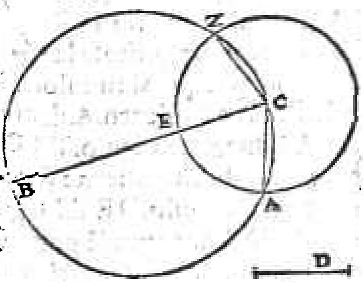
6. Dizeſe deſcrebirſe vna figura rectilinea al derredor de vn circulo quando cada lado dela que ſe deſcribe al derredor toca en la circunferencia del circulo.

7. ¶Vna linea recta ſe dize aſſentarſe, quando ſus extremidades caen en la circunferẽcia del circulo.

Problema.1. Propoſicion.1.

¶En vn circulo dado aſſentar vna linea recta ygual a vna linea recta dada, que no es mayor que el diametro del circulo.

Sea el circulo dado. A B C. y la linea recta dada que no es mayor que el diametro ſea. D. Conuiene aora en el circulo. A B C. aſſentar a vna linea recta ygual a la linea recta. D. Tireſe el diametro del circulo. A B C. y ſea. B C. Si la, B C. es ygual a la. D. ya eſta hecho lo que ſe propone. Porque en el circulo dado. A B C. Eſta aſſentada la linea. B C. ygual a la miſma. D. Pero ſino mayor es la. B C. que no la. D. Pongaſe por la. 3. del. 1.) la. C E. ygual ala. D. y ſobre el centro. C. y el eſpacio. C E (por la tercera peticion.) deſcribaſe el circulo.

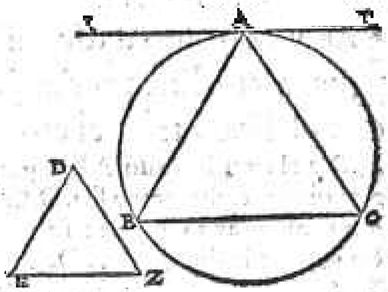


E A Z.y tire se la.C A.Pues porque el centro del circulo.E A Z.es el puncto.C.(por la quinze definicion del.1.)es ygual la C A.a la.C E.y a la misma.D.es ygual la.C E.luego (por la.1. comun sentencia)tambien la.D.es ygual a la.A C.luego ẽ vn circulo dado.A B C.esta-assentada la.C A. ygual a la linea recta dada.D.lo qual conuenia hazerse.

Problema. 2. Proposicion. 2.

¶En vn circulo dado describir vn triangulo de angulos yguales a los de vn triãgulo dado.

Sea el circulo dado.A B C.y el triangulo dado sea.D E Z. conuiene pues en el circulo dado.A B C.describir vn triangulo de angulos yguales a los del triãgulo.D E Z.Saque se(por la.17.del.3.)vna linea recta que toque al circulo. A B C. y sea I A T.y toque le en. A . (y por la.23.del.1.)hagase sobre la linea recta.A T.y sobre el puncto en ella. A.el angulo.T A C.ygual al angulo.DEZ.y sobre la linea recta.A I. y sobre el pũcto en ella.A.hagase el angulo I A B.ygual al angulo.D Z E,por la misma)y tirese la



B C.Pues porque al circulo.A B C.le toca la linea recta.I A T y desde el tocamiento.A.dentro del circulo se saca la linea recta.A C.luego el angulo.T A C(por la.31.del.3)es ygual al angulo que esta enel alterno segmento.A B C.y el angulo.T A C es ygual al angulo.D E Z.luego el angulo.A B C . es ygual al angulo.D E Z.y tambiẽ por esto el angulo.A C B.es ygual al angulo.D Z E.luego tambien el anguloque resta.B A C,es ygual al que resta,E D C,luego el triangulo,A B C,es de angulos yguales al triangulo, D E Z, y esta descrito el triangulo,

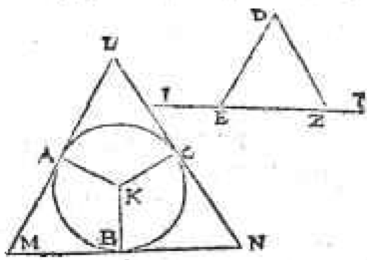
CAB

A B C.en el circulo dado, A B C, luego en vn circulo dado se ha descrito vn triangulo de angulos yguales a los de vn triangulo dado.

Problema.3. Proposicion. 3.

¶Al derredor d̃ vn circulo describir vn triãgulo de ãgulos yguales a los devn triãgulo dado

Sea el circulo dado. A B C. y el triangulo dado sea. D E Z conuiene describir al derredor del circulo A B C. vn triangulo equiangulo al triangulo. D E Z. estiendase la. E Z. por vna y otra parte asta los punctos. I. T. y tomese (por la. 1. del. 3.) el centro del circulo. A B C. y sea. K. y tire se como quiera la linea recta. K B. y hagase (por la. 23. del. 1.) sobre la linea recta. K B. y en el puncto en ella. K. el ãgulo. B K A ygual al angulo. D E I. y el angulo. B K C. ygual al angulo. D Z T. y por los pũtos A B C (por la. 17. del. 3.) tirẽse lineas rectas que toquen al circulo. A B C. y sean. L A M. M B N. N C L. y porque las lineas rectas. L M. M N. N L. tocan al circulo. A B C. en los punctos A B C. y desde el centro. K. sobre los punctos. A B C. se tirarõ las lineas rectas. K A. K B. K C. luego los angulos que estã en los punctos. A B C. son rectos, y porq̃ los quatro angulos del quadrilatero. A M B K. son yguales a quatro rectos, porq̃ el quadrilatero. A M B K. se diuide en dos triangulos, delos quales los dos angulos. K A M. K B M. son dos rectos. Luego los angulos que restan. A K B. B M A. son yguales a dos rectos. Y los angulos. D E I. D E Z. por la treze del primero, son yguales a dos rectos, luego los angulos. A K B. A M B. son yguales a los angulos, D E I. D E Z. de los quales el angulo

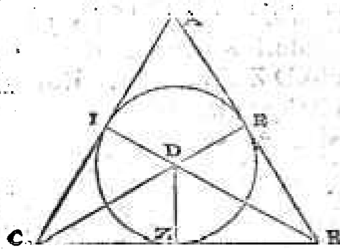


A K B. es ygual al angulo. D E I. luego el angulo. A M B. que resta es ygual al angulo que resta. D E Z. De la misma manera se demostrara que tambien el angulo L N M. es ygual al angulo. D Z E. luego el angulo que resta. M L N. es ygual al angulo que resta. E D Z. luego el triangulo. L M N. es el equiangulo al triangulo. D E Z. y describese al derredor del circulo A B C. luego al derredor de vn circulo dado esta descrito vn triangulo æquiangulo a vn triangulo dado. Lo qual cõuenia hacerse.

Problema. 4. Proposiciõ. 4.

¶En vn triangulo dado describir vn circulo.

Sea el triãgulo dado. A B C. es menester enl triãgulo. A B C. describir vn circulo. Cortense (por la. 9. del. 1.) los angulos. A B C. A C B. por medio con las lineas rectas. B D. D C. q̃ concurran enel puncto. D. y saquense por la. 12. del, 1, desde el pũcto. D. sobre las mismas lineas rectas. A B. B C. C A. las perpẽdiculares. D E. D Z. D I. y porques ygual el angulo. A B D, al angulo. C B D. y el angulo. B E D, recto es ygual al angulo recto. B Z D. Son ya los dos triãgulos. E B D. Z B D, que tienẽ los dos angulos yguales a los dos ãgulos, y el vn lado ygual al vn lado es a saber. B D. el q̃l es comun a ellos y oppuesto a los angulos yguales. Luego los demas lados (por la. 26. del. 1. tendran yguales a los demas lados. Luego la, D E. es ygual a la. D Z. y por esto tambien la. D I. es ygual ala. D Z. por lo q̃l tambien la. D E. es ygual ala. D I. luego las tres. D E. D Z. D I. son yguales entre si (por la primera comun sentencia) luego descripto vn circulo sobre el centro. D. segun el espacio. D E. o. D Z. o D I. passara por los demas punctos y tocara a las lineas rectas. A B. B C. C A. porque los angulos que estan en

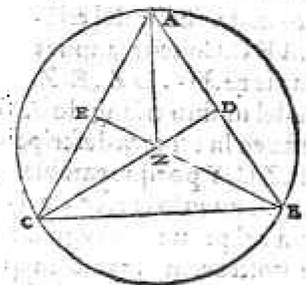


los

enlos punctos.E Z I.ſon rectos.Porque ſi las corta, caera en el circulo la linea ſacada en angulos rectos dela extremidad del diametro del circulo,lo qual ſer impoſſible ſe vio claro a rriba en la.16.del.3.luego el circulo deſcrito ſobre el centro D.y el eſpacio.D E.o D Z. o D I. no corta a las lineas rectas A B.B C.C A.Luego tocar las a,por el corelario de la miſma, y eſtara deſcrito el circulo enel triangulo. A B C.Luego en el triangulo dado. A B C.eſta deſcrito el circulo.E Z I.lo qual cõ uenia hazer ſe.

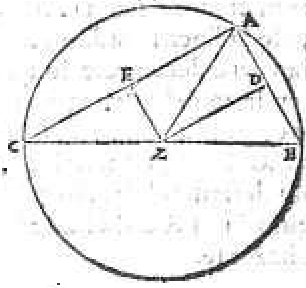
Problema.5. Propoſicion. 5.

¶Al derredor de vn triangulo dado deſcribir vn circulo.

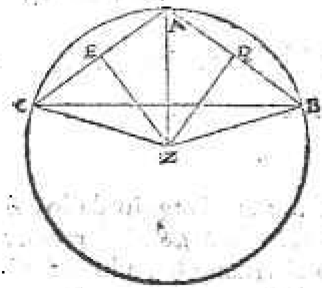


❧Sea el triangulo dado. A B C. conuiene al derredor de el triangulo dado. A B C. deſcribir vn circulo, Corten ſe las lineas rectas. A B. A C. por medio en los punctos.D E.(por la decima del primero y deſde los punctos .D E. ſaquenſe(por la.11. del primero) D Z.E Z. en angulos rectos ſobre.A B.A C.y eſtas concurren,o dentro del triangulo.A B C.o en la linea recta.B C.o fuera de la linea recta. B C Concurran pues lo primero dentro del miſmo triangulo en el puncto.Z.y tirenſe(por la primera peticion).Z B.Z C.Z A. y porque es ygual la,A D.a la,B D,y comun la. D Z.y en angulos rectos.Luego la baſis.A Z(por la quarta del primero) es ygual a la baſis.Z B,de la miſma manera demoſtraremos que tambien la.C Z,es ygual a la. A Z, por lo qual la. Z B. es

 ygual



yguaI a la.Z C. luego las tres Z A.Z B.Z C. son yguales entre si.luego sobre el centro.Z y el espacio.Z A.o.Z B.o.ZC. descrito vn circulo passara por los de mas punctos:y estara descrito el circulo al derredor del triangulo. A B C. describase ya como. A B C. Pero concurran las lineas rectas.D Z.EZ.sobre la linea recta.B C.en el puncto. Z. como esta en la segunda descripcion,y tire se la. A Z. y demostraremos tambien de la misma suerte que el puncto Z.es el centro del circulo descripto al derredor del triágulo.A B C.Concurranpues las lineas rectas. D Z. E Z.



fuera del mismo triangulo.A B C.en el puncto.Z.otravez,como esta en la tercera descripcion:tiren se las lineas rectas. A Z.Z B.Z C, Y porque tambien es ygual la. A D.a la.D B, y comun y en angulos rectos la.D Z.luego la basis. A Z.(por la quarta del primero es ygual a la basis.BZ.Dela misma manera demostraremos tambien que la,C Z.es ygual a la.A Z.luego otra vez sobre el centro.Z,y el espacio. Z A.o.Z B. o.Z C. descrito vn circulo passara por los de mas punctos, y estara descrito al derredor del triangulo. A B C.describase pues,como.A B C.luego al derredor de vn triangulo dado esta descrito vn circulo,lo qual conuenia hazerse.

Corolario

❧ Y es manifiesto que quando dentro del triangulo cae el centro del circulo, el angulo.B A C. que esta en mayor segmento de circulo,es menor que recto y quando

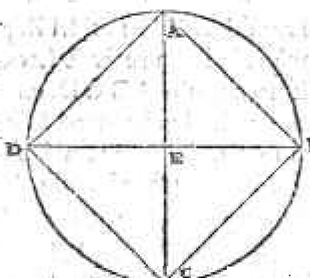
cae

cae en la linea recta. B C. el angulo estando en medio circulo es recto. Pero quando cae el centro fuera de la linea recta. B C. el angulo. B A C. estando en menor segmento de circulo, es mayor que recto. Por lo qual tambien quando el angulo dado fuere menor que recto, las lineas rectas. D Z. E Z concurren dentro del mismo triangulo, y quando es recto, sobre la. B C. Pero quãdo mayor que recto concurren fuera de la misma. B C. lo qual conuino hazerse.

Problema. 6. Proposicion. 6.

¶En vn circulo dado describir vn quadrado.

Sea el circulo dado. A B C D. es menester en el circulo. A B C D. describir vn quadrado. Saquen se los diametros del mismo circulo. A B C D. en angulos rectos entre si, y sean. A C. B D. y tiren se. A B. B C. C D. D A. Y porque es ygual la. B E. a la. D E. (por la decima quinta definicion del primero). Porque. E. es el centro, y comun y en angulos rectos la. E A. Luego la basis. A B. (por la quarta del primero) es ygual a la basis. A D. y por esto tambien cada vna de las dos. B C. C D. es ygual a cada vna de las dos. A B. A D. Luego es equilatero el quadrilatero. A B C D. Digo que tambien rectangulo. Porque la linea recta. B D. es diametro del circulo. A B C D. Luego el angulo es de medio circulo. Luego el angulo. B A D. es recto (por la 31. del tercero) y por esto tambien cada vno de los angulos contenidos debaxo de. A B C. B C D. C D A. es recto. Luego

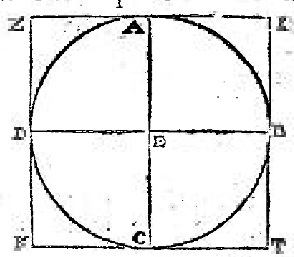


es rectangulo el quadrilatero. A B C D.y esta demostrado q̃ tambien equilatero, luego es quadrado(por la.30.definicion del.1.) y descripto enel circulo.A B C D.lo qual conuiño hazerse.

Problema.7. Proposicion.7.

¶Al derredor de vncirculo dado describir vn quadrado.

Sea el circulo dado. A B C D.es menester al derredor del circulo.A B C D.describir vn quadrado. Saquẽse dos diametros del circulo. A B C D. en angulos rectos entre si,y sean. A C B D.y por los punctos. A.B.C.D por la.17.del.3.tirense lineas rectas que toquen al circulo. A B. C D.y seã.Z K.K T.T I.I Z. pues porque la linea recta.Z I.toca al mismo circulo. A B C D. enel pũcto. A.y desde el centro. E. hasta



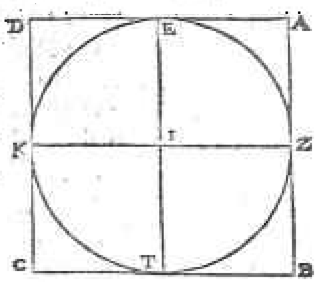
el puncto. A. del tocamiẽto sale la linea recta. E A. luego los angulos que estã jũto ala. A.son rectos,por la.18.del.3. y por esto tambien los angulos que estan cerca de los punctos.B. C.D,son rectos.yporque el angulo. A E B.es recto,y tambiẽ el angulo.E B I.es recto.Luego.I T.es palela ala. A C.por la. 28.del.1.y por esto tambien la. A C.es parallela ala.Z K. dela misma manera tambien demostraremos que cada vna delas dos,I Z.T K.es parallela ala,B E D, luego son paralelogramos,I D, I C.A K,B K.luego ygual es la.I Z.ala,T K.yla.I T. ala.Z K.por la.34.del.1 y porques ygual la. AC,ala,B D.y la A C.es ygual a cada vna d̃las dos,I T. Z K.y la.B D.es ygual a cada vna de las dos.I Z.T K. luego cada vna de las dos.I T Z K. es ygual a cada vna delas dos.I Z.TK.luego el quadrilatero

tero.Z I.T K.es equilatero. Digo que tambien rectangulo Porque.I B E A.es parallelogramo,y el angulo. A E B. es recto,luego tambien es recto el angulo.A I B.por la. 34.del.1. dela misma manera tambien demostraremos que los angulos.T.K.Z. son rectos,luego es rectangulo el quadrilatero.Z I T K.y esta demostrado que tambien æquilatero,luego es quadrado:y al derredor del circulo.A B C D.esta descripto. Luego al derredor de vn circulo dado esta descripto vn quadrado,lo qual conuenia hazerse.

Problema.8. Proposicion.8,

¶ En vn quadrado dado describir vn circulo.

Sea el quadrado.A B C D.conuiene.enel quadrado. A B C D.describir vn circulo,cortese,por la.10 del.1. cada vna de las dos.A B.A D.por medio enlos punctos.E.Z.y por el puncto,E.tiresse.E T.parallela a cada vna delas dos.A B. D C. porla.31.del.1,y por elpuncto.Z.tiresse.Z.K,paralela a cada vna delas dos. A D.B C.porla.31.del,1.luego es paralelogramo cada vno destos,A K,K-B.A T.T D.A I.I D.B I,I C,Y los lados suyos conuiene asaber los opuestos sonyguales por la.34.del primero y por que A D. es ygual a la. A B,y la. A E,es la mitad de la A D,y la,A Z.es la mitad de la,A B,luego ygual es la A E a la, A Z, por lo qual tambien las oppuestas(por la misma)son yguales. Luego la,Z I. es ygual ala.E I,Semejantemente tambien demostraremos que cada vna delas dos,I T.I K,es ygual a cada vna de las dos Z I,I E,luego las quatro,I E,I Z,I T,I K,son yguales entre si, por la,1,comun sentencia) luegodescripto vn circulo sobre el centro,I,segun el espacio,I E,o,I Z,o,I T,o,I, K, passara



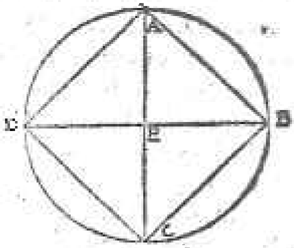
tam

tambien por los demas punctos y tocara a las lineas rectas. A B.B C.C D.D A.porque los angulos q̃ estan en los pūctos. E.Z.T.K.son rectos.Porque si el circulo corta alas lineas.AB B C.CD·D A.la linea q̃ se tira ē angulos rectos desde la extremidad del diametro caeria dentro del mismo circulo,loqual (por la.16.del.3.)es impossible.Luego sobre el cētro.I. y el espacio.I E.o.I Z.o·I T.o I K. descrito vn circulo no corta alas lineas rectas.A B.B C.D C.D A.luego toca las,y esta eñl quadrado.A B C D.luego en vn quadrado dado y lo que de mas se sigue.Lo qual conuenia hazerse.

Problema.9. Proposiciō.9.

¶Al derredor de vn quadrado dado describir vn circulo.

Sea el quadrado dado.A B C D.conuiene al derredor del quadrado.A B C D.describir vn circulo.Tiradas las lineas rectas.A C.B D.corten se entre si en.E.yporque es ygual la.DA a la.A B.y comun la.A C.luego las dos.D A.A C. son yguales a las dos.B A.A C.la vna a la otra,y la basis.D C.es ygual ala basis.B C.Luego el angulo . D A C(por la.8.del.1.)es ygual al angulo.B A C. luego el angulo DAB.esta diuidido por medio con la linea. A C. De la misma manera tambien demostraremos que cada vno de los angulos.A B C.B C D.C D A.esta diuidido por medio con las lineas rectas.A C.D B. y porque el angulo.D A B.es ygual al angulo.A B C.y el angulo.E A B.es mitad del angulo.D A B.y el angulo.A BE.es mitad del angulo.A B C. luego el angulo.EAB.es ygual al angulo.E B A.por lo qual(por la.6.del.1.el lado.E A.es ygual al lado.B E.De la misma manera demostraremos q̃ cada vna de las dos lineas

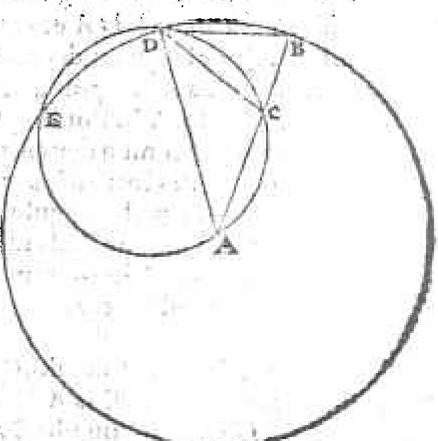


rectas

rectas.E A.E B.es ygual a cada vna de las dos.E C.E D. Luego las quatro.E A.E B.E C,E D.son yguales entre si. Luego sobre el centro.E.y el espacio,E A.o.E B.o.E C,o.E D. descrito vn circulo passara por los demas punctos y sera descrito al derredor del quadrado.A B C D.Describase como, A B C D.Luego al derredor de vn quadrado dado esta descrito vn circulo.Lo qual conuino hazerse.

Problema.10. Proposicion.10.

¶Hazer vn triangulo y socceles que tenga cada vno de los angulos de sobre la basis doblado del que resta.



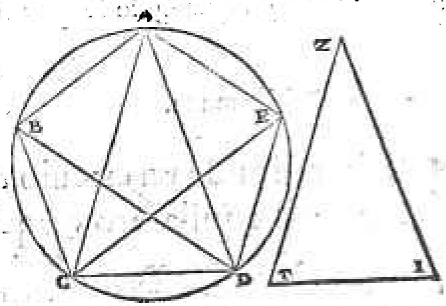
Tirese vna linea recta.AB.y diuidase(por la vndecima del.2.) en el puncto.C. de manera que el rectágulo cóprehédido debaxo de la.A B.y de la.B C. seá ygual al quadrado que se haze de la.C A,y sobre el centro,A. y el espacio,A B.(por la tercera peticion) describase el circulo. B D E. y assientese ē el circulo B D E.la linea recta.B D.ygual a la recta linea. A C. la qual no es mayor que el diametro del circulo,B D E. (por la primera del quarto)y tiren se.A D.D C,y (por la quinta del.4.) describase el circulo.A C D E.al derredor del triangulo. A C D.Y porque el rectangulo que se contiene debaxo dela, A B. y de la.B C.es ygual al quadrado que se haze de la. A C. Porque

que assi se admitio esto, y la. A C. es ygual a la. B D. luego el q̄ se contiene debaxo de la. A B. y de la. B C. es ygual al quadrado que se haze de la. B D. Y porque fuera del circulo. A C D E. se toma vn puncto. B. y desde el mismo puncto. B. sobre el circulo. A C D E. cayeron las dos lineas rectas. B C A. B D. y la vna dellas le corta y la otra cae, y el contenido debaxo de la. A B. y de la. B C. es ygual al quadrado de la. B D. luego (por la. 37. del. 3. la, B D. toca al circulo. A C D E, Pues porque. B D. le toca en el puncto. D. y desde el puncto. D. del tocamiento se tiro la. D C. luego el angulo. B D C. (por la. 32. del mismo) es ygual al que esta en el segmento alterno del circulo, que es al angulo. D A C. Pues porque es ygual el angulo. B D C. al angulo. D A C. pongase comun el angulo. C D A. luego todo el angulo. B D A. es ygual a los dos ãgulos. C D A. D A C. y a los dos, C D A. D A C, es ygual el angulo exterior. B C D (por la 32. del. 1.) luego el angulo. B D A. es ygual al angulo. B C D. y el angulo. B D A (por la quinta del primero) es ygual al angulo. C B D. porque el lado. A D (por la quinze definicion del primero) es ygual al lado. A B. Por lo qual tambien el angulo D B A (por la primera comun sentencia) es ygual al angulo. B C D. luego son yguales entre si los tres angulos. B D A. D B A. B C D. Y porque es ygual el angulo. D B C. al angulo. B C D. sera tambien ygual el lado. D B. al lado. D C. y B D (por la suposicion) es ygual a la. C A. luego tambien la, C A. es ygual a la. C D. por lo qual tambien el angulo. C D A (por la quinta del primero) es ygual al angulo. D A C. Luego los angulos. C D A. D A C. son el doblo del angulo, C A D. pero el angulo. B C D. es ygual a los angulos. C D A. D A C. luego tambiẽ el angulo. B C D. es el doblo del angulo. C A D. y es ygual el angulo. B C D. a cada vno delos dos angulos. B D A. D B A. Luego tambien cada vno de los angulos. B D A, D B A. es el doblo del angulo. D A B. luego esta hecho el triangulo ysosceles. A B D. que tiene cada vno de los angulos de sobre la basis. D B. doblado del que resta. Lo qual conuino hazerse.

Proble-

¶En vn circulo dado describir vn pentango no æquilatero y æquiangulo.

Sea el circulo dado, A B C D E. es menester en el circulo. A B C D E. describir vn pentagono æquilatero y equiangulo, tomese (por la.10. deste) vn triangulo ysosceles, y sea. Z I T. que tenga el angulo qualquiera desobre la basis doblado al q̃ resta, que es. Z. y describase por la. 2. del, 4, en el circulo. A B C D. el triãgulo, A C D. ygual en angulos al triangulo, Z I T, de tal manera q̃ al angulo. Z. se le haga ygual el angulo. C A D. y cada vno de los dos angulos. A C D, C D A, se haga ygual a cada vno de los dos angulos. T. y assi cada vno de los dos, A C D, C D A, es el doblo del angulo, C A D, Cortesse, por la nouena del primero cada vno de los dos angulos. A C D. C D A. por medio cõ las lineas rectas. C E, D B. y tirense, A B, B C. CD, D E, E A, pues porq̃ cada vno delos ãgulos, A C D, C D A, es el doblo del angulo, CAD, y estã diuididos por medio cõ las lineas rectas, C E, D B, luego los cinco ãgulos q̃ son, DAC, A C E, E C D, C D B, B D A, son yguales entre si, y los angulos yguales estã sobre yguales circunferẽcias, por la, 26, del, 3, luego son yguales entre si las cinco circunferencias, A B, B C, C D D E, E A, y a yguales circũferentias, por la, 29, del mismo se estienden yguales lineas rectas. Luego las cinco lineas rectas. A B. B C. C D. D E. E A. sõ yguales entre si. Luego equilatero es el pẽtagono. A B C D E. Digo ya que tambien equiangulo, porque la circunferencia. A B. es ygual a la circunferencia. D E. Pongase comun. B C D.



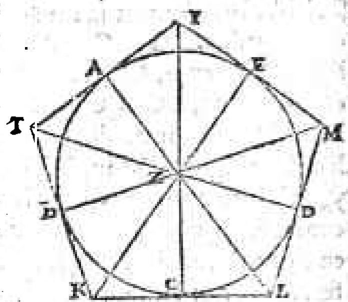
Luego

Luego toda la circunferencia. A B C D. es ygual a toda la circunferencia: E D C B. y esta sobre la circunferencia. A B C D, el angulo. A E D. Y sobre la circunferẽcia. E D C B. esta el angulo. B A E. luego tãbien el angulo. B A E. es ygual al angulo A E D. y por esso cada vno delos angulos. A B C. B C D. CDE es ygual a cada vno delos angulos. B A E. A E D. luego el pentagono. A B C D E. es equiangulo, y esta demostrado q̃ tãbiẽ equilatero, luego ẽ vn circulo dado esta descrito vn pentagono equilatero y equiangulo lo qual conuenia hazer se.

Problema. 12. Proposicion. 12.

¶ Al derredor de vn circulo dado describir vn pentagono equilatero y æquiangulo.

Sea el circulo dado. A B CD E. es menester al derredor d̃l circulo. A B C D E. describir vn pentagono equilatero y equi angulo. E ntiendanse los punctos. A. B. C. D. E. de los angulos del pentagono descripto (por la. 11. del. 4.) de tal manera que (por la precedẽte) sean yguales las circunferencias. A B. B C. CD D E. E A. Y por los punctos. A B C D E. sean tiradas (por la. 17. d̃l. 3) las lineas rectas. I T. T K. K L L M. IM. que toquen al mismo circulo. y tome se el centro del mismo circulo. A B C D E. y sea Z. (por la. 1. del. 3.) y tirense las lineas rectas. Z B. Z K. Z C. Z L. Z D



y porque la linea recta. K L toca enel puncto. C. al circulo. A B C D E. y desde el centro. Z. sobre el mismo tocamiento se tiro la. Z C. luego (por la. 18. del. 3. la. Z C. sobre la. K L. es perpẽdicular, luego es recto cada vno delos angulos q̃ estan en. C. Y

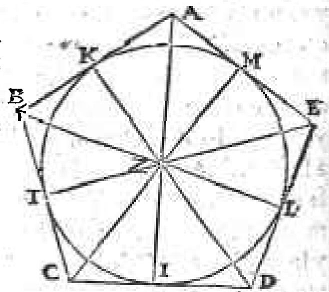
por

por esto los angulos que estan en los pũctos.B.D. son rectos y porque el angulo.Z C K.es recto.luego el quadrado de la. Z K.es ygual a los que se hazen dela.Z C.y dela.C K (por la. 47.del.1.)y por esto a los que se hazen de la.Z B.y de la. B K. es ygual el que se haze dela.Z K. (por la misma.) luego los que se hazen de la.Z C.y dela.C K.son yguales a los que se hazen dela.Z B.y dela.B K.de los quales el q̃ se haze dela.ZC es ygual al q̃ se haze dela.Z B.luego el q̃ resta que se haze de la C K.es ygual al q̃ resta que se haze de la.B K. luego ygual es la.C K.a la.K B· Y porques ygual la.Z B.a la.Z C.y comũ la. Z K.luego las dos.B Z.Z K.son yguales a las dos. C Z.Z K.y la basis.B K.es ygual a la basis.C K.luego el angulo.B Z K.(por la.8.del.1.)es ygual al angulo.K Z C.y el angulo.B K Z.al angulo.Z K C.luego el angulo.B Z C.es doblado al angulo.K Z C.y el angulo.B K C.al angulo.Z K C.y por esso tãbien el angulo.C Z D.es doblado al angulo.C Z L.y el angulo.D L C.al angulo.Z L C· Y porq̃ la circunferencia.B C.es ygual a la circunferẽcia.C D.el angulo.B Z C(por la.27.del.3.)es ygual al angulo.C Z D.y el angulo.B Z C.es doblado al angulo.K Z C y el angulo.D Z C.al angulo.L Z C.luego el angulo.K Z C. es ygual al angulo.L Z C.luego ya son los dos triangulos.Z KC Z L C.que tienen los dos angulos yguales a los dos angulos, y el vn lado ygual al vn lado(por la.26.del.1.)y comũ deellos que es ZC.esto es,que es a ellos comũ.luego los demas lados tendran yguales a los demas lados, y el angulo que resta al angulo que resta.Luego ygual es la linea recta.K C.a la.C L. y el angulo.Z K C.al angulo.Z L C.y porque es ygual la.K C. a la.C L.luego es doblada la.K L.a la.K C.y por esto tambiẽ se demostrara que.T K.es doblada a la.B K. y porque esta demostrado q̃.B K.es ygual a la.K C.y la.KL.es doblada ala.KC y la.T K.ala.B K.luego la.T K.es ygual a la.K L.De la misma manera tambien se demostrara que cada vna delas lineas.I T I M.ML.es ygual a cada vna delas lineas.T K. K L. luego es equilatero el pentagono.I T K L M.Digo q̃ tãbien equiãgulo Porque el angulo.Z K C.es ygual al angulo. Z LK.y esta demostra demostrado que el angulo.T K L.es doblado al angulo.Z K C y el angulo.K L M.es doblado al angulo.Z L C.luego el angulo.T K L.es ygual al angulo.K L M.Semejãte mente se demostrara tambien que cada vno de los angulos.K T I.T I M.I M L.es ygual a cada vno de los angulos.T K L.K L M.luego los cinco angulos que son.I T K.T K L.K L M.L M C.M I T. son yguales entre si.luego es equiangulo el pentagono.I T K L M y esta demostrado que tambien equilatero,y esta descrito al derredor del circulo. A B C D E.lo qual conuino hazer se.

Problema.13. Proposicion.13.

¶En vn pentagono dado equilatero y equiangulo describir vn circulo.

Sea el pentagono dado equilatero y equiangulo.A B C D E.es menester enel pentagono.A B C D E.describir vn circulo.Corte se(por la.9.del.1.)por medio cada vno de los angulos. B C D.C D E.con las lineas rectas.C Z.Z D.y desde el pũcto.Z. en el qual concurren entre si las lineas rectas.C Z.D Z Tiren se las lineas rectas.Z B.Z A.Z E . Y porque es ygual la B C.a la.C D.y comun la.C Z.luego las dos.B C.C Z.son yguales a las dos.D C.C Z . y el angulo.B C Z.es ygual al angulo.D CZ.luego la basis.B Z(por la.4.del.1.) es ygual a la basis.D Z. y el triangulo B C Z.al triangulo.D C Z.ylos demas angulos son yguales a los demas angulos debaxo de los quales se estiendenyguales lados.luego ygual es el angulo.C B Z.al angulo.C D Z.Y porque el angulo.C D E.es el doblodel angulo C D Z.y el angulo. C D E.es ygual al angulo.A B C.y el ãgulo



CDZ

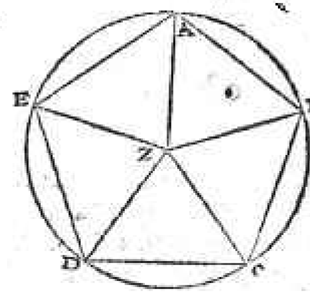
C D Z.al angulo,C B Z,luego el angulo.CB A.es doblado al angulo.C B Z.luego el angulo,A B Z.es ygual al angulo. Z B C.Luego el angulo.A B C.esta diuidido por medio con la linea recta.B Z.de la misma manera tambien se demostrara q̃ tambien cada vno de los angulos.B A E.AE D.esta diuidido por medio conlas dos lineas rectas.AZ.Z E.Saquense,por la .12.del.1.)desde el pũcto.Z. sobre las lineas.A B.B C.CD.D E E A, las perpẽdiculares, Z K.Z T.Z I.Z L. Z M. y por que es ygual el ãgulo.T C Z.al angulo.I C Z.y el angulo rectoZ T C ygual al angulo recto.Z I C.son ya los dos triangulos.Z T C. Z I C.q̃ tienẽ los dos angulos yguales a los dos ãgulos el vno al otro y el vn lado ygual al vn lado,porq̃, C Z.es comun dellos estẽdido debajo de vno delos yguales angulos.luego tendrã los demas lados yguales a los demas lados(por la.26.el.1 luego es ygual la perpendicular.Z T.alaperpendicular,Z I.d̃ la misma manera tãbiẽ se demostrara q̃cada vna delas lineas ZL.ZM.ZK.es ygual a cada qual delas dos.Z T.Z I,luego las cinco lineas rectas.Z I.Z T.Z K.Z L.Z M.son yguales entresi luego sobre el centro.Z.y el espacio.Z I.o,Z L.o,Z M.o Z K. o.Z T.descripto vn circulo por la.3.peticion vendra por los demas punctos,y tocara alas lineas rectas. AB.B C.C D.D E E A.(por el corolario dela.16.del.3.)porque los angulos que estan junto alos punctos.K.T.I.L,M,son rectos,porque sino las tocare,sino que las corta acontecera que la linea tirada dela extremidad del diametro en angulos rectos caera dentro del circulo,lo qual ser imposible esta demostrado (por la.16.del.3)luego sobre el centro.Z.y el espaciovno de los pũctos.K.T.I.L.M.descripto vn circulo,en ningũa manera cortara alas lineas rectas,A B.B C.C D.D E.E A . luego tocara las(por el corolario dela.(16.del.3.)describase como. K T I L M,luego enel pentagono dado equilatero y equiangulo esta descrito vn circulo.Lo qual conuenia hazerse.

Problema.14. Proposicion.14

L Al der

¶Al derredor de vn pentagono dado æquilatero y equiangulo describir vn circulo.

¶Sea el pentagonodado equilatero y equiangulo.A B C D E conuiene al derredor del pentagono.A B C D E.describir vn circulo.Corte se(por la.9.del,1.) por medio cada vno de los angulos.B C D.C D E.con las dos lineas.C Z.D Z . y desde el puncto.Z.en que concurren las mismas lineas rectas asta los punctos.B. A.E.tiren se las lineas rectas.Z B.Z A.Z E.Semejãtemente a la precedente se demostrara que cada vno de los angulos . C B A.B A E.A E D. es diuidido por medio,con cada vna de las lineas rectas.ZB Z A.Z E.Y porque es ygual el angulo.B C D.al angulo CDE (por la suppoſicion)y el angulo.Z C D.es la mitad del angulo.B C D . y el angulo. C D Z. es mitad del angulo.C D E.Luego(por la.7.comun sentẽcia) el angulo.Z C D.es ygual al angulo.Z D C. Por lo qual tãbiẽ el lado.Z C.es ygual al lado.Z D.(por la.6,del. 1.) De semejãte manera se demostrara que tambien cada vna de las lineas Z B.Z A.Z E.es ygual a cada vna de las lineas.Z C.ZD.luego las cinco lineas rectas.Z A.Z B.Z C.Z D.Z E.son yguales entre si.Luego sobre el centro.Z.y el espacio.Z A.o.Z B.o. Z C. o.Z D,o,Z E, descrito vn circulo(por la.3,peticion) passara por los de mas punctos,Y estara descrito al derredor del pẽtagono,A B C D E,que es equilatero y equiangulo.Describase y sea,A B C D E.luego al derredor del pentagono dado q̃ es quilatero y equiangulo esta descrito vn circulo , Lo qual conuenia hazerse,

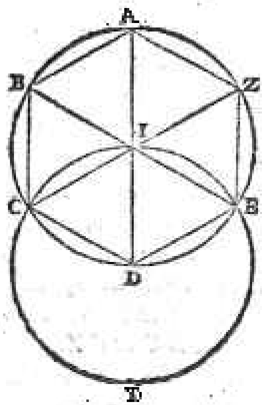


Problema.15.   Proposicion. 15.

En vn

¶En vn circulo dado defcribir vn hexagono æquilatero y equiangulo.

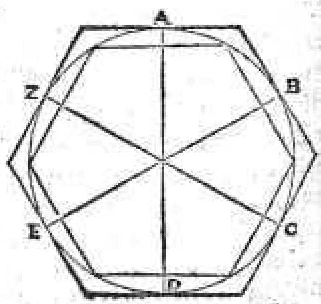
Sea el circulo dado . A B C D E Z , conuiene enel circulo dado, A B C D E Z, defcribir vn hexagono equilatero y equi angulo. Saque fe el diametro del circulo mifmo. A B C D EZ y fea, A D, y tomefe (por la primera del tercero) el cẽtro del circulo y fea. I, y fobre el centro, D, y el efpacio, D I, por la, 3, peticiõ defcribafe el circulo, C I E T, y tiradas las lineas rectas, E I, I C, Eftiendanfe afta los punctos, B, Z, y tirenfe, A B. B C, C D, D E, E Z, Z A, Digo que, A B C D E Z, es hexagono equilatero y equiangulo, Porque el puncto, I, es centro del circulo, A B C D E Z, es ygual (por la quinze definiciõ del primero) la, I E, a la, I D, Yten porq̃ el puncto, D, es centro del circulo, C I E T, es ygual (por la mifma) la D E, a la, D I, y la, I E, efta demoftrado que es ygual a la, I D, luego la, I E, es ygual a la, E D (por la primera comun fentencia) luego es equilatero el triangulo, E I D, Luego los tres angulos fuyos, efto es. E I D. I D E. D E I fon yguales entre fi. Porque por la quinta del primero) los angulos de fobre la bafis delos triangulos y fofceles, fon yguales entre fi, y los tres angulos del triangulo (por la, 32. del primero) fon yguales a dos rectos. luego el angulo, E I D. es el tercio de dos rectos. Semejantemẽte tãbiẽ demoftraremos que el angulo, D I C. es el tercio de dos rectos, y porq̃ la linea recta, C I, eftãdo fobre la. E B (por la, 13, del, 1, de ambas partes haze los ãgulos, E I C, C I B, yguales a dos rectos luego tã biẽ el angulo que refta, C I B, es el tercio de dos rectos, luego los angulos. E I D. D I C. C I B. fon yguales entre fi, por lo qual



los angulos opueſtos q̃ ſon.B I A. A I Z.Z I E.ſon yguales a los miſmos, E I D.D I C.C I B. por la.15.del.1.luego los ſeys angulos.E I D.D I C.C I B.B I A, A I Z.Z I E.ſon yguales entre ſi, y los angulos yguales eſtan ſobre yguales circunferencias, por la.26.del.3.luego las ſeys circunferēcias.A B.B C.C D.D E.E Z.Z A.ſon yguales entre ſi.y debaxo de yguales circunferencias ſe eſtienden yguales lineas rectas(por la.29.del miſmo). Luego las ſeys lineas rectas.A B.B C.C D.D E.E Z.Z A.ſon yguales entre ſi, luego es equilatero el hexagono.A B C D E Z. Digo tambien que equiangulo. Porque la circunferēcia.A Z es ygual ala circunferencia.E D.juntese por comun la circunferencia.A B C D. luego toda la. Z A B C D. es ygual a toda la.E D C B A.y ſobre la circunferencia.Z A B C D. eſta el angulo.Z E D.y ſobre la circunferencia.E D C B A.eſta el angulo.A Z E.luego el angulo.A Z E.es ygual al angulo. D E Z. Dela miſma manera tambien ſe demoſtrara que tambien los demas angulos del hexagono.A B C D E Z, eſto es, cada vno delos angulos.Z A B.A B C.B C D.C D E.ſon yguales a cada vno delos angulos.A Z E.Z E D, luego equiangulo es el hexagono.A B C D E Z. y eſta demoſtrado que tambien equilatero, y eſta deſcripto enel circulo, A B C D E Z, luego enel circulo dado, A B C D E Z, eſta deſcripto vn hexagono equilatero y equiangulo, lo qual conuenia hazerſe,

Corolario.

¶De aqui es manifieſto que el lado del hexagono es ygual al ſemidiametro dl circulo.y ſi por los punctos. A.B.C.D.E Z.tiramos lineas que toquen al circulo, ſe deſcri



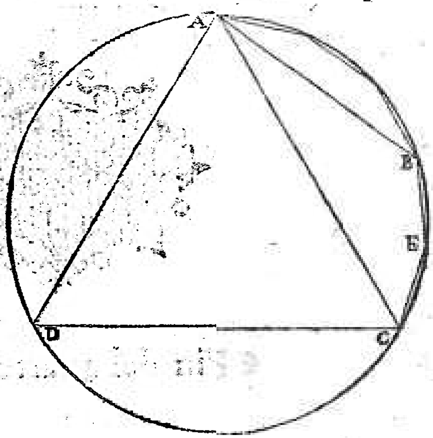
bira

bira al derredor del circulo vn hexagono æquilatero y equiangulo, lo qual se seguira de lo dicho enel pentagono. Y demas desto por lo que semejantemente esta dicho en el penthagono inscribiremos vn circulo en el hexagono dado, y le describiremos al derredor, lo qual conuenia hazer se.

Problema. 16. Proposicion. 16.

¶En vn circulo dado describir vna figura de quinze angulos equilatera y equiangula,

¶Sea el circulo dado. A B C D. conuiene en el circulo. A B C D. describir vna figura de. 15. angulos equilatera y equiangula. describase en el circulo. A B C D. el lado. A C. de vn triangulo equilatero, y del pẽtagono equilatero el lado. A B. en el arco. A C. luego de los segmentos que el circulo. A B C D. fuere quinze yguales, de los tales la circunferencia. A B C. que es el tercio del mismo circulo sera cinco, y la circũferencia. A B. que es la quinta parte del circulo sera đ tres. Luego la restante. B C. sera de dos yguales. Cortese la B C. (por la treynta del tercero) por medio en E. luego cada vna delas dos circũferẽcias. B E. E C, sera la quincena ptẽ del mismo circulo. A B C D. Luego si assentare



mos ẽ el circulo. A B C D. las lineas rectas. B E, C E. o yguales a ellas (por la primera del quarto) estara en el descrita vna figura de quince angulos equilatera y equiangula. Lo qual cõueni a hazerse. Dela mismasuerte como en el pentagono, si por la diuision del circulo tiraremos lineas que toqué al circulo, se describira al derredor del circulo vna figura de quinze angulos equilatera y equiangula. Y por la demostracion como enlos pentagonos describiremos dentro y al derredor de vna figura de quinze angulos equilatera y equiangula vn circulo.

(*)

¶ Fin del quarto libro.

LIBRO QVINTO

DELOS ELEMENTOS DE EVCLIDES Megarense philosopho griego.

La parte se divide en aliquota o aliquanta aliquota es aquella que mide veces yguales a algun numero como el dos mide al 4 veces iguales y aliquanta es aquella como medir el 4 con el nueve

¶ Definiciones.

1. ¶ Parte es quantidad de quantidad, menor dela mayor, quãdo la menor mide a la mayor.
2. Multiplice es mayor de la menor, quãdo la mide la menor.
3. Razon es vn cierto respecto que tienẽ dos quantidades de vn mismo genero entre si en alguna manera.
4. Proporcion es la semejãça de las razones.
5. Dizẽ se tener razõ entre si dos quãtidades q̃ se puedẽ multiplicadas exceder entre si.
6. En vna misma razõ se dizẽ estar las quãtidades, la primera con la segunda y la tercera con la quarta, quando los ygualmẽte multiplices de la primera y de la tercera a los ygualmente multiplices de la segunda y dela quarta, segun qualquier multiplicacion, o juntamente los exceden, o juntamẽte son yguales, o juntamente son menores tomados entre si el vno al otro.

7. Llamésse proportionales las cãtidades que tiené vna mismа razon.

8. Quando el ygualmente multiplice de la primera excediere al multiplice de la segũ da, y el multiplice de la tercera no excedie re al multiplice de la quarta, entonces la primera se dira tener mayor razon cõ la se gunda, que no la tercera con la quarta.

9. La proporcion por lo menos es ẽ tres terminos.

10. Quando tres quantidades fueren propor cionales la primera con la tercera se dira tener doblada proporcion que con la se-gunda. Pero quando quatro quantida-des fueren proporcionales la primera con la quarta se dira tener tres dobladaproporcion que con la segunda, y siempre de ay a delante vna mas mientras la proporcion fuere.

11. Las quantidades se dizen de semejante ra zon, las antecedentes a las antecedentes, y las, consequentes a las consequentes.

12. Permutadarazon es el tomar del antecedẽ te con el antecedente: y del consequente con el consequente.

Con

13. Conuerſa razon es, el tomar del conſequẽte con el antecedente, como del antecedẽte al conſequente.

14. Compoſicion de razon es, el tomar del antecedente con el conſequente, como de vno al miſmo conſequente.

15. Diuiſion de razon es, el tomar del exceſſo en que excede el antecedente al conſequẽte, a el miſmo conſequente.

16. Cõuerſion de razon es, el tomar del antecedente al exceſſo en que excede el antecedente al miſmo conſequente.

17. Ygual razon es, ſiendo muchas cãtidades y otras yguales a ellas en numero tomadas juntamente y en vna miſma razõ, quando fuere como en las primeras cantidades la primera a la vltima, aſſi en las ſegundas cãtidades la primera a la vltima, O ẽ otra manera, el tomar de las extremas por quitamiento de las de en medio.

18. Ordenada proporcion es, quando fuere el antecedente al conſequente, y el conſequente a otra coſa, como el conſequente a otra coſa.

19. Desordenada proporcion es quando fuere el antecedente al consequente, como el antecedente al consequente, y el consequente a otra cosa, como otra cosa al antecedente.

20. Estendida proporciõ es quãdo fuere como el antecedente al consequente, assi el antecedente al consequente: y fuere tambien como el consequente a otra cosa, assi el consequente a otra cosa.

21. Perturbada proporcioñ es quando siẽdo tres cantidades: y otras yguales a ellas en numero y fuere q̃ como en las primeras cãtidades el antecedente al consequente, assi en las segundas cantidades el antecedente al consequente: y como en las primeras cantidades el consequente a otra cosa, assi en las segundas otra cosa al antecedente.

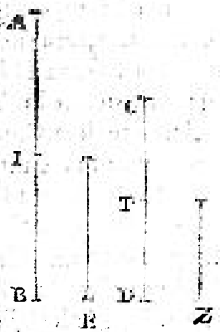
Theorema. 1. **Proposicion. 1.**

¶ Si fueren algunas quantidades, de otras algunas quantidades yguales en numero cada quales de cada quales ygualmente multipli-

ces

ces, quan multiplice de la vna es la vna quãti dad tan multiplices de todas ſeran todas.

Sean algunas quantidades. A B. C D. de otras algũas quã tidades yguales eñ numero. E. Z. ygualmente multiplices cada quales de cada quales. Digo que quan multiplice es la. A B. de la. E. tan multiplices ſeran la. A B. y la. C D. de las dos. E. Z. Porque es ygualmente multiplice la A B. de la. E. y la. C D. de la. Z. luego quantas quantidades ay en la. A B. yguales a la. E. tantas ay en la. C D. yguales a la. Z. Diuidaſe pues la. A B. en quantidades yguales a la. E, eſto es, A I. I B. y tambien la. C D. en quantidades yguales a la. Z. eſto es C T. T D. luego el numero de las. C T. T D. ſera ygual al numero de las. A I. I B. Y porques ygual la. A I. a la. E. y la. C T. a la Z. luego la. A I. y la. C T. ſon yguales a las dos. E. Z. y por eſto porque tambien es ygual la. I B. a la. E. y la. T D. a la. Z. tambiẽ la. I B. y la. T D. lo ſeran a las dos E. Z. luego quantas ay en la A B. yguales a la. E. tantas tambien en la. A B. y en la. C D. ay yguales a las dos. E. Z. luego quan multiplice es la. A B. de la. E. tan multiplices ſon. A B. C D. de las dos. E. Z. luego ſi fueren algunas quantidades de otras algunas quantidades yguales ẽ numero cada quales de cada quales ygualmente multiplices quan multiplice es la vna quantidad de la vna, tan multiplices ſeran todas de todas, lo qual conuino demoſtrarſe.



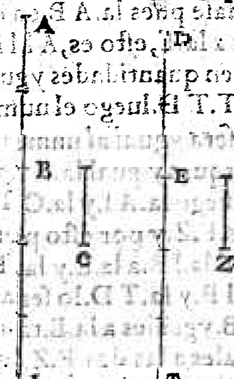
Theorema. 2. Propoſicion. 2.

¶Si la primera fuere ygualmente multiplice de la ſegunda, que la tercera de la quarta, y la

quinta

quinta de la ſegunda ygualmente multiplice que la ſexta de la quarta, tambien compueſta la primera y la quinta, ſera de la ſegunda ygualmẽte multiplice, que la tercera y la ſexta de la quarta.

Sea la primera. A B. ygualmente multiplice dela ſegunda C. que la tercera. D E. dela quarta. Z. Y ſea tambien la quinta B I. ygualmente multiplice dela ſegunda. C. como la ſexta. E T. dela quarta. Z. digo que la. A I. compueſta dela primera y dela quinta, ſera dela ſegunda. C. ygualmente multiplice que la tercia y ſexta. D T. dela miſma. Z. quarta. Porque la. A B. es ygualmente multiplice dela. C. que la. D E. dela. Z luego quantas cantidades hay en la. A B. yguales ala. C. tantas cantidades ay tambien enla. D E. yguales ala Z. y por eſto tambien quantas ay en la. E I. yguales ala. C. tantas tambiẽ ay enla. E T yguales ala. Z. luego quãtas ay en toda la. A I. yguales ala. C. tãtas ay en toda la. D T. yguales ala. Z. luego quan multiplice es la. A I. de la. C. tan multiplice es la. D T. dela. Z. luego tambien compueſta. A I. dela primera y dela quinta ſera dela ſegunda. C. ygualmente multiplice que la. D T. tercera y ſexta dela. Z. quarta, Luego ſi la primera dela ſegũda fuere ygualmente multiplice que la tercera dela quarta, y la quinta dela ſegunda ygualmente multiplice que la ſexta dela quarta, tambien compueſta la primera y la quinta ſera de la ſegũda ygualmente multiplice que la tercera y la ſexta dela quarta, lo qual conuino demoſtrarſe,

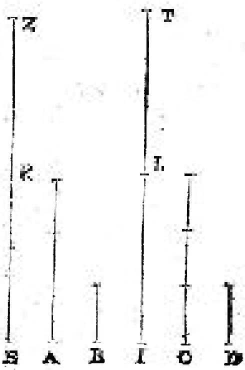


Theorema. 3. Propoſicion. 3.

Si el

¶Si el primero del ſegundo fuere ygualmente multiplice que el tercero del quarto: y ſe tomaren del primero y del tercero ygualmente multiplices: tambiẽ por ygual el vno y el otro de los que fueren tomados ſera ygualmente multiplice del vno y del otro, el vno del ſegũdo y el otro del quarto.

Sea. A. el primero de. B. ſegũdo ygualmẽte multiplice que el tercero. C. de el quarto. D, y tomenſe delos miſmos. A C. los ygualmente multiplices. E Z. I T. Digo que de. B. es. E Z. ygualmente multiplice que. I T. de. D. porque. E Z. de. A. es ygualmente multiplice que. I T. de. C. Luego quantas cãtidades ay en. E Z. yguales ala. A. tãtas quantidades ay tambien en. I T. yguales a la. C. Diuidaſe. E Z. en quãtidades yguales a la. A. que ſean. E K. K Z. y la I T. en yguales a la. C. que ſean I L. L T y aſſi ſera ygual el numero de. E K. K Z al numero de. I L. L T. Y porque. A. de B. es multiplice ygualmente que. C. de D. y es ygual. E K. a la. A. y la. I L. a la. C luego. E K. de la. B es multiplice ygualmente que. I L. de la. D, y por eſto tan ygualmente multiplice es. K Z de la. B. como. L T. de la. D. Luego porque el primero E K. del ſegundo. B. es multiplice ygualmente que el tercero, I L. del quarto, D. y es el quinto. K Z. de. B. ſegũdo ygualmẽte multiplice q̃ el ſexto. L T. del quarto. D. luego (por la. 2. del. 5. el cõpueſto primero y quinto. E Z. del miſmo. B. ſegundo es multiplice ygualmente que el tercero y ſexto. I T. de el quarto. D. Luego ſi el primero de el ſegundo fuere ygualmẽte multiplice

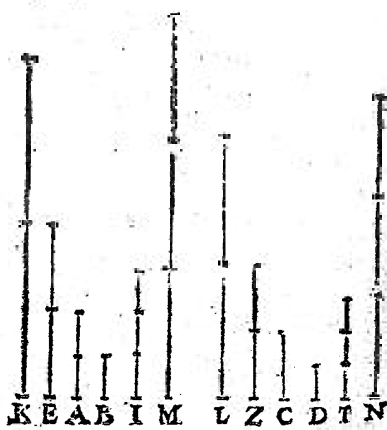


tiplice que el tercero de el quarto, y se tomaren del primero y del tercero ygualmente multiplices tambien por ygual el vno y el otro de los q̃ fuerõ tomados sera ygualmẽte multiplice del vno y del otro, el vno d̃l segũdo y el otro del quarto

Theorema.4. Proposiciõ.4.

¶Si el primero al segũdo tuuiere la misma razon que el tercero al quarto, tãbien los ygualmẽte multiplices del primero y del tercero a los ygualmente multiplices del segundo y del quarto, segun qualquiera multiplicaciõ, tendran la misma razon, tomados entre si.

El primero.A.al segundo.B, tenga la mismarazon q̃ el tercero.C.al quarto.D.y tomense delos dos.A.C.los ygualmente multiplices.E.Z.y de los dos.B.D.otros ygualmente multiplices como quiera.I.T.Digo que como se ha.E.con.I.assi se habra.Z.con.T. Tomẽse de los dos.E.Z.los ygualmente multiplices.K.L. y de los dos.I.T.otros ygualmẽte multiplices como quiera que seã.M.N. y porq̃.E.es multiplice d̃ A.ygualmẽte q̃.Z.de.C.y de los dos.E.Z. se tomarõn los ygualmẽte multiplices.K.L.luego.K.por la.3.del.5.es de.A.multiplice ygualmẽte q̃.L.de C.y por la misma causa



es tam

es tābien.M.multiplice de.B.ygualmente que.N.de.D. y por que es como. A.a la.B.assi la.C.a la.D. y se tomarō delas dos A.C.los ygualmente multiplices.K.L.y delas dos.B.D.otros ygualmente multiplices comoquiera,esto es.M.N.luego si.K excede a.M.tambien excede.L.a la.N.y si es ygual ygual,y si menor,menor por la.6.difinicion del.5.)y son.K.L.delos dos E.Z.ygualmente multiplices.y son.M.N.delos dos.I.T.otros ygualmente multiplices como quiera.Luego como se ha. E. con.I,Assi.Z.con.T.luego si el primero con el segundo tuuiere la misma razon que el tercero con el quarto tambien los ygualmente multiplices del primero y del tercero con los ygualmente multiplices del segundo y del quarto segun qualquiera multiplicacion,tendran la misma razon, tomados entre si(por la.6.definiciō)lo qual conuenia demostrarse.

Lemma,o assumption.

¶Pues porque esta demostrado que si.K.excede a la.M.tambien.L.excede a la.N.y si ygual ygual.y si menor menor.Es manifiesto q̄ si.M excede a la.K.tambien.N.excede a la.L.y si ygual ygual,y si menor menor.Y por esto sera que como se ha.I.con.E assi.T.con. Z.

Corolario.

De aqui es manifiesto que si quatro quātidades fuerē proporcionales,a la contra tambiē seran proporcionales.

Teore

Theorema. 5. Propoſicion.5.

¶Si vna quantidad fuere de otra quantidad ygualmẽte multiplice que la cortada dela cortada, tambien la que reſta de la que reſta ſera ygualmẽte multiplice q̃ la toda dela toda.

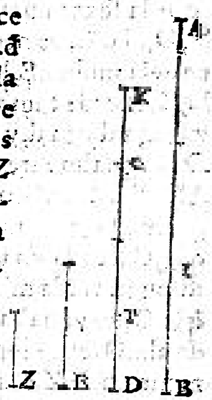
La quantidad,A B. de la quantidad.C D.ſea ygualmente multiplice q̃ la cortada. A E.de la cortada.C Z. Digo q̃ tãbien la.E B.q̃ reſta de la q̃ reſta.D Z.es multiplice ygualmẽte q̃ toda la.A B.es multiplice de toda la.C D.hagaſe la,E B.tã multiplice de la.C I.quan multiplice es la.A E.dela C Z.y porque(por la ſuppoſicion)la.A E.es de.C Z.ygualmente multiplice que.A B.dela C D.y poneſe que.A E.es de.C Z. ygualmẽte multiplice que.E B.de. C I.Luego. A B.es de las dos.I Z.C D.ygualmente multiplice. Luego la.I Z.es ygual a la.C D.quite ſe la comun C Z.Luego la.I C.que reſta es ygual a la.D Z que reſta.Y porque. A E,es dela. C Z. ygualmente multiplice que la.E B.dela.I C. y es ygual la.C I. a la.D Z. luego la A E.es dela C Z ygualmente multiplice que la.E B. de la Z D y pone ſe la. A E.de la.C Z. por ygualmente multiplice que la.A B.de la.C D. luego la.E B. de la.Z D. es ygualmẽte multiplice que la.A B.de la.C D.luego la.E B.que reſta ſera ygualmente multiplice de la. Z D. que reſta, quan multiplice es toda la.A B.de toda la.C D.Luego ſi vna quantidad fuere de otra quantidad ygualmente multiplice que la cortada de la cortada,tambien la que reſta de la que reſta ſera ygualmente multiplice que la toda de la toda. Lo qual cõuino demoſtrarſe.

Theorema. 6. Propoſicion .6.

Si dos

¶Si dos quantidades fuerẽ de otras dos quã tidades ygualmentemultiplices, y algũas cortadas fueren ygualmente multiplices de las miſmas, tambien las reſtãtes ſeran o a las miſmas yguales, o ygualmente multiplices delas miſmas.

Las dos quantidades. A B. C D. delas dos quãtidades. E. Z ſean ygualmente multiplices y algunas cortadas A I. C T. ſeã tambien ygualmente multiplices delas miſmas. E. Z. Digo q̃ tambien las reſtantes. I B, T D. alas miſmas. E. Z. o les ſon yguales, o ygualmente multiplices dellas. Sea lo primero. I B. ygual ala. E digo que tambien. T D. es ygual ala. Z. põgaſe la C K. ygual ala. Z. y porque. A I. es de. E. ygualmente multiplice que, C T. de. Z. y la. I B. es ygual ala. E. y la. K C. ala. Z. luego. A B. de la. E. es ygualmente multiplice que la. K T. de la miſma. Z, y poneſe la. A B. d̃ la. E. ygualmente multiplice que la. C D. dela Z. luego, K T. de. Z. es ygualmente multiplice que, C D. de. Z. pues porque cada vna de las dos. K T. C D. es ygualmente multiplice d̃. Z luego (por la. 1. comun ſentẽcia) la. K T. es ygual ala. C D. quiteſe la comun. C T. luego la K C. que reſta es ygual ala. T D. que reſta. Y la Z, es ygual ala. K C. luego tambien la. Z. es ygual ala. T D. por lo qual ſi la. I B. es ygual a la. E. ſera tambiẽ. D T. ygual ala. Z. Dela miſma ſuerte tambiẽ demoſtraremos que ſi fuere. I B. multiplice de. E. tan multiplice ſera. T D. dela. Z. luego ſi dos quantidades fueren de otras dos quantidades ygualmente multiplices y algũas cortadas fueren ygualmẽte multiplices delas miſmas. Tambien las reſtas ſeran a las miſmas



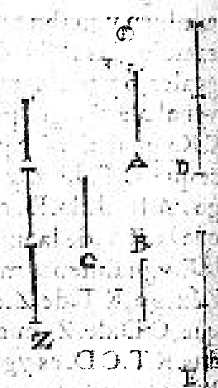
M o ygua

o yguales, o ygualmente multiplices delas mismas lo qual cõuino demostrarse.

Theorema.7. Proposició.7.

¶Las yguales tienen vna misma razon a vna misma, y la misma alas yguales.

¶Seã yguales las quãtidades, A.B. y sea otra cãtidad. C, como quiera. Digo que qualquiera de las dos. A.B, tiene vna misma razõ ala misma. C. y la. C. a cada vna đ las mismas, A.B. Tomense por la.3. del.5.) las ygualmente multiplices delas dos. A B. y sean. D.E, y dela. C, sea otra como quiera multiplice y sea. Z. pues porque D. es ygualmente multiplice dela. A. que la. E. dela. B. y la. A, es ygual ala. B. luego, (por la sexta comun sentēcia) ygual es la, D, ala. E. y es otra ꝗlquiera. Z. multiplice dela misma. E, luego si excede la. D. a la, Z, excede tambien la. E. ala misma. Z, y si ygual ygual, y si menor menor. Y son D.E. ygualmente multiplices de las dos A.B. y la. Z. de. C. otra multiplice como quiera, luego como es la. A. ala, C. assi la. B. a la. C. Digo tābiē ꝗ la, C. a cada vna de las dos. A.B. tiene la misma razon. Porꝗ dispuestas đla misma manera demostraremos semejātemēte ꝗ la D. es ygual. ala. E. y es otra ꝗlquiera, Z. luego si la. Z. excede ala. D. excedera tābien a la. E, y si ygual, ygual, y si menor menor. Y la. Z. es multiplice de la. C, y la. D. E. de las dos. A.B. son otras multiplices qualesquiera. luego como se ha. C, cō. A assi tābien. C. con. B. luego las yguales tienen vna misma razõ a vna misma: y la misma alas yguales, lo qual seauia de demostrar.



Theorema.8. Propoſicion .8.

¶ De las quantidades deſiguales, la mayor a vna miſma tiene mayor razon que la menor y la miſma a la menor tiene mayor razon que a la mayor.

¶ Sean las quantidades deſiguales. A B . C.y ſea mayor la. A B.que la.C.y ſea otra como quiera como.D.digo que la. A B a la.D. tiene mayor razon que no.C.cō la.D.y la.D.cō la . C tiene mayor razon que no cō la.A B.Porque es mayor la.A B.que no la. C.pongaſe la.B E. ygual a la miſma .C., y aſſi la menor de las dos.A E.E B.multiplicada,vendra a ſer mayor que no la.D.Sea lo primero.A E.menor que no.E B.y multipliqueſe.A E aſta que lo que ſe hiziere,venga a ſer mayor que . D , y ſea ſu multiplice. Z I.el qual es mayor que,D.y quan multiplice es.Z I.de.A E.ſea tan multiplice.I T.de la.E B. y la.K. de la.C. y tomeſe el doblo de la.D. y ſea. L.y deſpues el tres doblo y ſea.M. y deſpues aſſi vno mas,aſta que el tomado venga a ſer hecho multiplice de la.D.y primero mayor que. K.y tomeſe y ſea,N,el quadrupulo de,D.y primero mayor que . K. pues porque,K,es primero menor que.N.luego.K,no es menor que,M.Y porque ygualmente multiplice es , I T, de la E B, como es ygualmente multiplice, Z I, de la , A E . Luego (por la primera del .5.)la.Z T.es de la.A B , ygualmēte multiplice que la.K.de la.C.luego la.Z T.y la.K. ſon ygualmente multiplices de la.A B.y de la.C.(por la miſma). Otroſi por q̄ I T.es de la.E B. ygualmente multiplice que la.K.de la.C.y es

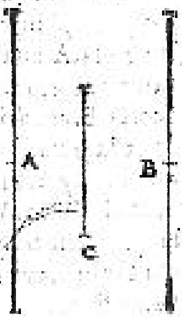
ygual la.E B.a la.C.luego la.I T.es ygual a la.K.y la.K. no es menor que la.M. luego tampoco la.I T.es menor que la. M. Pero es mayor la.Z I.que la.D.luego toda la.Z T.juntamẽte es mayor que las dos.D.M.Y son yguales las dos.D.M.a la.N porque.M.es el triplo de.D.y las dos.M,D.son el quadruplo de.D.y es.N.el quadruplo de.D.luego las dos.M.D.son yguales a la.N.y es mayor.Z T.que.M.D.Luego la.Z T. excede a la.N.y no excede la.K.a la,N.y sõ la.Z T.y la.K.de la.A B.y de la.C.multiplices ygualmente y la.N.de la.D.es otra qualquiera multiplice,luego la.A B.con la.D.mayor razon tiene que no la.C.con la.D.(por la.8.definicion del.5.) Digo pues que tambien la.D.con la.C.tiene mayor razon que la. D.con la.A B.Porque descritas aquellas assi,de la misma manera demostraremos que la.N.es mayor que la, K. pero no mayor que la.Z T.y la.N.es multiplice de la.D. pero las dos.Z T.y la.K. de las dos.A B.y de la.C.otras qualesquiera ygualmente multiplices.Luego (por la.8.difinicion de el.5.)la.D.con la. C.tiene mayor razon que la.D.con la.A B.¶ Pero aora la. A E. es mayorque la.E B.luego multiplicada la menor.E B.sera algũna vez mayor que.D.multipliquese y sea.I T.el multiplice de E B.y mayor que la.D.y quan multiplice es.I T.de la.E B.hagase tan multiplice.Z I.de la.A E,y la.K.de la.C. De la misma manera demostraremos que la.Z T.y la, K. son ygualmente multiplices de la.A B.y de la.C.Tomese de la misma suerte el multiplice de la.D.pero el primero mayor q̃. Z I.por lo qual tãbiẽ.Z I.no es menor q̃.M.y es mayor,I T.q̃ no.D.luego toda.Z T.excede a las.D. M. esto es,a la.N.y la.K.no excede a la.N,porq̃ tãpoco.Z I.q̃ es mayor q̃.I T,esto es,q̃.K. no excede a la.N.y de la misma forma repitiẽdo lo d̃ arriba haremos la demostraciõ.Luego de las quãtidades desiguales la mayor a vna misma tiene mayor razon q̃ la menor, y la misma a la menor tiene mayor razon q̃ a la mayor,lo qual cõuino demostrar se.

Theorema.9. Proposicion.9,

Las

¶Las que a vna miſma tienen vna miſma razon, ſon ygnales entre ſi: y a las que la miſma tiene vna miſma razon, ellas miſmas ſon yguales.

Tenga cada vna de las dos. A.B. con la. C. vna miſma razon. Digo que es ygual la A. a la. B. porque ſino cada vna de las dos A.B. no tendria con la. C. la miſma razon. (por la octaua del quinto) tiene la, luego ygual es la. A. a la. B. Tenga pues la. C. vna miſma razon a cada vna de las dos. A. B. digo que es ygual la, A, a la. B, porque ſino la, C, a cada vna de las dos, A, B, no tẽdria la miſma razon, tiene la, luego ygual es la, A, a la, B, luego las que a vna miſma tienen vna miſma razon ſon yguales, entre ſi, y a las que la miſma tiene vna miſma razon, ellas miſmas ſon yguales.



Theorema. 10. Propoſicion. 10

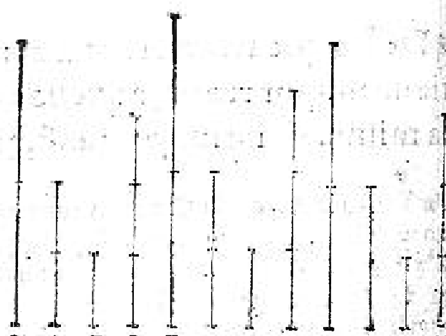
¶De las que tienen razon a vna miſma, la que tiene mayor razon, aquella es mayor: y a la q̃ la miſma tiene mayor razõ, aquella es menor

Tenga la. A. con la. C. mayor razon que la. B. con la. C. digo que la. A. es mayor que la. B. porque ſi no, o la. A. es ygual a la. B. o menor que ella. Ygual en ninguna manera es la. A. a la. B. porque cada vna de las dos. A. B. tendria la miſma razon con la. C. por la nona del quinto) no la tiene, luego. A. en ninguna manera es ygual a la. B. Ni tampoco es menor. A. que la B. porque la, A. tendria con la. C. menor razon que la. B. con la.C.(por la octaua del quinto)no la tiene, luego la.A, no es menor que la.B.y esta demostrado que tampoco es ygual. Luego mayor es la A,que la.B, Tenga pues la,C,con la,B,mayor razon que la,C,con la.A.Digo que es menor. B, que no. A, porque si no, o le es ygual o menor que ella.ygual no lo es la, B, a la, A, porque la C. tendria vna misma razon a cada vna de las dos,A,B,(por la nona del quinto) no la tiene, luego la.A.en ninguna manera es ygual ala.B.ni tampoco es mayor la.B.que la.A. porque la. C. con la.B.tendria menor razon que no con la. A. (por la octaua del quinto)no la tiene,luego mayor es la .B. que la.A.y demostrose que tampoco es ygual, luego menor es la.B.que la.A.luego de las que tienen razon a vna misma, la que tiene mayor razon aquella es mayor,y a la que la misma tiene mayor razon aquella es menor. Lo qual se auia de demostrar.

Theorema.11. Proposicion,11.

¶ Las razones que son vnas a vna misma, son vnas mismas entre si.

Sean como la.A conla.B.assi la.C.cō la.D.y como la. C. con la. D. assi la. E. con la.Z.digo q̄ como se ha la. A.cō la B.assi la.E. con la.Z Tomese de las tres A.C.E. las ygualmēte multiplices y seā I.T. K.y de las tres B.D.Z.otras quales quiera ygualmente multiplices,y sean.L.M.N. y porque como se

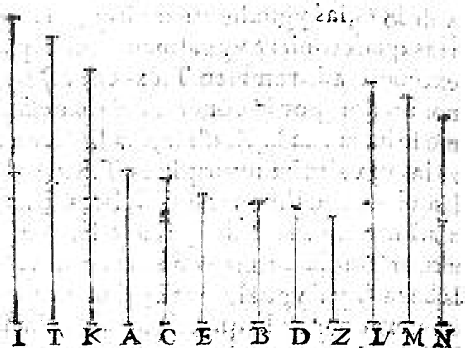


mo se ha la.A.cõ la,B.assi la.C.con la.D.y tomaron se dela.A y de la.C,las ygualmẽte multiplices. I.T.y de las dos.B. D.otras qualesquiera ygualmente multiplices.L. M.luego si la.I. excede a la.L.tambien.T.excede a.M.y si ygual ygual,y si menor menor(por la cõuersa dela.6.defini.dl.5.)Otrosi por q̃ como se ha la.E.a la,Z.assi la,C.a la,D.y de las dos.C.E.se tomarõ las ygualmẽte multiplices.T.K,y delas dos.D.Z,otras qualesquiera ygualmente multiplices.M.N.luego si excede la.T a la.M.tambiẽ excede la.K.a la.N.y si ygual ygual,y si menor menor(por la misma)y si excede la.T.a la. M. tãbien excede la.I.a la.L.y si ygual,ygual,y si menor menor(por la misma conuersion)por lo qual si excede la.I.a la.L.excede tambien la.K.a la.N.y si ygual ygual,y si menor,menor(por la misma) y son la.I.y la.K.dela.A.y dela.E.ygualmente multiplices. Y las dos.L.N.otras qualesquiera ygualmẽte multiplices de la B.y dela,Z.luego como se ha la.A,con la.B.assi la.E.cõ la.Z. Luego las razones que son vnas a vna misma, son vnas mismas entre si.lo qual cõuino demostrar se.

Theorema. 12. Proposicion.12.

¶Si fueren qualesquiera quantidades que tẽgan proporcion,sera que como la vna de las antecedentes a vna de las consequẽtes,assi todas las antecedentes a todas las consequẽtes.

Sean algunas quãtidades que tengan proporcion.A. B.C, D,E,Z,como la,A,a la,B,assi la,C,a la,D,y la,E,a la.Z, Digo que como se ha la,A.a la,B,assi se han las. A C E , con las B D Z, Tomense las ygualmente multiplices de las,A.C,E ,y sean,I,T ,K,y delas,B,D,Z,otras qualesquiera ygualmente multiplices y sean,L,M,N,Y porque como se ha la.A. a la,B, assi la,C,a la,D.y la,E,a la,Z,y de las,A,C,E . se tomaron las ygualmente multiplices ,I T,K,y de las, B,D,Z. otras quales quiera ygualmẽ ente multiplices y sean.L.M.N. y porque como se ha la.A ala.B.asi la. C. a la D.y la,E.ala.Z,y de las.A.C.E. se tomaron las ygualmente multiplices.I.T ,K. y delas.B.D.Z.otras quales quiera ygual mente multiplices q̃ son L;M.N.luego si



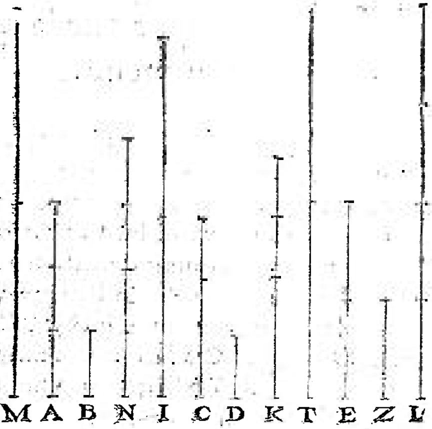
la.I. excede a la.L.excede tãbien la.T a la.M,y la.K.ala.N. y si ygual ygual,y si menor menor.(por la conuersa dela.6.definicion del.5.)por lo qual tambien si excede la.I.ala.L. exceden tambien las.I.T.K.alas.L,M,N,y si yguales yguales,y si menores menores (por la misma) y son la.I.y las.I T.K. ygualmente multiplices dela.A.y delas.A.C.E.porq̃ (por la.1.del 5.)si fueren quales quiera quãtidades de otras quales quiera cãtidades yguales ẽ numero cada quales d̃ cada quales ygualmente multiplices,qua n multiplice de la vna es la vna,tã multiplices seran todas de todas. Y por esto tambien la.L.y las.L M.N.dela.B.y delas.B.D.Z,son ygualmente multiplices,luego como se ha la.A.conla.B.asi la. A,C.E.alas.B.D.Z.(porla 6.definicion del.5.)luego si fueren quales quiera quãtidades que tengan proporcion,sera que como vna delas antecedentes a vna delas consequentes asi todas las antecedentes a todas las consequentes.Lo qual se hauia de demostrar.

Theorema.13. Proposicion.13.

¶Si la primera ala segũda tuuiere la misma razon que la tercera ala quarta, y tenga la tercera

cera ala quarta mayor razon que la quinta a la sexta, tambien la primera ala segunda tendra mayor razon que la quinta ala sexta.

La primera. A. ala segunda. B. tenga la misma razon que la tercera. C, al a quarta. D, pero la tercera. C, ala quarta. D. tēga mayor razon que la quinta. E. ala sexta, Z, Digo que tambien la primera, A, ala segunda. B, tendra mayor razon que la quinta, E, ala sexta. Z. porque la C. ala. D, tiene mayor razon que la, E, ala. Z, tomense pues delas dos, C, E, las ygualmente multiplices. I. T, y delas dos. D, Z. otras quales quiera ygualmēte multiplices, K. L. q̄ tal manera que. I, exceda ala, K, y la. T. ala. L, no la exceda Y quan multiplice es, I, dela, C, tā multiplice tā bien sea la, M, dela, A, y y quan multiplice es la. K. de la, D, tan multiplice sea tambien. N. de la, B, Y porq̄ como se ha la A, à la, B. assi la, C, a la, T. y se tomarō dela. A.



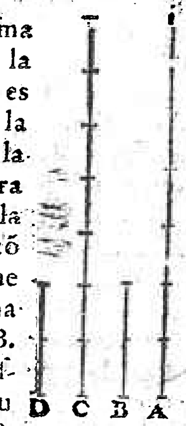
y d̄la. C. las ygualmētemultiplices. M, I, y delas dos, B, D, otras quales quiera ygualmente multiplices. N, K. luego si excede la M. ala. N. excede tābien la. I, ala, K, y si ygual, ygual, y si menor menor (por la conuersa de la, 6. definicion del. 5,) y excede (por la construcion) la. I. a la, K, luego excede tambien la. M. ala. N, y no excede la, T, ala L. y son. M, T, las ygualmente, multiplices de las dos. A. E. y las. N L. delas. B Z. otras quales quiera ygualmente multiplices. Luego la. A, ala. B, tiene mayor razon que la. E. ala. Z. por la. 8, definicion del. 5, luego si la

pri-

primera a la ſegunda tuuiere la miſma razon q̃ la tercera a la quarta, y tenga la tercera a la quarta mayor razon q̃ la quinta a la ſexta, tambien la primera a la ſegunda tendra mayor razon que la quinta a la ſexta. Lo qual cõuenia demoſtrarſe.

Theorema. 14. Propoſicion. 14.

¶ Si la primera a la ſegunda tuuiere la miſma razon que la tercera a la quarta, pero la primera fuere mayor que la tercera, tambien la ſegunda ſera mayor que la quarta: y ſi ygual ygual: y ſi menor menor.



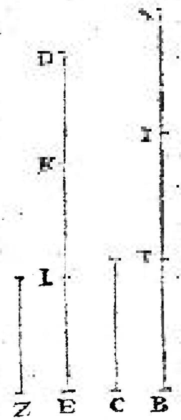
La primera. A. a la ſegũda. B. tenga la miſma razon que la tercera. C. a la quarta. D. y ſea la A. mayor que la. C. Digo que tambien la. B. es mayor que la. D. porque la. A. es mayor que la C. y es otra alguna quantidad. B. luego (por la octaua del quinto) la. A. a la. B. tiene mayor razon que la. C. a la. B. y como la. A, a la. B. aſsi la C. a la. D. Luego la. C. a la. D. tiene mayor razõ que no la. C. a la. B. Y a lo que vno miſmo tiene mayor razõ, aquello es menor (por la decima del quinto) luego menor es la. D. que no la. B. por lo qual mayor es la. B. q̃ no la. D. Dela miſma manera tambien demoſtraremos que ſi fuere ygual la. A. a la. C. ſera tambien ygual la. B. a la. D. y ſi fuere menor la. A. que la. C. ſera tambien menor la B. que la. D. Luego ſi la primera a la ſegũda tuuiere la miſma razon que la tercera a la quarta, pero la primera fuere mayor que la tercera, tambien la ſegũda ſera mayor que la quarta, y ſi ygual ygual, y ſi menor menor. Lo qual conuenia demoſtrarſe.

Theo

Theorema.15. Propoſicion.15,

¶ Las partes de las multiplices de vna miſma manera tienen vna miſma razon tomadas entre ſi.

Sea la.A B.de la.C.ygualmēte multiplice que la.D E.dela Z.Digo que como ſe ha la.C.con la.Z.aſſi la, A B.con la. D E. porque la.A B.es de la.C.ygualmente multiplice que la.D E de la.Z.luego quantas quantidades hay en la.A B . yguales a la.C,tantas hay en la.D E.yguales a la.Z. Diuida ſe la.A B. en quantidades yguales a la C.eſto es.A I.I T.T B.y la.D E. en quantidades yguales a la.Z. eſto es. D K.K L.L E. ſera pues el numero de las. A I.I T.T B. ygual al numero de las.D K.K L.L E.Y porque las A I.I T.T B, ſon yguales entre ſi, tambien D K.K L.L E . ſeran yguales entre ſi, luego como ſe ha la. A I.a la.D K.aſſi la.I T. a la.K L.y la.T B.a la.L E.luego (por la doze del quinto)como ſe ha vno de los antecedētes a vno de los conſequentes,aſſi todos los antecedentes a todos los cōſequentes. Luego como ſe ha la.A I.a la.D K.aſſi ſe ha la. A B. a la.D E.y es ygual la.A I.a la.C.y la. D K. a la.Z.luego como ſe ha la.C.a la.Z. aſſi ſe ha la.A B. a la. D E. Luego las partes de las multiplices de vna miſma manera tienen vna miſma razon tomadas entre ſi . lo qual conuino demoſtrarſe.

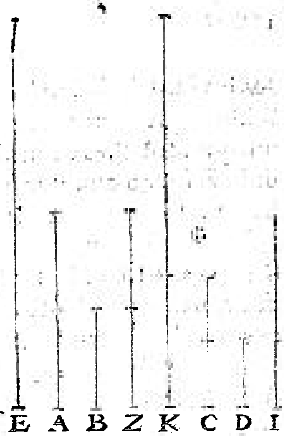


Theorema. 16. Propoſicion . 16.

¶Si quatro quantidades fueren proporcionales tambiē traſtrocadas ſerā proporcionales.

Sean

¶Sean las quatro quãtidades proporcionales. A.E.C.D. que como la. A.a la. B. assi la. C.a la. D. Digo que trastrocadas serã proporcionales, que como la. A.a la. C. assi la. B. a la. D. tomen se de las dos. A. B. las ygualmente multiplices. E, Z. y de las dos. C. D otras qualesquiera ygualmente multiplices. I. K. y porque la E. de la. A. es ygualmente multiplice que la. Z. de la. B. y las partes de las multiplices de vna misma manera tienen la misma razon tomadas entre si (por la precedente) luego como se ha la. A.a la. B. assi la. E.a la. Z. Y como se ha la. A.a la. B. assi la. C.a la. D. Luego tambien como se ha la C.a la. D. assi la. E.a la. Z. (por la. 11. del. 5.) otro si porque las. I. K. de las dos. C. D. son ygualmente multiplices, y las partes de las multiplices de vna misma manera tienen la mis



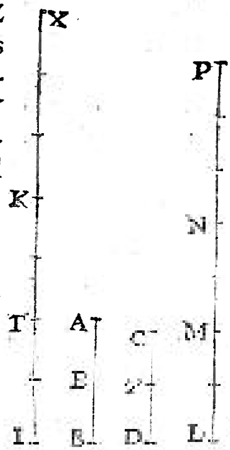
ma razon tomadas entre si (por la. 15. del. 5.) luego como se ha la. C.a la. D. assi la. K.a la. I. y como se ha la. C.a la. D. assi la E.a la. Z. luego tambien como se ha la. E.a la. Z. assi la. K.a la. I. (por la. 11. del. 5.) Y si quatro quantidades fueren proporcionales, pero la primera sea mayor que la tercera, sera tambiẽ la segunda mayor que la quarta, y si ygual ygual, y si menor menor, por la catorze del quinto. luego si la. E. excede a la. K tambien excede la. Z. a la. I. y si ygual ygual, y si menor menor, y son las dos. E. Z. ygualmente multiplices de las dos. A B. y las dos. K I. de las dos. C, D. otras qualesquiera ygualmente multiplices. Luego (por la sexta definiciõ del quinto) como se ha la. A.a la. C. assi es la. B. a la. D. Luego si quatro quantidades fueren proporcionales tambiẽ trastocadas seran proporcionales. Lo qual conuino demostrar se.

Theo

Theorema.17 Proposicion.17.

¶ Si las quantidades compuestas fueren proporcionales, tambien diuididas seran proporcionales.

Sean las quantidades cõpuestas proporcionales. A B. B E C D. D Z. y como se ha la. A B. a la. B E. assi la. C D. a la. D Z. Digo que tambien diuididas seran proporcionales que como la. A E. se ha con la. B E. Assi la. C Z. con la. D Z. tomense las ygualmẽte multiplices de las. A E. E B. C Z Z D. y sean. I T, T K. L M. M N. y de las dos. E B. Z D. otras qualesquiera ygualmente multiplices, esto es. K X. N P. Y porque. I T. dela. A E. es ygualmẽte multiplice que la. T K. dela. E B. luego ygualmente multiplice es. I T. dela. A E. que la I K. dela. A B (por la. 1. del. 5.) y es. I T, ygualmente multiplice dela. A E. que la. L M. la. C Z. luego la. I K. ygualmente multiplice es dela. A B. que la. L M. dela. C Z. (por la. 2. del mismo.) Otrosi porq̃. L M. es ygualmente multiplice de. C Z. que la M N. dela. D Z. luego la. L M. d̃la. C Z. es ygualmente multiplice que la. L N. de la C D (por la. 1. del mismo) y era la. L M. ygualmẽte multiplice de la. C Z. que la. I K. dela. A B. luego la. I K. dela. A B. es ygualmente multiplice que la. L N. dela. C D. Luego la. I K. y la. L N son ygualmente multiplices de las dos. A B. C D. Ytem porq̃ la. T K, de la. E B, es ygualmente multiplice q̃ la, M, N, de la, Z D. y es la. K X. dela. E B. ygualmente multiplice que la. N. P. de la, Z D. Luego (por la segunda del mismo) compuesta la. T X dela. E B, es ygualmente multiplice que la, M P. de la, Z D. Y porque como se ha la, A B. a la, B E, assi es la, C D. a la. D Z. y

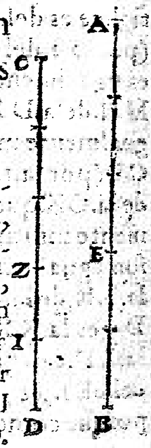


se

ſe tomaron delas dos. A B. C D. las ygualméte multiplices. I K L N, y delas dos. E B, Z D. otras qualeſquiera ygualmẽte multiplices, eſto es, T X. M P. Luego ſi la. I K. excede a la. T X. tambien la. L N. a la. M P, y ſi ygual, ygual, y ſi menor, menor (por la conuerſa dela, 6. definicion del. 5.) exceda pues la. I K. a la T X. luego tambien quitada la comun. T K. excede la. I T. a la K X. y ſi excede la. I K, a la, T X. excede tambiẽ la. L N. a la. M P. exceda pues la, L N. a la. M P. y quitada la comũ. M N, excede tambien la, L M. a la, N P. por lo qual ſi excede la, I T. a la K X. excede tambien la, L M. a la. N P, De ſemejante manera demoſtraremos que ſi fuere la, I T. ygual a la. K X. ſera tãbiẽ la. L M, ygual a la, N P, y ſi menor menor, y ſon la, I T, y la. L M. de las dos, A E. C Z, ygualmente multiplices, y la. T X: y la N P. otras qualeſquiera ygualmente multiplices delas dos. E B. Z D. Luego como ſe ha la, A E, a la, E B, aſſi es la. C Z. a la. Z D, (por la. 6. definicion de el. 5.) luego ſi las quantidades compueſtas fueren proporcionales, tambien diuididas ſeran proporcionales. Lo qual conuino demoſtrarſe.

Theorema. 18. Propoſicion. 18.

❡ Si diuididas las quantidades fueren proporcionales, tambiẽ compueſtas ſeran proporcionales.



Sean las diuididas quantidades proporcionales. A E, E B. C Z. Z D. que como ſe ha la, A E, a la, E B. aſſi ſea la, C Z a la. Z D, digo que tambien compueſtas ſeran proporcionales, que como la. A B, a la. B E, aſſi la, C D. a la, D Z. Porque ſino ſe han q̃ como la, A B. a la. B E, aſſi la. C D, a la. Z D, ſerá q̃ como la, A B, a la. B E. aſſi la. C D, a otra menor q̃ la. Z D, o mayor. Sea lo primero a la menor, D I y porque como ſe ha la. A B, a la, B E, aſſi la, C D.

a la

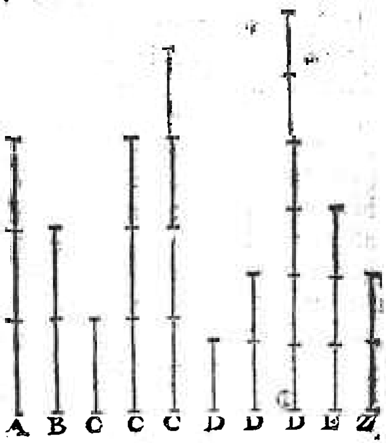
la.A,ala.B.mayor razon tiene que la.C,ala.B. y como se ha la.A,ala.B,asi es la.D.ala,E.y como la.C.ala,B.otro si, tambien la.Z.ala,E.luego tābien la. D. ala.E.tiene mayor razon que la.Z.ala.E.(por el corolario dela.4.del.5.)y delasquetienen razon a vna misma,la que tiene mayor razon,esmayor (por la decima del.5.)luego mayor es la.D. que la.Z. Tambien dela misma forma demostraremos que si es ygual la.A. ala C.tambien sera ygual la,D.ala.Z.y si menor,menor, luego si fueren tres quātidades y otras a ellas yguales en numero,tomadas de dos en dos en vna misma razon,pero por ygual,la primera fuere mayor que la tercera,sera tambien la quarta mayor que la sexta:y si ygual,ygual:.y si menor menor,loqual conuenia demostrar.

Theorema.21. Proposicion.21.

¶Si fueren tres quantidades, y otras a ellas yguales en numero, tomadas de dos en dos y en vna misma razon, y fuere la proportiō de ellas perturbada, pero por ygual la primera fuere mayor que la tercera, sera tambien la quarta mayor que la sexta:y si ygual,ygual: y si menor,menor.

Sean las tres quantidades.A B C. y otras a ellas yguales en numero.D EZ.tomadas de dos en dos,y envna misma razon,y sea la proporcion dellas perturbada,que como la. A, ala.B.asi la.E.ala.Z.y como la.B.ala.C.asi la.D.ala.E. pero por ygual la.A.sea mayor que la.C.digo que tambien la . D . sera mayor que la.Z.ysi ygual, ygual:y si menor,menor.Por que es mayor la.A.que la.C.y vna otra.B.luego (porla.8.del quinto)la.A.ala.B,tiene mayor razō que la.C.ala.B.y como la,A.a la,B,assi la.E a la.Z. otro si como la, C,a la.B.assi la.E. a la.D.Luego tābien la.E.a la.Z.tiene mayor razon que la.E.

a la, D, por el corolario de la, 4, del, 5, y a la q̃ vna misma tiene mayor razon, aquella es menor, por la. 10. del. 5. luego menor es la, Z. que la. D. luego mayor es la D, que la. Z. Tambiẽ demostraremos dela misma suerte que si la. A, es ygual a la C. sera tãbien la. D. ygual a la. Z. y si menor menor. Luego si fueren tres quantidades, y otras a ellas yguales ẽ numero, tomadas de dos en dos y ẽ vna misma razõ

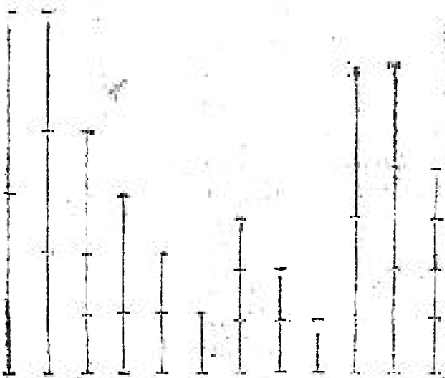


y fuere la proporcion de ellas perturbada, pero por ygual la primera fuere mayor que la tercera: sera tambien la quarta mayor q̃ la sexta, y si ygual ygual, y si menor menor, lo qual conuenia demostrar se.

Theorema. 22. Proposicion. 22.

Si fueren qualesquiera quantidades, y otras a ellas yguales ẽ numero, tomadas de dos en dos en vna misma razon, tambien por ygual estará en la misma razon.

❧ Sean qualesquiera quantidades. A B C. y otras a ellas yguales en numero. D. E. Z. tomadas de dos en dos en vna misma razõ, q̃ como la. A. a la. B. assi la. D. a la. E. y como la. B. a la C. assi la. E. a la. Z. Digo que tambien por ygual estaran en la misma razon, que como la. A. a la, C. assi la. D. a la. Z. Tomense de las dos. A. D. las ygualmente multiplices. I. T. y delas dos B. E. otras quales quiera ygualmente multiplices. K. L. y tambiẽ delas dos. C. Z. otras qualesquiera ygualmente multiplices. M. N. y porq̃ como se ha la. A. a la. B assi la. D, a la. E. y de las dos. A. D. se tomaron las ygualmẽte multiplices. I. T. y de las dos.B.E.otras qualesquiera ygualmēte multiplices.K.L.luego(por la, 4. del, 5.) como se ha la. I. a la. K.assi la. T. a la. L . y por esto como la . K. a la.M.assi la.L.ala.N luego porque sō tres quātidades.I.K.M. y otras a ellas yguales en numero . T. L . N. tomadas de dos ēdos y en vna misma razō luego por ygual(por la. 20. del. 5.)si excede la. N.a la.M. excede tambien la . T. a la.I.y si ygual ygual,y si menor menor.Y las dos.I T.son delas dos.A.D.ygualmēte multiplices,y las dos.M.N. de las dos C Z.otras qualesquiera ygualmēte multiplices,luego(por la. 6. definiciō del.5.)como se ha la.A.a la.C.assi la.D.a la.Z. luego si fuerē qualesquiera cātidades y otras a ellas yguales ē numero tomadas de dos ē dos ē vna misma razō tābiē por ygual esta rā en la misma razon.Lo qual conuino demostrarse.



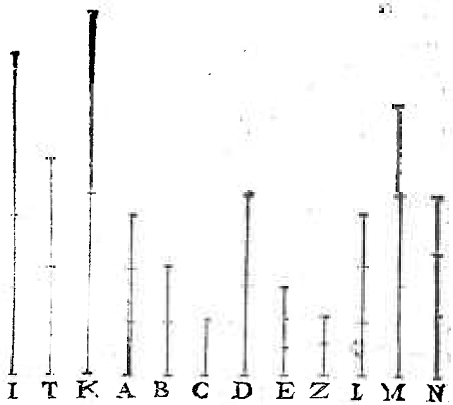
Theorema.23. Proposicion.23.

¶ Si fuerē tres quātidades,y otras a ellas yguales ē numero tomadas de dos ē dos ē vna misma razō,y la proporciō dellas fuere perturbada tābien por ygual estarā en la misma razō.

Sean las tres quantidades.A B C. y otras a ellas yguales en numero tomadas de dos en dos ē la misma razon.D.E.Z y la proporciō dellas sea perturbada,que como la.A,ala. B. asi la.E.ala.Z.y como la,B.ala.C,asi la,D.ala.E. Digo que sera tambien como la.A.ala.C.asi la.D.ala.Z, Tomense delas.A B D.las ygualmente multiplices.I.T.K.y delas. C E Z. otras qualesquiera ygualmente multiplices.L . M. N,y porq̄

 las

las.I T.delas.A B.son ygualmente multiplices,y las partes delas multiplices đ vna misma manera tienen vna misma razon(por la.15.del.5.) luego como se ha la.A.ala.B.assi la.I.ala.T.y por esto tambien como la E.ala.Z.asi la.M.a la N.y como se ha la.A. cõ la,B.asi la.E,cõ la Z,luego tãbien como



la.I.ala.T.asi la.M.ala.N.(por la.11.del.5.) Y porq̃ como se ha la.B.con la.C.asi es la.D.ala,E,y estan tomadas delas dos B.D.las ygualmente multiplices.T K.y delas dos.C,E,otras algunas ygualmente multiplices.L,M, luego como se ha la T.ala.L.asi la,K,ala,M,y al trastrocado,por la,16, del.5,como la,B.a la,D,asi la,C,a la,E,y porque las ,T.K, de las,B, D,son ygualmente multiplices,y las partes de las ygualmẽte multiplices tienen la misma razon,por la,15,del, 5,.luego como se ha la B,ala,D,asi la,T,ala.K.y como la.B,ala D,assi la,C,ala,E,luego tãbiẽ como la,T,ala.K.assi la C,ala,E,por la,11, del quinto.Otro si porque.L.M.delas.C, E, son ygualmente multiplices,luego como la,C,a la,E,assi la.L.a la,M,y como la,C,a la.E,assi la,T,a la,K.luego como la,T,ala,K,assi la.L,a la,M,y tambiẽ al trastrocado,por la.16.del,5.como la T.a la,L,tambien la,K,a la,M,Y esta demostrado que como la,I,a la,T,assi la,M,a la,N.Pues porque tres quãtidades son proporcionales,I,T,L,y otras a ellas yguales en numero,K, M,N,de dos en dos tomadas en vna misma razõ,y la proporcion de ellas es perturbada,luego por ygual,por la,21, del,5, si excede la,I,a la,L,tambiẽ excede,K,a la,N,y si ygual ygual y si menor menor,Y son, I,K, ygualmente multiplices de las

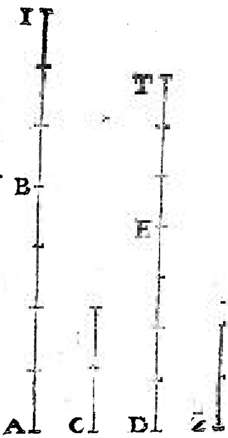
A,D,

A.D.y la.L.N.de las.C.Z.son ygualmente multiplices. Luego como se ha la.A.a la.C.assi la.D.a la.Z.(por la.6. definiciõ del quinto)luego si fueren tres quantidades,y otras a ellas yguales en numero,tomadas de dos en dos en vna misma razon,y la proporcion dellas fuere perturbada,tambien por ygual estaran en la misma razon.Lo qual cõuino demostrarse

Theorema.24 Proposicion.24.

Si el primero al segũdo tuuiere la mismarazõ que el tercero al quarto,pero tuuiere el quinto al segundo la misma razon que el sexto al quarto,tambien compuestos primero y quinto tendran la misma razon al segundo,que el tercero y el sexto al quarto.

El primero.A B.al segundo. C. tenga la misma razon que el tercero.D E.al quarto.Z.y tenga tambien el quinto. B I. al segundo. C.la misma razon que el sexto E T.al quarto.Z. Digo q̃ tambien cõpuestos primero y quinto.A I.al segundo.C. tendrã la misma razon q̃ el tercero y sexto.D T,al quarto.Z. porque como se ha B I.a la.C.assi es.E T. a la.Z . luego tãbiẽ conuertiendo,como se ha la.C.a la.B I.assi la.Z,a la.E T, Pues porque como la.A B.a la.C.assi la,D E.a la,Z. y como la.C.a la,B I.assi la.Z.a la.E T.Luego porygual (por la.22.del.5.)seraque como.A B.ala B I,assi la.D E,a la,E T. y porque diuididas las quantidades son proporcionales tambien cõpuestas serã proporcionales (por la.18.del.5.) luego como la. A I.a la I B.assi la.D T.a la.T E.y como la.B I.a la.C. assi tãbiẽ la, E T. ala.Z,luego por ygual (por la.22,del. 5.)sera que como. A I.

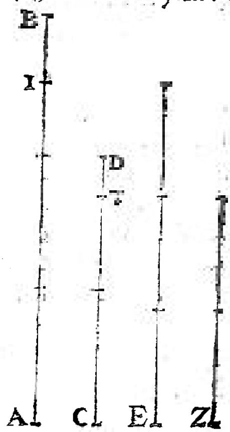


ala.C.asi la.D T.ala.Z.luego si el primero al segūdo tuuiere la misma razō q̄ el tercero al quarto, pero tuuiere el quinto al segundo la misma razō q̄ el sexto al quarto, tābien cōpuestos primero y quinto al segūdo tendrā la misma razon quel tercero y sexto al quarto, lo qual conuenia demostrarse.

Theorema. 25. Proposicion. 25.

¶Si quatro quantidades fueren proportionales, la mayor dellas y la menor seran mayores que las que restan.

Seā quatro cātidades proportionales. A B.C D.E. Z.q̄ como la. A B.a la.C D.asi la.E.a la.Z.y sea la. A B.la mayor dellas, y la menor sea.Z.digo q̄ las dos. A B.Z. sō mayores q̄ las dos.C D.E.pongase, por.la.3.del.1, la. A I.ygual ala.E. y la. C T.ygual a la. Z. pues porque como se ha la.A B.ala.C D.asi la.E, ala.Z.y es ygual la.E.ala. A I.y la.Z.ala. C T. luego como la. AB.ala.C D.asi la, A I.ala.C T y porque como toda la. A B. a toda la. C D.asi la parte. A I.ala parte.C T. luego la resta.I B, por la.19.del.5.a la resta. T D.sera como toda. A B.a toda.C D.y es mayor la. A B.que la.C D. luego mayor es la. I B.q̄ la. T D. Y porq̄ es ygual la. A I.ala, E, y la.CT.ala, Z, luego la. A I y la, Z, son yguales a las, C T, E, y porq̄ si a desiguales se les añaden yguales, los todos seran hechos desiguales, por la.4. comun sentencia, luego como la.I B, y la.T D, seā desiguales y la, IB, sea mayor, y ala I B, se le añada la. A I, y la, Z, y ala, T D.se le añadā la.C T.y la.E.producirāse la.A B.y la. Z. mayores q̄ las dos.C D.y la.E. luego si quatro quātidades fuerē proporcionales, la mayor dellas y la menor serā mayores q̄ las que restā. Lo qual cōuenia demostrar se.



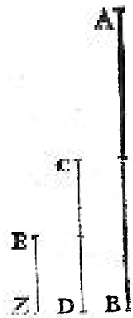
¶Fin del quinto libro

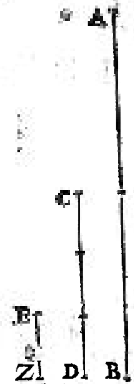
LIBRO SEXTO DE LOS ELEMENTOS DE EVCLIdes Megarense philosopho Griego.

¶Definiciones.

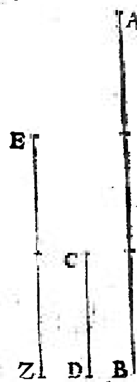
1. ¶ Semejãtes figuras rectilineas son las que vno a vno tienen los angulos yguales,y los lados que contienen a los angulosyguales son proporcionales.
2. Figuras reciprocas son, quando en la vna y otra figura los terminos antecedentes, y los consequentes fueren racionales.
3. Dize se ser diuidida vna linea recta con razon extrema ymedia quando fuere queco mo se ha toda a la mayor parte,assi la mayor a la menor.
4. La altura de cada figura es la perpẽdicular tirada desde la punta asta la basis,
5. La razon se dize constar de dos o masrazones quando las quãtidades de las razones multiplicadas hazen alguna quantidad.

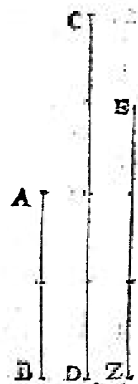
¶Sea la, A B.que tenga dada la razon a la C D. como doblada otres doblada o otra qualquiera, y la.C D. a la.E Z.tambien tenga la misma dada. Digo que la razon de la misma. A B.y de la, E Z.consta de la, A B.a la.C D.y de la. C D.a la.E Z. o que la quantidad de la razõ. A B a la.C D.multiplicada por la quantidad de la razon dela.CD a la.E Z.haze la razon dela.A B.a la,E Z.y sea lo primero la A B.mayor que la. C D.y la.C D.que la,E Z.y sea la.A B. doblada a la.C D.luego la. A B,sera seyscupla de la.E Z,porque





si doblamos el triplo de alguna cosa, haze se seyscuplo,porque esto es propriamẽte composicion,O desta manera,porque la.A B,es doblo dela.C D diuidase la.A B.en yguales a la, C D. que seã.A I.I B, y porque C D. es tripla de la.E Z,y es ygual la. A I,a la.C D.luego tambien la.A I,es tripla a la . E Z. y por esso la I B.es tambien tripla a la.E Z.luego toda la. A B. es seys cupla dela.E Z.luego toda la razon de la. A B.a la.E Z. se junta por la.C D.termino medio,compuesta dela razon dela.A B, a la,C D.y de la.C D,a la,E Z.Dela misma manera tambien si fuere menor la.C D.que cada vna delas dos.A B.E Z.se colle





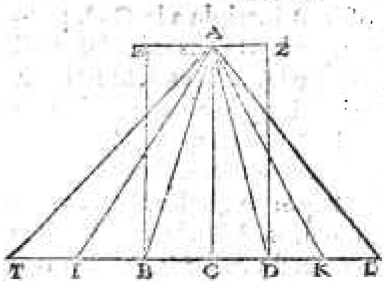
gira lo mismo. Porque sea otrosi la. A B. tripla a la. C D. pero la, C D. sea mitad de la. E Z. y porque la. C D. es mitad de la. E Z. y la, A B. es tripla de la, C D, luego la. A B. es sesquialtera de la. E Z. porque si triplicamos la mitad de alguna cosa, contendra la vez y media. y porque la. A B. es tripla de la. C D. y la, C D. es mitad dela. E Z. luego delas que la. A B. es tresyguales dela. C D. de tales es dos la. E Z. por lo qual la. A B. es sesquialtera dela. E Z. luego la razon de la. A B. a la, E Z. se cōpone por el termino medio. C. D. cōpuesta dela razon de la. A B a la. C D. y dela, C D. a la. E Z. Pero sea ya la. C D. mayor que cada vna de las dos. A B. E Z. y sea la. A B. mitad de la. C D. y la. C D. sesquitercia dela. E Z. Pues porque delas q̄ la. A B. es dos de tales la. CD. quatro, y de quales la. CD. es quatro de tales la, EZ. tres. Luego de quales la. A B. es dos de tales la. E Z. tres, luego cōponense la razon dela. A B. a la. E Z. por el termino medio. C D, que es de dos a tres. De la misma manera tambien en mas, y en los casos q̄ restan. Y manifiesta cosa es que si de vna razon compuesta se quita vna qualquiera delas cōpuestas, echado vno de los simples se tomara la que resta de las compuestas.

Theorema. 1. Proposicion. 1.

¶ Los triangulos y los parallelogramos que estan debaxo de vna misma altura se han entre si como las bases.

Sean los triangulos. A B C. A C D. y los parallelogramos. E C. C Z. que esten debaxo de vna misma altura conuiene a saber, d̄ la perpēdicular tirada desde la. A. asta la. B D. digo que como se ha la basis. B C, con la basis. C D. assi se ha el triangulo. A B C, al triangulo. A C D, y el parallelogramo. E C. al parallelogramo. C Z. Estiendase (por la, 2. peticion) la. D B. de vna y otra parte asta en los punctos. T. L, y (por la. 2. del primero) ponganse yguales ala basis. B C. algunas. B I, I T, y a la

basis



basis.C D.otras tantas yguales.D K.K L.y tiren se las lineas.A I.A T.A K.AL.y porque,C B.B I,I T.son yguales entre si,seran yguales tambien entre si los triangulos. A T I.A I B.A B C.(por la.38 dl.1.)luego q̃n multiplice es la basis T C.dela basis.BC.tã multiplice es el triangulo,A T C.del triãgulo.A BC.y por lo mismo quan multiplice es la basis.L C.dela basis.D C.tã multiplice es tãbien el triãgulo.A L C,del triangulo,A D C,y si es ygual la basis . T C. ala basis C L.tambien(por la,38,del.1.)sera ygual el triangulo. A T C. al triangulo.A L C,y si la basis,T C,excede ala basis,C L.tambien el triangulo.A T C.excede al triãgulo. A C L.y si menor menor(por la.6.definiciõ del.5.)luego á las quatro quantidades,dos bases,esto es.B C.C D,y dos triangulos esto es,ABC AC D.estã tomadas las ygualmẽte multiplices dela basis,B C y del triãgulo,A B C,la basis,T C,y el triãgulo,A T C,pero d̃ la basis.C D,y del triãgulo,A C D, otras algunas ygualmẽte multiplices q̃ es la basis,CL,y el triãgulo,ALC,y esta d̃mostrado q̃ si excede la basis,T C,a la basis,C L,excede tãbien el triangulo,A T C,al triãgulo,A L C,y si ygual ygual , y si menor menor,Luego como se ha la basis,B C,ala basis,C D,assi el triangulo , A B C,al triãgulo,A D C (por la,6,d̃finiciõ del,5,)y porq̃ (por la,41,del,1,el parallelogramo,EC,es duplo al triãgulo,A B C,y del triãgulo,A C D,es,por la misma , duplo el parallelogrãmo,C Z,y las partes de las ygualmẽte multiplices,por la,15,del,5,tienẽ la misma razon,luego como se ha el triangulo,A B C,al triangulo,AC D, assi el parallelogrãmo E C,al parallelogrãmo, C Z,Pues porque estuuo claro que como la basis,B C,a la basis ,C D ,assi el triangulo , A B C,al triangulo,A CD,y como el triãgulo,AB C,al triãgulo.A CD assi el parallelogrãmo,E C, al pallelogrãmo,Z C,luego tãbiẽ

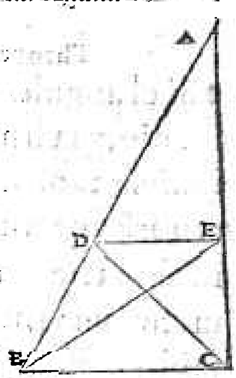
por

(por la.10.del.5.)como la basis.BC.a la basis.C D.assi el paralelogramo,E C.al pallelogramo.Z C.luego los triangulos y los paralelogrãmos que estã debaxo de vna misma altura se hã entre si como las bases, lo qual conuenia demostrarse.

Theorema.2. Proposicion.2.

¶Si fuere tirada algũa linea recta equidistãte a vno delos lados del triãgulo,corta ꝓportionalmẽte los lados del triangulo. Y si los lados del triãgulo fuerẽ cortados proportionalmẽte,la linea recta q̃ abraça las diuisiones sera equidistãte al lado q̃ restã del mismo triãgulo

Tirese la linea.D E.palela al lado.B C.del triãgulo.A B C Digo q̃ como se ha la.B D.ala.D A.assi es la.CE.ala.EA.tirẽse B E.C D.luego(por la.37.đl.1.) ygual es el triãgulo.BDE.al triãgulo.C DE.porq̃ estã enla misma basis.DE.y ẽ vnas mismas palelas.D E.BC.y es otro triãgulo ADE.ypor la.7.đl.5.las yguales tiene vna misma razõ a vna misma, luego como se ha el triãgulo.B D E.al triãgulo. A D E.assi el triãgulo.C DE.al triãgulo.A D E.y como el triãgulo.B D E.al triãgulo A D E.assi es la.B D.ala. D A. porq̃ como estẽ đbaxo đ vna misma altura,per pẽdicular esa saberđsde. E.sobre.AB.seran entre sicomo las bases,por la,1,del.6. y por tãto como el triangulo. C DE.al triangulo.A D E.assi.la.C E.ala.E A. luego tambien (por la.11.del.5.) como.B D.ala,D A.assi la. C. E.a la.E A. Pero cortense aora los lados . A B. A C.del triangulo . A B C. proportionalmente que como la .B D. ala . D A.assi la.C E.ala.E A.y tirese.DE.digo que es parallela la



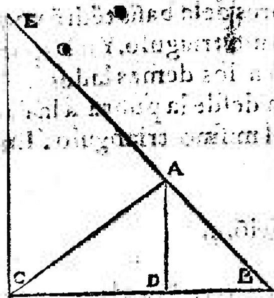
D E.

D E.a la . B C, porque dispuesto como antes, porque como la.B D.se ha cõ la.D A.assi la.C E.cõ la.E A.y como la.BD.a la.DA, assi el triãgulo.BDE.al triãgulo.ADE(por la.1.del.6.) y como la.C E.ala.E A.assi el triãgulo.CDE.al triãgulo.ADE (por la misma) (luego tãbiépor la.11.del.5)como el triãgulo BDE.al triãgulo.ADE.assi el triãgulo.CDE.al triãgulo.ADE luego cada vno delos dos triangulos.B D E.C D E. tiene vna misma razõ con.A DE.(por la.9,del.5.)luego(por la misma) ygual es el triãgulo,B D E.al triangulo.CD E. y estan en vna misma basis.D E.y los triãgulos yguales y q̃ estan en vna misma basis,tambien estã en vnas mismas parallelas (por la . 39. del .1. luego.D E.parallela es a la.B C. luego si fuere tirada alguna linea recta parallelã avno delos lados deltriãgulo corta proporcionalmẽte los lados del triãgulo,y si los lados del triangulo fuerẽ cortados proporcionalmente la linea recta q̃ abraça las diuisiones sera equidistante al lado que resta del mismo triangulo.Lo qual conuino demostrarse.

Theorema. 3. Proposicion. 3.

¶ Si el angulo de vn triãgulo se diuidiere por medio,y la linea recta que diuide el angulo diuidiere tambien la basis,las partes de la basis tendrã vna misma razon a los demas lados d̃l mismo triangulo:y si las partes dela basis tuuieren vna misma razõ a los de mas lados del mismo triangulo,la linea recta tirada desdeel puncto a la diuision diuide por medio el angulo del mismo triangulo.

Sea el triangulo. A B C.y(por la nona del primero) cortese por medio el angulo.B A C.con la linea.recta,A D. digo q̃ como



como se ha la.B D.con la.C D. assi es la,B A.cõ la,A C.Saquese(por la. 31. del.1.) por el puncto.C.la. C E.parallela a la.D A,y estendida la.B A.concurra con ella en.E.Y porq̃ sobre las parallelas.A D,C E,cayo la linea recta.A C.luego el angulo . A C E (por la.29.del,1.)es ygual al angulo.C AD y suponese que el angulo. B A D.es ygual al angulo,CAD,luegoel angulo B A D,es ygual al angulo,A C E,Otrosi porq̃ sobre las parallelas.A D.E C.cayo la linea recta.B A E,(por la,28,del.1.)el angulo exterior.B A D.es ygual al angulo interior. A E C. y esta demostrado q̃ el angulo.A C E.es ygual al angulo.B A D luego tãbiẽ el angulo.A C E,es ygual al angulo.A E C.por lo qual tambiẽ el lado.A E.es ygual al lado.A C(por la.6.del.1.) y porque al vn lado.E C.del triangulo.B C E.se tiro parallela la.A D,luego corta los lados.B E. B C.proporcionalmente(por la,2.del.6.)luego como.B D.a la.D C.assi la.B A. a la A E.y es ygual la.A E.a la.A C.luego(por la.11.del.5.como se ha la.B D.a la.D C.assi se ha la.B A.a la.A C.Pero sea que como la.B D.a la.D C.assi la.B A.a la.A C,y tire se la. A D. digo que con la linea recta.A D.es diuidido por medio el angulo B A C.Porq̃ dispuesto todo de la misma manera,porque como se ha la.B D.a la.D C.assi es la,B A.a la.A C . y assi como. D B.con.D C.assi la.B A.con la.A E(por la.2.del, 6.) porque al vn lado.E C.del triangulo.B C E,se tiro parallela la.AD.luego como la.B A.a la.A C,assi la.B A.a la.A E. Luego por la. 9,del.5.)la.A C.es ygual a la.E A.por lo qual tambien el angulo.A E C.(por la quinta del primero)es ygual al angulo,A C E.y por la.29,del.1.)el angulo.A E C.es ygual al exterior . B A D.y el angulo.A C E.es ygual al angulo.C A D.Luego.B A D.es ygual al angulo.C A D.luego el angulo.B A C.es diuidido por medio con la linea recta.A D.luego si el angulo de vn triãgulo se diuidiere por medio y la linea recta q̃ diuide al an

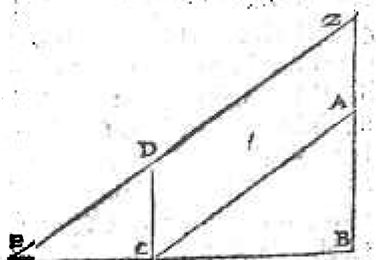
gulo

gulo diuidiere tābien la basis, las partes dela basis tēdrā vna misma razō a los demas lados del mismo triāgulo. Y si las partes dela basis tuuierē vna misma razō a los demas lados del mismo triangulo, la linea recta tirada desde la punta a la diuision, diuide por medio el angulo del mismo triangulo. Lo qual se hauia de demostrar.

Theorema. 4. Proposiciō. 4.

¶ Los lados de los triangulos equiāgulos que abraçan yguales angulos son proporcionales: y son de semejante razon los lados que se oponen a yguales angulos.

¶ Sean los triāgulos de yguales angulos. A B C. D C E. q̄ tengā ygual el āgulo. A B C, al angulo. D C E. y el āgulo, B A C, al angulo, C D E, y el angulo, A C B, al āgulo, D E C, Digo que son proportionales los lados delos triangulos, A B C, D C E, que abraçan yguales angulos, y que son de vna misma razō los lados que estā opuestos a yguales angulos. Ponga se en linea recta la, B C. con la, C E, y porque los āgulos A B C, A C B, son menores q̄ dos rectos (por la, 17, del, 1) y es ygual el angulo, A C B, al angulo, D E C. luego los angulos, A B C, D E C, son menores que dos rectos. luego produzidas la, B A, y la, E D. vēdrā a juntarse. juntense y vengan a tocarse enel puncto, Z, y por que (por la supposicion) es ygual el angulo, D C E, al angulo A B C. luego (por la, 28, del, 1,) es parallela la, B Z, a la. C D, Otrosi porque (por la supposicion) el angulo, A C B. es ygual al an



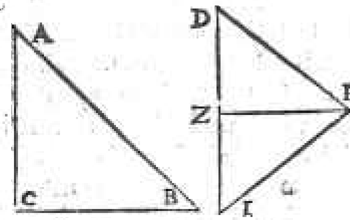
al angulo,DEC(por la,28,del,1,sera parallela la,A C.ala,ZE luego,Z A C D,es parallelogrāmo,luego ygual es la,Z A,ala D C,y la,A C,ala,Z D,y porque(por la segūda del,6,)se tiro la.A C.parallela al vn lado.Z E.del triangulo.Z B E.luego como se ha la.B A.a la.A Z.assi la.B C,a la.C E.y es ygual la.A Z a la.C D.luego(por la.11.del.5.)como se ha la.B A.a la.C D.assi la.B C.a la.C E.y al trastrocado(por la.16.del.5.)como la. A B.a la.B C.assi la.D C.a la.C E,Yten porque.C D.es parallela a la.B Z.luego(por la.2.del.6.)como se ha la.B C.a la,C E. assi la.Z D.a la D E.y es ygual la.Z D.a la.A C.luego como la B C.a la.C E.assi la.A C.a la.D E.luego al trastrocado(por la 16.del.5.como la.B C.a la.C A.assi la.C E .a la.E D. pues porq̄ esta demostrado q̄ como la.A B a la.B C.assi la.D C.a la. C E y como la.B C.a la.C A.assi la.C E.a la.E D. luego por ygual (por la.22.del.5.)como la.B A.a la.A C.assi la,C D. a la . D E Y por tanto los lados de los triangulos equiāgulos que abraçan yguales angulos son proporcionales,y son de semejante razon los lados que se oponen a yguales angulos.Lo qual se huuo de demostrar.

Theorema.5. Proposicion.5,

¶Si dos triangulos tuuieren proporcionales los lados,seran triangulos equiangulos.y tendran yguales los angulos,a los quales se oponen lados de vna misma razon.

Sean los angulos.A B C,D E Z.que tengan los lados proporcionales,q̄ como se ha la.A B.cō la.B C,assi la.D E. con la E Z.y como la.B C.cō la.C A.assi la.E Z.cō la.Z D,y tābiē como la.B A.cō la.A C.assi la.E D.cō la.DZ. Digo q̄ el triāgulo A B C.es equiangulo al triāgulo. D EZ. y tendrā yguales los angulos a los quales se oponen lados de vna misma razon, esto es, el angulo . A B C. con el angulo, D E Z. y el angulo BCA

BCA.con el angulo.E Z D.y de mas desto el angulo. B A C. con el angulo.E D Z.hagase pues,por la.23.del.1, sobre la linea recta.E Z.y en el puncto suyo.E.el angulo. Z E I. ygual al angulo.A B C.y sobre el puncto.Z.el angulo.EZ I.ygual al angulo.A C B.luego(por la.32.del.1.)el angulo. B A C.que resta es ygual al angulo.E I Z.que resta.Luego es equiãgulo el triangulo.ABC.al triãgulo Z E I.luego los lados delos triangulos.A BC.E I Z.que comprehenden yguales angulos son proporcionales (por la.4. del. 6.) y son de vna misma razon los lados que se opponen a yguales



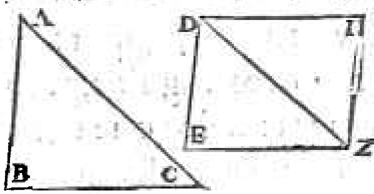
angulos.Luego como se ha la.A B.con la.B C.assi la. I E. con la.E Z.y como la.A B.con la.B C.assi se presupone la.D E.cõ la.E Z,luego como la.D E.con la.E Z.assi la,I E.con la.E Z.luego cada vna de las dos. D E.I E.con la.E Z.tiené vna misma razon.luego(por la.9.del.5.)la.D E.es ygual a la. E I.,y por tanto tambien la.D Z.es ygual a la.Z I. pues porque la. D E, es ygual a la.E I.y comun la.E Z.luego las dos. D E.E Z. son yguales a las dos.I E.E Z.y la basis.D Z.es ygual a la basis.Z E.luego el angulo.D E Z,por la.8.del.1.es ygual al angulo.IE Z.y el triangulo.D E Z,por la.4.del. 1.,es ygual al triangulo. I E Z.y los de mas angulos serã yguales a los de mas angulos debaxo delos quales se estiédé yguales lados.Luego el ãgulo D Z E.es ygual al ãgulo.I Z E.y el ãgulo.E D Z. al ãgulo.E I Z y porq̃ el ãgulo.Z E D.es ygual al ãgulo. I E Z.y el ãgulo.I EZ al angulo.A B C.luego tãbié el ãgulo.A B C.es ygual al ãgulo. ZED.y por el tãto tãbié el ãgulo. A C B.es ygual al angulo,D Z E.Y demas desto el ãgulo del pũcto.A.y el del pũcto,D.luego el triãgulo.A BC.es equiãgulo al triãgulo. D E Z. luego si dos triãgulos tuuieré los lados proporcionales serã los triãgulos equiãgulos y tédrã yguales los angulos,a los quales se les oponen lados de vna misma razõ, lo qual se auia de demostrar.

Theo-

Theorema. 6. Proposicion. 6.

¶ Si dos triangulos tuuieren el vn angulo ygual al vn angulo, y proporcionales los lados de junto a yguales angulos, seran equiágulos los triangulos, y tendran yguales los angulos debaxo de los quales se estiendē lados de vna misma razon.

Sean dos triangulos, A B C, D E Z, que tēgan ygual el vn angulo, B A C, al vn angulo. E D Z, y los lados de junto a yguales angulos, proporcionales que como B A, cō, A C, assi E D, con, D Z, Digo que el triangulo, A B C, es equiangulo al triangulo, D E Z, y tendra el angulo, A B C, ygual al angulo D E Z, y el angulo, A C B. al angulo, D Z E, Hagase, por la, 23, del, 1, sobre la linea recta, D Z, y sobre el puncto, D, el angulo. Z D I, ygual a cada vno delos dos, B A C, E D Z, y el angulo, D Z I, ygual al angulo, A C B, luego el angulo, B, que resta es ygual al angulo. I. que resta. Luego el triangulo. A B C. es equiangulo al triangulo. D I Z. luego hā se proporcionalmente que como la. B A. con la. A C. assi la. I D. con la. D Z (por la. 4. del. 6.) y esta recebido que como la. B A. con la. A C. assi la. E D. con la. D Z. luego tambien (por la. 11. del. 5.) como la. E D. con la. D Z. assi la I D. con la. D Z. luego (por la. 9. del. 5. la. E D. es ygual a la. D I. y comū la. D Z. Son pues yguales las dos. E D. D Z, a las dos I D. D Z y (por la suposiciō) el āgulo. E D Z. es ygual al āgulo I D Z, luego la basis. E Z (por la. 4. del. 1.) es ygual a la basis. I Z



y el triangulo.D E Z.es ygual(por la misma)al triangulo.ID Z.y los demas angulos seran yguales a los demas angulos de bajo delos quales se estienden yguales lados, luego el angulo D Z I. es ygual al angulo.D Z E. y el angulo. I. ygual al angulo. E. Pero el angulo.D Z I.es ygual al angulo.A C B.luego el angulo.A C B.es ygual al angulo.D ZE.y esta admitido quel angulo,B A C.es ygual al angulo.ED Z.luego el angulo B.que resta es ygual al angulo.E.que resta, luego el triangulo A B C.es equiangulo al triangulo. DEZ, Luego si dos triangulos tuuieren el vn angulo ygual al vn angulo, y proporcionales los lados de junto a yguales angulos, seran equiangulos los triangulos y tendran yguales los angulos, debaxo delos quales se estienden lados devna misma razon, lo qual se ofrecio demostrarse.

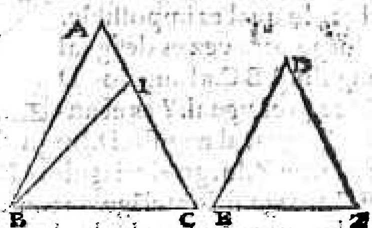
Theorema.7. Proposicion.7.

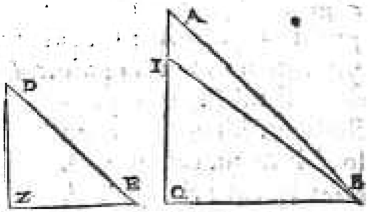
¶ Si dos triangulos tuuiere el vn angulo ygual a vn angulo, y pporcionales los lados dejūto a los otros angulos, pero el vno y el otro juntamente delos que restan o menor, o no menor que recto, seran equiangulos los triangulos y tendran yguales los angulos, junto a los quales los lados son proporcionales.

Sean los dos triangulos.A B C.D E Z.que tengan el vn angulo ygual a vn angulo, conuiene a saber, el angulo.BAC. al angulo.E D Z.pero proporcionales los lados de junto a los otros angulos. A B C.D E Z.de manera que como se ha.A B. con.B C.assi.D E.con E Z.y ambos a dos juntamēte los que estan enlos punctos.C.Z, quanto a lo primero mayores que recto.Digo quel triangulo.A B C.es equiangulo al triangulo

DEZ

D E Z.y que sera ygual el angulo.A B C.al angulo.DEZ.y el angulo.C,que resta al angulo.Z.que resta Porque si es desigual el angulo.A B C.al angulo .D E Z ,el vno dellos es mayor,Sea mayor el angulo.A B C.y por la.23.del.1. sobre la linea recta.A B.y en el puncto suyo.B.hagase el angulo. A B I.ygual angulo. D. E Z.y porque el angulo.A es ygual angulo.D.y el angulo.A B I,al angulo. D E Z.luego el angulo.A I B,q̃ resta es ygual al ãgulo.D Z E.que resta,luego el triangulo.A B I.es equiangulo al triãgulo.D E Z.luego por la.4.del.6.como se ha la.AB.con la BI assi se ha la.D E. con la.E Z.y esta admitido q̃ como la.D E. con la.E Z.assi la.A B.conla.B C,luego por la.1 1. del quinto, como se ha la.A B,con la.B C.assi la.AB.cõ la,B I.luego, por la.9.del.5.la.A B.tiene vna misma razon con cada vna de las dos.B C.B I.luego ygual es la.B C,ala.B I.por lo qual, por la 5.del.1.tambien el angulo.B I C.es ygual alãgulo.B CI.y supõgase el angulo.C.menor que recto,luego el angulo.B I C. es menor que recto.Por lo qualpor la.13.del.1.el angulo dela otra parte.A I B,es mayor que recto,y esta demostrado q̃ es ygual al angulo.Z.luego el angulo. Z.es mayor que recto,Pero supponese por menor querecto,lo qual es absurdo,luego el angulo. A B C.en ninguna manera es desigual al angulo. D E Z.yes ygual el angulodel puncto.A.al angulo.D. luego tambien el angulo,C.que resta es ygual al ãgulo.Z.que resta,por la.32.del,1.luego el triãgulo.A B C.es equiangulo al triãgulo DEZ.Otro si presupongase que el vno y el otro de los angulos.C,Z,no es menor que recto.Digo otra vez q̃ es tãbien equiãgulo el triãgulo.A BC.al triangulo.D E Z.porque estando dispuesto todo dela misma manera, semejãtemẽte demostraremos q̃.B C.es ygual ala.BI.por lo q̃l tãbiẽ el ãgulo.C.es ygual al ãgulo.BIC,y el ãgulo.C.noes menor q̃ recto luego ni



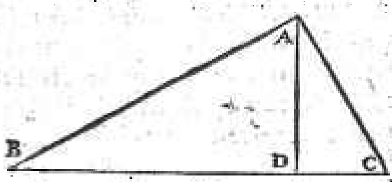


tãpoco es menor q̃ recto el angulo. B I C. luego (por la. 17. del. 1.) los dos angulos del triãgulo. B I C. no son menores q̃ dos rectos, lo qual es impossible. No luego otra vez es desigual el angulo. A B C. al angulo. D E Z. luego es ygual. Y es el angulo. A. ygual al angulo. D. luego el angulo. C. q̃ resta es ygual al restante. Z. luego el triãgulo. A B C. es equiãgulo al triãgulo D E Z. Luego si dos triãgulos tuuierẽ el vn ãgulo ygual al vn angulo y proporcionales los lados de junto a los otros angulos, pero el vno y el otro delos q̃ restã juntamente menor, o no menor que recto, serã equiãgulos los triãgulos, y tẽdrã yguales los angulos, jũto a los quales los lados son proporcionales. Lo qual conuino demostrarse.

Theorema. 8. Proposicion. 8.

¶ Si enel triangulo rectãgulo se tirare vna perpendicular sobre la basis, desde el angulo recto, los triangulos de sobre la perpendicular, son semejantes al todo, y entre si.

Sea el triãgulo rectãgulo. A B C. q̃ tiene recto el ãgulo. B A C. y tirese (por la. 12. del. 1.) desde. A. sobre. B C. la perpendicular A D. Digo q̃ cada vno de los dos triangulos. A B D. A D C. es semejante a todo el triãgulo. A B C. y tãbien entre si. Porq̃ es (por la. 4. peticion) ygual el angulo. B A C. al angulo. A D B. porque el



vno,

vno y el otro es recto,y el angulo.B.es comun delos mismos dos triangulos.A B C.A B D.luego el angulo que resta.A CB es ygual al angulo que resta.B A D(por la.32.del.1.) luego el triangulo.A B C.es equiágulo al triangulo.A B D.luego(por la.4.del. 6.)como se ha la.C B.oppuesta al angulo recto del triangulo.B A C.a la.B A.oppuesta al angulo recto del triangulo.B A D assi la misma.A B.oppuesta al angulo.C.del triágulo.A B C.a la.B D.oppuesta al angulo ygual.B A D,del triangulo mismo.A B D.y tambien la.A C.a la.A D. opuesta al angulo.B.comũ delos dos triangulos.Luego el triangulo . A B C.es equiangulo al triágulo.A B D.(por la.7. del 6.)y tiene proporcionales los lados que estan junto à yguales angulos Luego el triangulo.A B C.es semejante al triangulo . A B D. (por la primera difinicion del sexto) Dela misma suerte demostraremos tambien que el triangulo.A D C : es semejante al triangulo,A B C.luego cada vno de los dos triágulos . A B D.A D C.es semejante a todo.A B C. Digo tambien que aun entre si son semejantes los triangulos.A B D.A D C , porque el angulo recto.B D A.es ygual al angulo recto.AD C(porla quarta peticion)y está demostrado que tambien es ygual el angulo.B A D al angulo.C.Luego el angulo.B.que resta esygual al angulo q̃ resta.D A C.luego el triangulo.A B D. es equiangulo al triangulo.A D C.luego como se ha la.BD.opuesta al angulo.B A D.del triangulo.A B D,cõ la.D A. opuesta al angulo.C.del triangulo.A D C.ygual al angulo.B A D.assi la.A D.opuesta al angulo.B.del triangulo.A B D. con la.D C oppuesta al angulo.D A C.del triangulo.A D C. ygual al angulo, B.y demas desto la.B A,con la.A C.que está oppuestas a los angulos rectos.Luego el triangulo.A B D. es semejante al triangulo.A D C.Luego si en el triangulo rectangulo se tirare vna perpendicular sobre la basis desde el angulo recto, los triangulos de sobre la perpendicular son semejãtes al todo,y entre si.Lo qual conuino demostrarse .

Corelario.

¶De aqui es manifiesto que si en el triangulo rectangulo desde el angulo recto se tira vna perpendicular sobre la basis, la que es tirada es media proporcional a las partes dela basis: y de mas desto el lado de jũto a la parte es medio proporcional entre toda la basis y la misma parte: que se hauia de demostrar.

Problema.1. Proposicion.9.

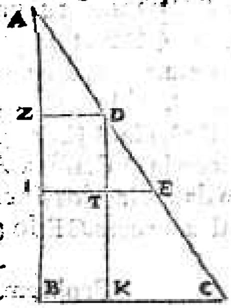
¶Dada vna linea recta, cortar vna parte que nos mandan.

Sea la linea recta dada. A B. conuiene de la misma. A B. cortar vna parte q̃ nos mandan. Mandese vna tercera parte, y tire se desde. A. la linea recta. A C. que haga con la. A B. angulo, y tomese en la. A C. vn puncto a caso, y sea. D. y hagase (por la. 2. del. 1.) la. D E. ygual a la. A D. y tambien la E C. y tirese. B C. y por el puncto. D. (por la, 31. del. 1.) tirese la. DZ. parallela a la. BC. Pues porque al vn lado. B C. del triãgulo A B C. se tiro la. Z D. parallela, luego es proporcionalmẽte (por la. 2. del. 6.) q̃ como la. C D. cõ la. D A. assi la. B Z. cõ la. Z A y la. C D. es dupla a la. D A. luego tãbien es dupla la. B Z. a la. Z A. luego la. B A. es tripla a la. A Z, luego dada la linea recta. A B. se corto la tercera parte. A Z. que se mando. Lo qual conuino hazerse.

Problema .2. Proposicion.10.

¶Dada vna linea recta no diuidida, diuidirla semejãtemẽte a vna linea recta dada cortada

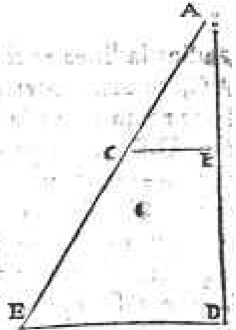
Sea la linea recta dada no cortada. A B. y la cortada sea. A C, conuiene cortar la linea recta. A B. semejantemente a la linea recta cortada. A C. Sea la linea. A C. diuidida en los punctos. D. E. y esten puestas de suerte que hagã angulo qualquiera, y tire se. B C. y por los punctos. D E. tiren se. D Z. E I. parallelas. a la. B C (por la treynta y vna del primero) y por. D. saque se. D T K. parallela a la. A B. (por la misma) sera pues parallelogramo cada vno de los dos. Z T. T B. luego. D T. es ygual a la. Z I. y la. T K. a la. I B. Y porque al vn lado. K C. del triangulo. D K C se tiro parallela la linea recta. T E. luego (por la segunda del. 6.) sera proporcionalmente, que como la. C E. con la. E D. assi la. K T. con la T D. y la. K T. es ygual a la. B I. y la. T D. a la. I Z. Luego sera (por la segunda del quinto) que como. C E. con la. E D, assi la B I, con la. I Z. Otro si porque se tiro la. Z D. parallela al vn lado. I E. del triangulo. A I E. luego es proporcionalmẽte (por la primera del. 6) que como la. E D. con la, D A. assi la. I Z. con la. Z A. y demostrose que como la. C E. con la. E D. assi la. B I. con la. I Z. luego sera que como la. C E. con la. E D. assi la. B I. con la. I Z. y como la. E D. con la. D A. assi la. I Z. con la. Z A. luego dada la linea recta no cortada. A B. cortose semejantemente a la linea recta dada cortada. A C. Lo qual conuenia hazerse.



Problema .3. Proposicion. 11.

¶Dadas dos lineas rectas, hallar otra tercera proporcional.

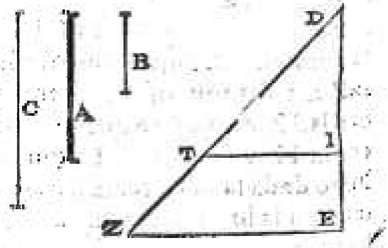
Sean las dos lineas rectas dadas. B A. A C. y esten de manera que hagan angulo a caso. conuiene a las dos. B A. A C. hallarles vna tercera proporcional. Estiendanse la. B A. y la. A C. asta los punctos D. E. y ponga se la B D (por la. 2. del. 1.) ygual a la. A C. y tirese. B C. y saque se la D E, por el puncto. D. (por la. 31. del. 1.) parallela con. B C. Pues porque se tiro la. B C. paralella al vn lado. D E. del triãgulo, A D E. sera proporcionalmente (por la. 2. del 6.) que como la. A B, con la. B D. assi la. A C. con la. C E. y es ygual la. B D. a la. A C. Luego como se ha la. A B. con la. A C. assi la. A C. con la. C E. luego dadas las dos lineas rectas. A B. A C. se les hallo proporcional la tercera. C E. lo qual conuenia hazerse.



Problema. 4. Proposicion. 12.

Dadas tres lineas rectas hallar vna quarta proporcional.

Seã tres lineas rectas dadas. A. B. C. conuiene a estas A. B. C. hallarles vna quarta proporcional. Pongãse dos lineas rectas. D E. D Z. que contengan vn angulo a caso y sea. E D Z. y pongase (por la. 2. del. 1.) la. D I. ygual a la A. y la, I E ygual a la. B. y tãbien la, D T. ygual a la. C. y tirada la. I T. tire se vna parallela a ella por el pũcto. E. y sea. E Z. (por la. 31. del. 1.) Pues porque se tiro

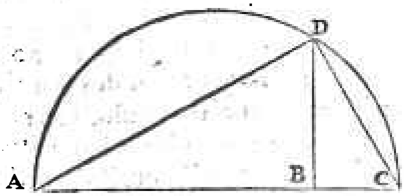


se tiro la.?T.prallela al vn lado.E Z. del triãgulo.DEZ.luego (por la.2.del.6.)como se ha.D I.cõ la.I E,assi la.DT.cõ la.T Z y es ygual la.D I.a la.A.y la.I E.a la.B.y la,D T.a la. C.luego como la.A.cõ la.B.assi la.C.con la.T Z.Luego hallose la quarta linea.T Z.proporcional a las tres lineas rectas dadas.A. B C.Lo qual conuenia hazer se.

Problema.5. Proposició. 13.

¶ Dadas dos lineas rectas hallar vna media proporcional.

Seã dos lineas rectas.A B.B C.conuiene delas dos.AB BC hallar vna media proportional.Disponganse en lineas rectas (por la 14.del.1.)y describase sobre la. A C. el medio circulo A D C.y saquese,por la onze del.1.desde el pũcto,B, la linea,B D,en angulos rectos sobre la linea,A C,y tiré se,A D D C.Porque, por la.31. del, 3, el angulo q̃ esta



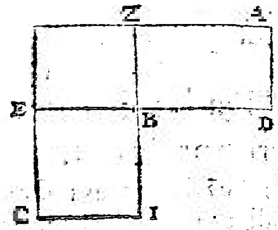
enel medio circulo que es.A D C.es recto, y porq̃ enel triãgulo rectangulo,A D C,desde el angulo recto sobre la basis se tiro la perpdicular,D B,luego,por el corelario de la,8.d̃l,6, la linea.D,B,es media proporcional a las partes dela basis.A B,B C,luego dadas dos lineas rectas,A B.B C, se les hallo la media proporcional,D B,Lo qual conuino hazerse,

Theorema.8, Proposicion. 14

¶ Son reciprocos los lados que estan junto a yguales angulos delos parallelogrãmos yguales y q̃ tienen el vn angulo ygual al vn angulo: y en los parallelogramos que tiene͂ el vn angulo ygual al vn angulo y sus lados son reciprocos,tambien ellos son yguales entre si.

Sean

Sean los parallelogrãmos yguales, A B, B C, que tengan yguales los angulos de junto a la, B. y ponganse, por la. 14. del primero, en lineas rectas. D B. B E. luego tambien estan en lineas rectas. Z B. B I, por la, 15. del, 1, Digo que son reciprocos los lados de los dos. A B, B C, que estan junto a yguales angulos, esto es, q̃ como se ha la. B D con la. B E, assi es la, I B, con la B Z. cũpla se el parallelogrãmo Z E, pues porq̃ (por la supposiciõ) es ygual el pallelogrãmo, A B, al parallelogrãmo, B C, y es vn otro, Z E, luego, por la, 7 del, 5, sera que como, A B, con, Z E, assi, BC, con, Z E, y como A B, con, Z E. assi, D B, con, B E, y como, B C, con, Z E, assi, I B con, B Z, luego, por la, 1, del, 5, como, D B, con, B E, assi, I B, cõ B Z. luego los lados de los dos parallelogramos, A B, B C, q̃ estan junto a yguales angulos son reciprocos,

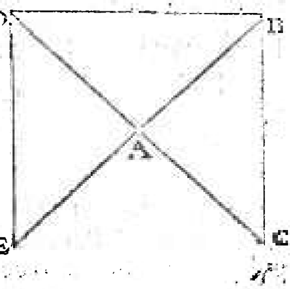


Pero sean reciprocos los lados q̃ estan junto a yguales angulos, y sea q̃ como, D B, con, B E, assi, I B, con, B Z, Digo que es ygual el parallelogramo, A B. al parallelogrãmo, B C, Porq̃ como se ha, D B, con, B E, assi, I B, con, BZ, y tãbiencomo, DB cõ, B E, assi, por la, 1, del, 6, el parallelogramo, AB, con el parallelogramo. Z E. y como. I B, cõ, B Z. assi el parallelogramo. B C. cõ el pallelogramo. Z E, luego (por la. 11. del. 5.) como. A B, cõ. Z E. assi. B C. con Z E, luego ygual es el pallelogrãmo. A B al pallelogrãmo. B C. luego los lados de yguales y equiangulos parallelogrãmos son reciprocos, los quales estan junto a yguales angulos. Y los parallelogramos que tienen el vn angulo ygual al vn angulo y sus lados son reciprocos tambien ellos son yguales entre si. Lo qual conuino demostrarse.

Theorema. 10 Proposicion. 15,

¶ Son reciprocos los lados q̃ estã jũto a yguales ãgulos delos triãgulos yguales y q̃ tienẽ el vn angulo ygual al vn ãgulo: y los triãgulos q̃ tienẽ el vn angulo ygual al vn angulo, y ſus la dos ſõ reciprocos, tãbiẽ ellos ſõ yguales ẽtre ſi

Seã yguales los triãgulos. A B C. A D E. y q̃ tẽgã el vn angulo ygual al vn ãgulo, eſto es, el angulo. B A C. ygual al angulo D A E. Digo q̃ los lados q̃ eſtã junto a yguales angulos de los dos triãgulos. A B C. A D E. ſon reciprocos, cõuiene a ſaber q̃ como ſe ha. C A. cõ A D. aſſi. E A. cõ. A B. Põgãſe, por la. 14. del 1, en lineas rectas. C A. cõ. A D. Luego en derecho eſta. E A. cõ A B. y tireſe la linea. B D. Pues porq̃ (por la ſuppoſiciõ) el triãgulo. A B C es ygual al triãgulo. A D E. y es vn otro. B A D. Luego (por la. 7. del 5.) ſera q̃ como el triãgulo. A C B. ſe ha cõ el triãgulo. A B D. aſſi el triãgulo A E D. cõ el miſmo triãgulo. A B D y como el triãgulo. A B C, cõ el triãgulo. A B D. aſſi la. C A. cõ la. A D. por la. 1. d̃l. 6, y tãbiẽ, por la miſma como el triãgulo. E A D. con. B A D. aſſi la. E A. cõ la. A B. luego (por la. 11. del. 5.) como la. C A. a la. A D. aſſi la. E A. a la. E A luego ſon reciprocos los lados q̃ eſtan junto a yguales angulos de los triangulos. A B C. A D E. Pero ſean reciprocos los lados de los dos triangulos. A B C. A D E. y ſea que como ſe ha. C A. con. A D. aſſi la. E A. con la, A B. digo que es ygual el triangulo, A B C. al triangulo. A D E. Porque tirada otra vez B D. porque como ſe ha la. C A. con la. A D. aſſi la. E A. con la A B. Y como ſe ha la. C A. con la. A D, aſſi el triangulo. A B C. con el triangulo. B A D. y como la. E A con la. A B. aſſi el triangulo. E A D. con el triangulo. B A D. luego como el triangulo. A B C. con el triangulo. B A D. aſſi el triangulo. E A D. cõ el triãgulo. B A D, luego cada vno de los dos. A B C, E A D tiene vna miſma razõ cõ, B A D, luego, por la. 9, d̃l, 5, ygual es el triãgulo. A B C, al triãgulo. E A D, Luego ſon recipocos los lados

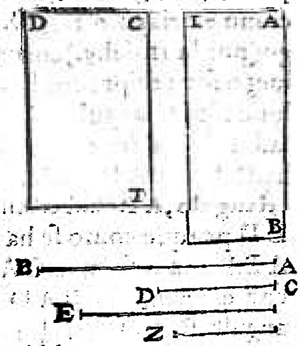


lados q̃ estan junto a yguales angulos delos triangulos yguales y que tienen el vn angulo ygual al vn angulo, y los triãgulos que tienen el vn angulo ygual al vn angulo, y sus lados sõ reciprocos, tambien ellos son yguales entresi. Lo qual conuino demostrarse.

Theorema. 11. Proposicion. 16

¶ Si quatro lineas rectas fueren proporcionales, el rectangulo comprehendido debaxo de las dos extremas es ygual al comprehendido debaxo delas dos medias: y si el rectangulo cõprehendido debaxo de las extremas fuere ygual al que se contiene debaxo delas de ẽ medio las q̃tro lineas rectas serã proporcionales

Sean quatro lineas rectas proporcionales, B A. C D. E, Z. que como la. A B. a la. C D, assi la. E. a la. Z. digo que el rectangulo comprehendido debaxo dela. A B. y dela. Z, es ygual al rectangulo que se contiene debaxo dela. C D. y de la. E. Porq̃ saquense (por la. 11. del. 1.) desde los punctos. A. C. en angulos rectos sobre, A B. C D. lineas rectas las dos. A I, C T. y ponga se (por la. 2, del. 1.) la. A I. ygual a la. Z. y la. C T. ygual a la. E. y cunplan se los parallelogrammos. I B. T D. y porque como se ha la A B. cõ la. C D. assi es la, E. cõ la, Z. y es ygual la, E. a la. CT y la. Z. a la. AI. luego sera q̃ como la A B, cõ la. C D. assi. CT, cõ la. A I, luego (por la. 14. del. 6.) los lados delos parallelogrãmos. B I. D T. son reciprocos, q̃ estan junto a yguales angulos, y de los parallelogrammos equi-



angulos

angulos cuyos lados son reciprocos q̃ estan jũto a yguales angulos, ellos tãbien son yguales, luego el parallelogrãmo. B I. es ygual al parallelogramo. D T. y es el parallelogramo. B I. el q̃ se comprehende debaxo dela. A B. y dela. Z. porq̃ la. A I. es ygual a la. Z. y el parallelogramo. D T. es el que se cõprehẽde debaxo dela. C D. y dela. E. porq̃ es ygual la. C T. a la. E. luego el rectãgulo cõtenido debaxo dela. A B. y dela. Z. es ygual al rectangulo q̃ se contiene debaxo dela. C D. y de la. E. Pero sea ygual el rectangulo q̃ se comprehende debaxo de la. A B y de la. Z. al rectangulo q̃ es cõprehendido debaxo de la. C D y de la. E. Digo que las quatro lineas rectas seran proporcionales, que como se ha la, A B. cõ la. C D. assi la, E. cõ la. Z. Por q̃ hechas las mismas cosas por q̃ el q̃ es cõprehẽdido d̃baxo de la. A B. y dela. Z. es ygual al que es cõprehendido debaxo de la. C D. y dela. E. y el q̃ debaxo dela. A B. y dela. Z. es el rectangulo. B I. porque la. A I. es ygual a la. Z. y el que debaxo d̃ la. C D. y dela. E. es el rectangulo. D T. por que es ygual la. C T. a la. E. luego. B I. es ygual al rectangulo. D T, y son equiangulos. Y son reciprocos los lados q̃ estan junto a yguales angulos de los parallelogramos yguales y equiangulos (por la 14. del. 6.) luego sera (por la. 10. del, 5.) q̃ como la. A B. a la. C D. assi la. C T. a la. A I. y es ygual la. C T. a la. E. y la. A I. a la. Z, luego sera que como la. A B. con la. C D. assi la. E. cõ la. Z, Luego si quatro lineas rectas fueren proporcionales, el rectangulo cõprehendido debaxo de las dos extremas es ygual al rectangulo cõprehendido debaxo de las dos de en medio. Y si el rectangulo cõprehendido debaxo de las dos extremas es ygual al rectangulo comprehendido debaxo de las dos de en medio, las quatro lineas rectas serã proporcionales, lo qual conuenia demostrarse.

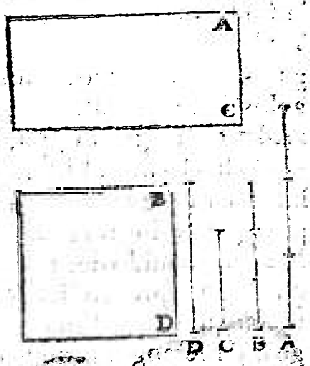
Theorema. 12. Proposiciõ. 17.

¶ Si tres lineas rectas fueren proporcionales, el rectangulo q̃ es comprehẽdido debaxo de

las

las extremas es ygual al quadrado que se haze dela de en medio: y si el rectangulo que es cõtenido debaxo de las extremas fuere ygual al quadrado dela de en medio, las tres lineas rectas seran proporcionales.

Sean tres lineas rectas proporcionales. A.B.C. que como la.A.con la.B.assi la.B.con la.C.Digo que el rectangulo comprehendido debaxo de las dos, A.C, es ygual al quadrado de la.B.Põgase(por la.2.del.1.)la linea.D.ygual ala.B.y porque (por la suppoficion)como se ha la.A.con la.B.assi la.B.conla C,y es ygual la.B.a la.D.luego(por la.7.del.5.)como la.A.cõ la.B.assi la.D.con la,C.Y si quatro lineas rectas fuerẽ proporcionales el rectangulo comprehendido debaxo de las extremas es ygual al rectangulo que se contiene debaxo de las de en medio(por la,16.del,6.)luego el que se comprehende debaxo de.A.C. ygual es al que debaxo de las. B. D.y el que debaxo de las.B. D. es el quadrado dela.B.porque la.B. es ygual a la.D.luego el rectangulo comprehendido debaxo de.A. C.es ygual al quadrado que se haze de la.B. Pero sea que el que es debaxo de.A.C. comprehendido



sea ygual al quadrado de la.B.Digo que sera qne como la. A ala.B.assi la.B.a la.C. Porque hechas las mismas cosas, porq el rectangulo de la.A.y de la.C.es ygual al quadrado de la.B. y el quadrado de la.B.es el que debaxo d̄ la.B.y de la.D.porq es ygual la B.a la.D,luego el q̃ es cõtenido debaxo de la, A.y de la.C.es ygual al q̃ debaxo dela.B.y dela.D,y si el q̃ debaxo delas extremas fuere ygual al que debaxo delas de enmedio

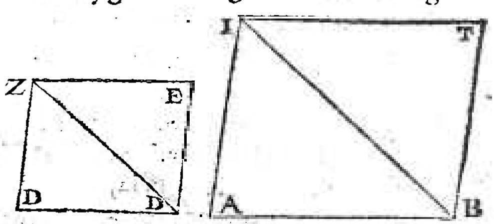
las qua

las quatro lineas rectas son proporcionales(por la.16.del.6.) luego como se ha la.A.con la.B.assi la.D.con la.C,y es ygual la.B,a la.D.luego como la.A.cō la.B.assi la.B.cō la.C. Luego si tres lineas rectas fuerē proporcionales el rectāgulo cōprehendido debaxo de las extremas es ygual al quadrado de la de en medio,y si el rectāgulo que es comprehēdido debaxo delas extremas es ygual al quadradodela de ē medio,las tres lineas rectas serā ꝑporcionales.Lo qual cōuenia demostrar.

Problema.6. Proposicion.18.

¶De vna linea dada recta describir vn rectilineo semejante y semejantemente puesto a vn rectilineo dado.

Sea la linea recta dada.A B.y el rectilineo dado.C E.conuiene hazer de la linea recta dada.A B.vn rectilineo semejante al rectilineo.C E.y semejantemente puesto.Tirese la linea D Z.y hagase(por la.23.del.1.)sobre la linea recta.A B.y sobre los punctos en ella.A.B.el angulo. A I B. ygual al angulo.C Z D.y el angulo.A B I.ygual al angulo.C D Z. luego el angulo.D C Z.q̄ resta es ygual al angulo. A B I. luego el triangulo.C Z D es equiāgulo al triangulo.I A B (por la.4.del. 6.) luego



es proporcionalmente,que como se ha.Z D.con la.I B.assi.Z C.con la.I A.y la.C D.cō la.A B.Otro si hagase(por la.23.dl.1. sobre la linea recta.B I.y sobre los punctos en ella.B.I. el angulo.B I T.ygual al angulo.D Z E.y el angulo.I B T.ygual al angulo.Z D E.luego el angulo.E.q̄ resta es ygual al āgulo. T. que resta,luego el triāgulo.Z D E.es equiangulo al triangulo

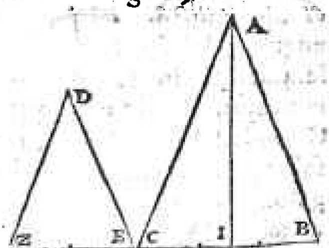
I B T

I B T.luego ſera proporcionalmente q̃ como ſe ha la.Z D.cõ I B.aſſi la.Z E.con la.I T.y la.E D.con la.T B.(por la.4.del.6) y eſta demoſtrado que como la.Z D,cõ la.I B.aſſi la.Z C.con la.I A.y la.C D.cõ la.A B.luego(por la.11. del,5.) como ſe ha C Z.con la.A I.aſſi la.C D.con la.A B.y la.Z E.cõ la.I T.y tam bien la.E D.con la.T B.Yporque es ygual el angulo.C Z D.al angulo.A I B,y el angulo.D Z E.al angulo.B I T. luego el angulo todo.C Z E.es ygual al angulo todo.A I T·y por lo miſmo tãbien el angulo.C D E.es ygual al angulo. A B T.y es tã bien el angulo.C.ygual al angulo.A.y el angulo . E .al angulo T.luego.A T.es equiangulo al miſmo.C E. y tiene proporcionales a el los lados que eſtan junto a yguales angulos.Luego (por la.1.definiciõ del,6.)el rectilineo.A T.es ſemejante al rectilineo.C E.luego de vna linea recta dada.A B. eſta deſcrito el rectilineo.AB.ſemejante y ſemejãtemente pueſto al rectilineo.C E.lo qual conuenia hazer ſe.

Theorema.13 Propoſicion. 19

¶Los triangulos ſemejãtes entre ſi eſtã en dupla razon de los lados de ſemejante razon.

Sean los triangulos.A B C.D E Z.ſemejantes,y que tẽgan ygual el angulo.B.al angulo.E.y que como ſe ha.A B.con.BC aſſi,D E.cõ E Z.de manera q̃.B C.y.E Z.ſean de ſemejante razon. Digo que el triangulo. A B C. al triangulo,D E Z. tiene doblada razõ que.B C.a la.E Z. Tome ſe(por la.11.del . 6.)a la, B C,y a la.E Z.vna tercera proporcional.B I. de ſuerte q̃ ſe hayan q̃ como la. B C. con la.E Z. aſſi la.E Z . con la.B I.y tire ſe la A I.Pues porque ſe han q̃ como la,A B.con la,B C,aſſi la.D E cõ



la.EZ

la.E Z.luego al traſtrocado(por la.16.dl.5.)como la,AB cõla D E.aſsi la.B Ccõla .E Z.y como la.B C.cõ la.E Z. aſsi es,E Z. cõla.B I.luego(por la.11.del.5)como la.A B.cõ la.D E,aſsi la. EZ.cõla.B I.luego.(por la .15.del.6.)los lados delos triãgulos A BI.D E Z. ſon reciprocos q̃ eſtã junto a yguales angulos. Y los triangulos que tienen el vn angulo ygual al vn angulo, y ſus lados ſon reciprocos,tambien ellos ſon yguales entre ſi por la miſma.)luego el triangulo.A B I.es ygual al triangulo D E Z. Y porque es que como ſe ha.BC.con la.E Z.aſsi la.E Z con la.B I.y ſi tres lineas rectas fuerẽ proportionales. La primera ala tercera tendra doblada razon que ala ſegunda,luego la.B C.ala.B I.tiene doblada razon que ala E Z.(por la.10 definicion del.5.)y como ſe ha la.B C.con la.B I.aſsi el triangulo.A B C.con el triangulo.A B I.(por la.1.del.6.)luego el triãgulo.A B C.tiene al triangulo.A B I.por la miſma definicion doblada razon que la.B C.ala.E Z.y es ygual el triangulo.A-B I.al triangulo.D E Z.luego tambien el triangulo,A B C. al triangulo.D E Z.tiene doblada razon que la.B C.ala.E Z.luego los triangulos ſemejantes entre ſi.eſtan en doblada razon delos lados de ſemejãte razon,lo qual cõuenia demoſtrarſe.

Corolario.

¶ De aqui es manifieſto que ſi tres lineas rectas fueren proporcionales como ſe ha la primera cõ la tercera,aſsi el triangulo de la primera con aquel triãgulo que es ſemejãte y ſemejantemente deſcripto dela ſegunda. Porq̃ eſta demoſtrado que como la.C B.con la. B I aſsi eltriangulo.A B C.con el triangulo. D E, Z.lo qual conuenia demoſtrarſe.

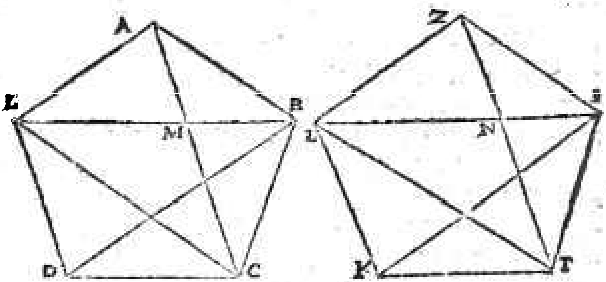
Theorema.14. Propoſicion.20.

¶ Semejantes poligonos se diuiden en semejá tes triágulos y yguales en numero, y en semejá te razon con los todos, y el poligono al poligo no tiene doblada razon que el lado de semejá te razõ allado de semejante razon.

Sean semejantes los poligonos. A B C D E. Z I T K L. y sea A B. de semejante razõ a la. Z I, Digo q̃ los poligonos. A B C D E. Z I T K L. se diuiden en triangulos semejantes y yguales en numero, y en semejante razõ con los todos, y el poligono A B C D E. tiene doblada razõ al poligono. Z I T K L, de la q̃ tiene. A B. a la. Z I. Tirense. B E. E C. I L. L T. Porq̃ el poligono A B C D E (por la suposicion) es semejante al poligono. Z I T K L. es ygual el angulo. B A E. al angulo. I Z L. y habranse que como la. B A. con la. A E. assi la. I Z. con la. Z L. Pues porq̃ son los dos triangulos. A B E. Z I L. que tienen el vn angulo ygual al vn angulo, y proportionales los lados de junto a yguales angulos. Luego (por la. 6. del. 6.) el triangulo. A B E. es equiangulo al triangulo. Z I L. por lo qual tambien semejante. y es ygual tambien el angulo. A B E. al angulo. Z I L. y todo el angu gulo. A B C. es ygual a todo el angulo. Z I T. por la semejança de los poligonos. Luego el angulo que resta. E B C. es ygual al angulo que resta. L I T. Y porque por la semejança de los dos triangulos. A B E. Z I L. es que como se ha la. E B. con la. B A. assi la. L I. con la. I Z. y tambien por la semejança delos poligo nos es que como se ha la. A B. con la. B C. assi la. Z I. con la. I T luego por ygual (por la, 22. del. 5) sera que como la. E B. con la B C. assi la. L I. con la. I T. y los lados son proportionales que estã jũto a los yguales ãgulos. EBC. LI T. luego, por la. 6. del. 6 es equiangulo el triangulo. E B C. al triangulo. L I T, por lo q̃l tambien el triangulo, E B C, es semejante al triangulo, L IT, y por esso tambien (por la. 1, difinicion del, 6,) el triãgulo, ECD, es semejante al triangulo. L T K. luego los poligonos. A B C D E. Z I T K L. estan diuididos en semejantes triangulos y y-

gua les

guales en numero. Digo otrosi que son de semejante razon con los todos, esto es, que son proporcionales y antecedentes. A B E. E B C. E C D. pero cosequentes de ellos. Z I L. L I T I T K. y que el poligono. A B C D E. con el poligono. Z I T K L tiene doblada razon que el lado de semejante razon con el lado de semejante razon, esto es, que. A B. con. Z I. Tirese. A C Z T. y porque por la semejança de los poligonos es ygual el angulo. A B C. al angulo. Z I T. y es que como se ha. A B. con B C. assi la. Z I, con. I T. luego el triangulo. A B C. (por la. 6. del 6.) es equiangulo al triangulo. Z I T. luego es ygual el angulo B A C. al angulo. I Z T. y el angulo. B C A. al angulo. I T Z. y porque es ygual el angulo. B A M, al angulo. I Z N. y esta demostrado que el angulo. A B M. es ygual al angulo. Z I N. luego el angulo que resta. A M B. es ygual al angulo que resta, Z N I luego (por la. 6. del. 6.) el triangulo, A B M. es equiangulo al triãgulo Z I N. De la missma manera tãbiẽ demostraremos q̃ el triangulo. B M C. es

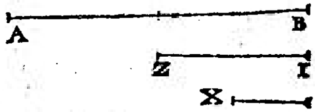


equiangulo al triangulo. I N T. luego es proporcionalmente (por la. 3. del. 6.) que como se ha la. A M. con la. M B. assi la. Z N. con la. N I. Pero como. B M. con, M C. assi. I N. con N T. por lo qual por ygual (por la, 22. del. 5.) como se ha la. A M. cõ. M C. assi, Z N. cõ. N T. y como la. A M. cõ la. M C. assi el triãgulo. A B M. cõ el triangulo. M B C. y el. A M E. cõ el. E M C, porque son entre si mismos como las bases (por la. 1. del. 6.) y como vno d̃ los antecedẽtes a vno de los cõsequẽtes (por la. 12. del. 5 assi todos los antecedẽtes a todos los cõsequẽtes. Luego por la cõuersiõ de la. 1. definiciõ del. 6. como se ha el triãgulo. AMB cõ el triãgulo.B M C.assi. A E B.con.C B E.y assi como.A MB con.B M C.asi. A M.con,M C,luego,por la.11.del.5.comola A M.con la.M C.asi el triangulo.A B E.con el triangulo.EB C.y por tanto como.Z N cõ.N T. asi el triangulo.Z I L,con el triangulo.I L T.luego es que como se ha la.AM.con la.M C.asi.Z N.con.N T.luego tãbiẽ,por la.11.del.5. como el triã gulo.A B E.con el triãgulo.B E C.asi el triãgulo.Z I L.cõ el triãgulo.I L T.y al trastrocado,por la.16.del.5.como el triã gulo.A B E.con el triangulo.Z I L.asi el triangulo.B E C.cõ el triangulo.I L T.Tambien demostraremos dela misma ma nera,tiradas.BD.I K.que tambien como eltriangulo. E B C. con el triangul o.L I T.asi el triangulo.E C D. con el triangulo,L T K.Y porque es que como se ha el triangulo.A B E, con el triangulo,Z I L.asi el triangulo.E B C.con el triangulo.L I T.y tambien el triangulo,EC D.con el triangulo.L T K luego tambiẽ,por la.12.del quinto,como vnodelos antecẽ dentes a vno delos consiguientes. asi todos los antecedentes a todos los consiguientes,luego como se ha el triangulo A B E.con el triangulo.Z I L.asi el poligono.A BC D E.con el poligono.Z I T K L.Pero el triangulo,A B E. al triangulo Z I L.tiene doblada razon,que.A B.lado desemejante razon a Z I,lado de semejante razon,porque los triangulos semejã tes estan en doblada razon,delos lados de semejante razon por la.19.del.6.luegotãbien el poligono.A B C D E.tiene doblada razon al poligono.Z I T K L.que la.A B.lado de semejante razon a la,Z I. lado de semejante razon,Luego semejãtes poligonos se diuiden en semejantes triangulos,y yguales en numero,y en semejante razon con los todos, y el poligono al poligono tiene doblada razon que el lado de semejãte razõ al lado de semejãte razõ,lo qual cõuenia demostrar se

Primer corelario.

Por tanto vniuersalmente es manifiesto q̃ las figuras semejantes rectilineas entre si estã en du-

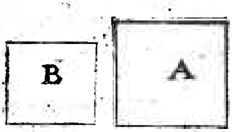
dupla razon de los lados de ſemejante razon Y ſi de las dos.A B.Z I.tomamos otra proportional.x.lamiſma.AB a la..X.tiene dupla razon q̃ la.A B. a la. ZI,



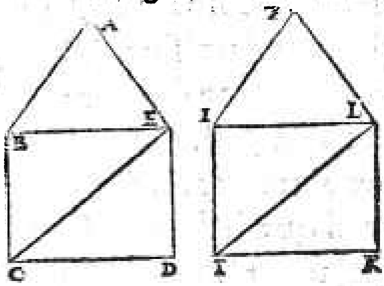
pero tiene tambien el poligono o quadrilatero al quadrilatero dupla razon q̃ el lado de ſemejante razon al lado de ſemejãte razõ, eſto es.A B a la.Z I.y eſto vioſe enlos triãgulos. Y tambien ſemejantemẽte ſe demoſtrara enlos quadrados ſemejantes q̃ ſon en dupla razon de los lados de ſemejante razon:y vioſe tambien en los triangulos.

Segundo corolario.

Por tanto tãbien vniuerſalmente es manifieſto que ſi tres lineas rectas, C, fueren proporcionales ſera que como la primera a la tercera, aſſi la figura que es deſcrita dela primera a la q̃ de la ſegunda ſemejante, y ſemejantemente.



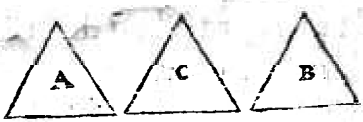
En otra manera y mas facil mente demoſtraremos ſer los triangulos de ſemejante razon.Haganſe otra vez los poligonos A B C D E.Z I T K L. y tiren ſe.B E.E C.I L.L T. digo que como ſe ha el triangulo,A B E.con.Z I L,aſſi,E B C.con . L I T. y tambien.C D E con.T K L.porque es ſemejante el triangulo.A B E.al triangulo.Z I L.luego(por la dezinueue del.6.) el triangulo.A B E.tiene dupla razon al triangulo. Z I L.que la B E.a la.I L.y por tanto tambien el triangulo.B E C. al triangulo, I L T.tiene dupla razõ que el lado. B E.al lado I L.Luego sera quecomo el triangulo.AB E,al triangulo.Z I L,assi el triangulo. B E C.al triangulo . I L T . Otrosi porque el triãgulo . E B C. es semejante al triãgulo.L I T.luego.E B C.tiene al triangulo.L I T.dupla razon que la recta linea·C E.a la recta linea.TL. y por esta causa tambien el triangulo.E C D.tiene doblada razon al triangulo.LTK·que la.C E.a la·.TL luego sera que como el triangulo.B E C.al triangulo.I L T. assi.C D E.al triangulo . LTK . y viose que como.E B C.con.LIT. assi.A B E.con.Z I L.luego tambien por la.11,del.5.como,A B E,con Z I L,assi,B E C, cõ I L T,luego tambiẽ(por la.12.del.5.) como vno de los antecedentes a vno de los cõsequentes , assi todos los antecedentes a todos los consequentes,y lo de mas como en la primera demostracion.Lo qual conuenia demostrar.



Theorema.15. Proposicion.21.

¶Los que a vn mismo rectilineo son semejantes,son semejantes entre si.

Sea el vno y el otro delos dos rectilineos . A B.semejãte al rectilineo C.digo que tambiẽ, A.es semejante a.B.porquees semejãte el rectilineo,A al rectilineo.C,sera le tãbien equiãgulo (por la cõuersion dela.1.definicion del.6.)y tendra proporcionales los lados q̃ estan jũto a yguales angulos , Yten porq̃



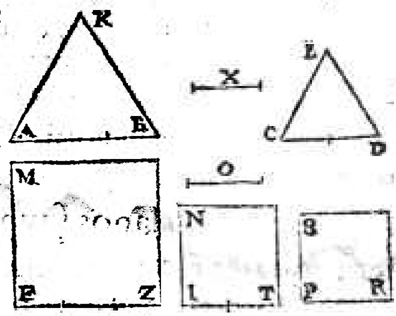
B,es

B.es ſemejante al rectilineo.C.luego es equiágulo a el,por la miſma,y tiene proporcionales los lados que eſtan junto a yguales angulos.Luego cada vno de los dos,A.B. es equiangulo a. C,por la.6.del.6, y tiene proporcionales los lados que eſtan junto a yguales angulos.Por lo qual,porla miſma,tambien.A.es equiangulo. a B.y tiene proporcionales los lados de junto a yguales angulos.luego.B.es ſemejante a.A.loqual conuenia demoſtrar.

Theorema. 16. Propoſicion.22.

¶Si quatro lineas rectas fueren proporcionales,tambien los rectilineos que ſe hazē de ellas ſemejantes y ſemejantemente deſcritos, ſeran proporcionales:y ſi los rectilineos de ellas fueren proporcionales, tambien las miſmas lineas rectas ſeran proporcionales.

Sean quatro lineas rectas. A B.C D.E Z.I T. que como la A B.con la,C D.aſſi la.E Z.con la.I T.y haganſe,por la.18, dl ſexto,dela. A B.y dela.C D los rectilineos. K A B. L C D.ſemejantes,y ſemejante mente pueſtos,y delas dos E Z.I T, por la miſma, los rectilineos, M Z,N T, ſemejātes yſemejātemēte pueſtos Digo q̄ como ſe ha,K A B,cō.L C D aſſi es, M Z. con. N T.Porque tome ſe, por la,11,del,6.vnatercera pporcional.X. de las dos,



A B. C D. y vna tercia proporcional. O. de las dos.E Z, I T. y porque es que como la. A B. cō la.C D. aſſi la.E Z.cō la, I T y como la.C D.a la.X.aſſi la.I T.cō lā.O.luego porygual,por la.22.del.5.)como la.AB.ala.X,assi la.E Z.ala.O. Pero como la A B,ala.X.assi. K A B.cõ,LCD(por el corelario.2.dela.20. del.6.)luego como la.E Z.ala.O.assi.M Z.cõ.N T.Pero sea q̃ como.K A B.cõ.LCD.assi.M Z.cõ.N T.digo q̃ sera q̃ como. A B.cõ CD.assi.E Z,con,I T.porq̃ hagase (por la.22.del.6.)q̃co mo la.A B.cõ la.C D.assi la.E Z.con.P R.y describase (por la 8,del.6.)dela.linea P R.el.S R.semejante y semejantemẽte d̃s cripto a cada vno delos dos.MZ.NT.Pues porque es que co mo,A B,con.C B.assi.E Z.con.P R.y se han hecho de las dos A B.C D.los,K A B.L C D.semejantes y semejantemẽte pue stos,y delas dos.E Z. P R, los semejantes y semejantemente puestos,M Z.S R.luego sera que como.K A B.con.LC D.assi M Z.cõ.S R.y como K A B.cõ.L C D.assi.M Z.cõ.N T. luego tãbiẽ(por la.11.del.5.como,M Z.cõ.S R,assi.M.Z.cõ.N T.lue go (por la.9.del.5.)Z M,tiene vna misma razõ con cada vno delosdos.N T.S R.luego ygual es.N T.a.S R.y es le semejãte y semejantemẽte puesto,luego.I T.es ygual a.P R.Y porq̃ es como.A B.ala,C D.assi.EZ.cõ.PR,yes ygual.PR,ala.I T.lue go sera que como.A B.cõ. C D.assi.E Z.con.I T.Luego si qua tro lineas rectas fuerẽ proportionales,tambien los rectiline os que son hechos dellas semejantes y semejantemente des criptos seran proportionales,y si los rectilineos hechos de llas semejantes y semejantemente hechos fueren proportio nales,tambien las mismas lineas rectas seran proportiona les,lo qual conuino demostrarse.

¶Lemma.

¶Empero q̃ si los rectilineos fueren yguales y semejantes los lados suyos de semejante razõ serã yguales ẽtre si, demostrarlo hemos assi.

Sean yguales y semejantes los rectilineos.N T. S R.y sea que como. T I.cõ.I N,assi,P R.con.P S.digo que es ygual la. R P.ala.I T.porque si son desiguales, la vna dellas sera ma yor,sea mayor.P R.que.T I.y porque es como.R P.con. P S

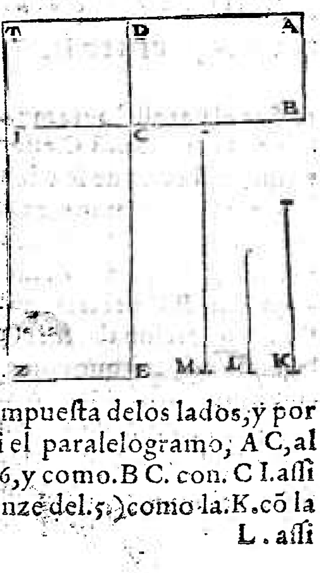
assi.

asi. T I.con.I N.luego tābien al trastrocado,por la.16. del.5,
como.R P.con.T I.asi.P S.con.I N y es mayor la.P R.que la T I.luego mayor es.P S.que la.I N.por lo qual tambien.R S. es mayor que.T N,y es tambien ygual,por la supposicion,lo qual es impossible.Luego.P R. en ningūa manera es desigual a la.T I.Luego sera ygual,lo qual conuino demostrarse.

Theorema.17. Proposicion.23,

¶Los parallelogramos equiāgulos tienen entre si la razon compuesta delos lados.

Sean los paralelogramos equiangulos. A C.C Z, que tengan ygual el angulo B C D.al angulo.E C I.digo que el paralelogramo.A C al paralelogramo.C Z . tiene la razon compuesta delos lados,esto es de aquella que tiene.B C.con C I.y de aquella que tiene.DC.con.C E.porque pongase,por la.14 del.1.de manera que este en linea recta.B C.cō.C I.luego,por la misma.D C.esta con . C E.en linea recta,Cumpla se el parallelo grāmo,D I.y pongase vna linea recta.K.y hagase,(por la.12.del.6.) que como la.B C.ala.C I.asi la.K. ala.L.y que como la.D C.ala. C E asi la.L.ala.M.luego las razones de la.K.ala.L.y dela.L.ala.M. son vnas mismas alas razones delos lados,B C.ala.C I.y dela.D C.a la.C E.Pero la razon dela,K,ala,M, se compone dela razon dela.K, ala, L.y dela.L,ala,M,porlo qual tambien la,K,ala M,tiene la razon compuesta delos lados,y por que es que como,B C,con,C I,asi el paralelogramo, A C,al parallelogramo,C T,por la,1,de,6,y como.B C. con. C I.assi K.con.L,Luego tambien(por la onze del.5.)como la.K.cō la L . assi

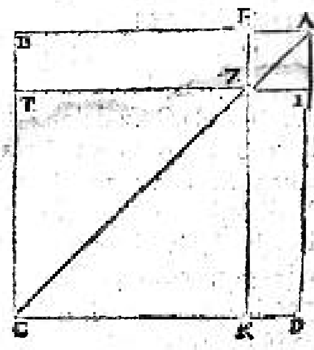


L.assi.A C.con C T.Otro si porque es que como.D C.cō.C E. assi el parallelogrāmo.C T.con el parallelogramo.C Z.y assi como,D C.con.C E.assi.L.cō.M. Luego(porla mifma)como L.con.M.assi el parallelogrāmo.C T.con el parallelogramo. C Z.Pues porq̃ esta demostrado que como la.K.con la.L. assi el parallelogramo.A C.con el parallelogrāmo.C T . Y como la.L con la.M.assi el parallelogrāmo.C T.con el parallelogrā mo. C Z. luego por ygual(por la.22.del.5.)como la.K. con la M.assi el parallelogramo.A C.con el parallelogrāmo. C Z. y la.K.con la.M,tiene la razon compuesta de los lados. Luego el parallelogramo.A C.con el paralelogramo.C Z.tiene la razon compuesta de los lados,luego los parallelogramos equiangulos tienen entre si la razon compuesta de los lados. Lo qual conuino demostrarse.

Theorema.18. Proposicion.24.

¶Los parallelogramos que estan sobre la diagonal de todo parallelográmo son semejátes al todo,y entre si.

Sea el parallelogramo.A B C D.y sea su diagonal. A C, y sobre la diagonal.A C.esten los parallelogramos.E I.T K.Digo que cada vno de los dos . E I. T K.parallelogramos, es semejā te a todo.A B CD.y entre si,Por que se tiro la linea.E Z.parallela al vn lado.B C.del triangulo.AB C.es proporcionalmente(por la segunda del, 6.) que como.B E. con.E A.assi.C Z.con.Z A.Otrosi porque se tiro la linea. I Z.paralela al vn lado.DC.del triangulo A D C . es proporcionalmente (porla segunda del.6.)quecomo



CZ.

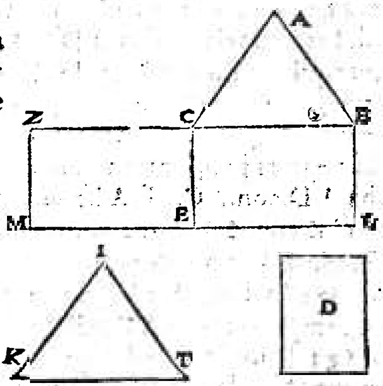
C Z.con. Z A.assi.D I.con.A I.y assi como la.C Z. con la.Z A. assi esta demostrada la,B E.con la.E A.luego tambien(porla onze del.5.)como la.B E.con la.E A,assi la.D I.con la.I A.lue go tambien componiendo(por la.18.del.5.) que como . B A . con.A E.assi.D A. con. A I . y trastrocando(por la.16.del, 5.) que como.B A.con.A D.assi.E A.con.A I.Luego son proporcionales los lados que está jũto al angulo comũ B A D.delos parallelogramos.A B C D. EI.y porque. I Z. es parallela a la D C.es ygual(por la.29.del.1.el angulo.A I Z.al angulo.A D C y el angulo.I Z A.al angulo.D C A.y es comun el angulo.D A C.de los dos triangulos.A D C.A Z I.luego el triangulo.D A C.es equiangulo al triangulo.A I Z.y por lo mismo tambien el triangulo.A B C.es equiangulo al triangulo.A E Z. y todo el parallelogramo.A B C D.es equiãgulo al parallelogramo E I.Luego es proporcionalmente(por la.4,del.6.)que como se ha.A D.con.A C.assi.A I.con.I Z.y como.D C.con.C A. assi se ha.I Z.con.Z A.Empero como se ha.A C.con.C B.assi se ha A Z,con.Z E.y otrosi como.C B.con.B A.assi.Z E.con.E A. y porque esta demostrado que como.D C.con.C A.assi.Z I.con Z A . empero como.A C,con.C B.assi,A Z.con, Z E. luego es por ygual,por la.22.del.5,que como.D C.con.C B.assi.I Z.cõ Z E.luego los lados que estan junto a yguales angulos de los parallelogramos.A B C D.E I.sõ proporcionales.Luego, por la primera definicion del.6,el parallelogramo.A B C D. es semejante al parallelogrãmo.E I.y por tanto tambien el parallelogramo.A B C D.es semejante al parallelogrãmo.KT.luego cada qual de los dos.E I,T K.parallelogramos es semejante al parallelogramo.A B C D.y los rectilineos que a vn mismo rectilineo son semejantes tambien entre si son semejãtes (por la ,21, del. 6.)Luego tambien el parallelogrãmo. E I. es semejante al parallelogramo.T K.luego los parallelogrammos que estan junto a la diagonal de todo parallelogrammo son semejantes al todo,y entre si.Lo qual se hauia de demostrar.

Problema.7. Proposicion,25.

Hazer

¶Hazer vn ſemejante a vn rectilineo dado, y ygual a otro dado

Sea el rectilineo dado, al qual conuiene hazer otro ſemejante. A B C. y aquien es meneſter hazerle ygual, ſea, D, conuiene hazer vn ſemejãte al miſmo. A B C. y ygual al miſmo. D (por la. 44, del, 1,) hagaſe ſobre la, B C, el parallelogrãmo. B E ygual al triangulo. A B C, y ſobre la. C E. el parallelogrãmo. C M. ygual al parallelogrãmo. D, enel angulo. Z C E. que es ygual al angulo. L E C, luego (por la. 14, del, 1) la, B C, eſta en la linea recta con, C Z, y la, L E, con la, E M, Y tome ſe (por la, 13, del. 6,) la, I T. media proporcional de las dos, B C, Z C, y deſcribaſe (por la, 18, del, 6,) dela, I T, vn ſemejante al miſmo, A B C, y ſemejantemẽte pueſto K I T, y porque es q̃ como B C, con, I T, aſſi, I T, con C Z. y ſi fueren tres lineas

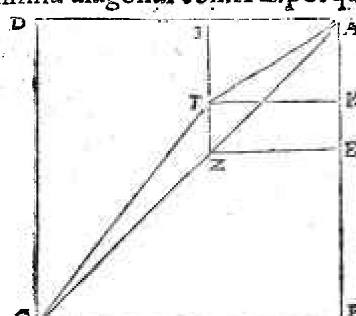


rectas proporcionales, como ſe ha la primera con la tercera aſſi la figura que ſe haze de la. 1, con la figura que ſe hazedela ſegunda ſemejante y ſemejantemente deſcripta, Luego (por el corelario, 2, dela, 20, del, 6,) como la, B C, con la, C Z, aſſi el triangulo, A B C, con el triangulo, K I T. Pero como la, B C, con la, C Z. aſſi el parallelogrãmo, B E, cõ el parallelogrãmo, E Z, luego tãbien (por la. 1, del, 6) como el triangulo, A B C, cõ el triangulo, K I T, aſſi el parallelogrãmo, B E, cõ el parallelo gramo, E Z, luego traſtrocãdo (por la, 16. del, 5, q̃ como el triangulo, A B C, cõ el parallelogrãmo, B E, aſſi el triangulo, K I T, con el parallelogramo, E Z, y es ygual el triangulo, A B C. al parallelogrãmo, B E, luego el triangulo, K I T, es ygual al parallelogrammo, E Z, Pero el parallelogrammo, E Z, es ygual al miſmo, D, luego tambien, K I T, es ygual al miſmo, mo.D.y es.K I T.ſemejante al miſmo, A B C. luego hizo ſe el miſmo.K I T.ſemejante al rectilineo dado.A B C.y ygual a vn otro.D.lo qual conuenia hazerſe.

Theorema.19. Propoſicion.26.

¶ Si de vn parallelogramo ſe quita otro parallelogramo ſemejante al todo y ſemejantemẽte pueſto teniendo con el vn angulo comun, eſta ſobre la miſma diagonal con el todo.

De el parallelogrãmo.A B C D. quite ſe el parallelogrammo.A Z.ſemejante al miſmo.A B C D.y ſemejantemẽte pueſto teniendo comun con el el angulo D A B.Digo que el miſmo.A B C D.eſta ſobre vna miſma diagonal con.A Z.porque ſi no,ſi es poſſible ſea ſu diagonal.A T C.y ſaqueſe, por la.31.del.1,deſde. T. la linea T K.parallela a cada vna de los dos. A D.B C.Pues porque.A B C D.eſta ſobre vna miſma diagonal con . I K.es ſemejante,por la. 24. del.6. AB CD.al miſmo.I K.lũego es que como.D A.con.A B.

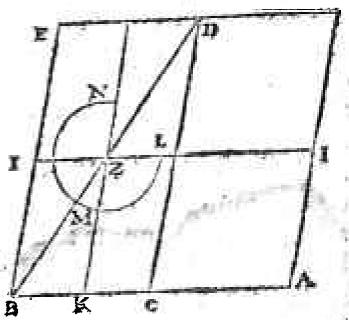


aſſi.I A.con.A K,por la cõuerſion de la.1.difinició del.6, y por la ſemejança de los dos. C B A D.E I.es que como.D A.cõ. A B.aſſi.I A.con.A E.Luego,por la.9.del.5.I A.tiene vna miſma razon con cada qual de las dos.A K.A E.luego la linea. A K. es ygual a la linea.A E.la menor a la mayor,lo qual es impoſſible.Luego.A B C D.no eſta ſobre la miſma diagonal que.K I, luego el parallelogrãmo.A B C D.eſta ſobre la miſma diagonal que el parallelogrãmo.A Z.luego ſi de vn parallelogramo mo ſe quita otro parallelogrãmo ſemejante al todo, y ſeme-jantemente pueſto, teniendo con el vn angulo comun, eſta ſobre la miſma diagonal con el todo. Lo qual conuenia demoſtrarſe.

Theorema.20. Propoſicion. 27.

¶ De todos los parallelogrãmos pueſtos ſobre vna miſma linea recta y faltos por figuras pa llelogramas ſemejantes y ſemejantemẽte pueſtas a aquel que es deſcrito de la media, el mayor parallelogramo es el q̃ eſta pueſto ſobre la media, ſiendo ſemejante al tomado.

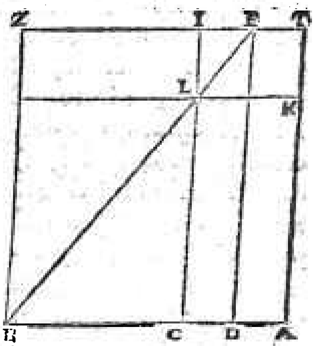
Sea la linea recta. A B. y corte ſe, por la.10.del.1. por medio en el puncto. C. y haga ſe tambien, por la.18.del.6, ſobre la linea recta. A B. el parallelogrãmo. A D. falto por la figura parallelogrãma. D B. ſemejante y ſemejantemente pueſta al de la mitad de la. A B. eſto es, C B, Digo que de todos los parallelogramos pueſtos ſobre la, A B. y faltos por figuras pallelogramas ſemejantes y ſemejantemẽte pueſtas al parallelogrãmo. D B. el mayor es, A D. Põgaſe ſobre la linea recta, A B. el parallelogrãmo A Z, falto por la figura pallelogrãma, Z B. ſemejante y ſemejantemente pueſta al. D A. Digo que mayor es. A D. que no. A Z, Porque es ſemejante. D B. parallelogrãmo al parallelogrãmo. Z B. luego eſtan ſobre la miſma diagonal (por la.36 del ſexto) Saque ſe ſu diagonal. D B. y hagaſe la figura. Pues



por

porque (por la.42.de el.1.)es ygual.Z C.al mismo. Z E, ponga se comun.Z B,luego todo.C T.es ygual a todo . K E, pero C T.es ygual al.C I(por la.36.de l.1.)porque la linea recta.AC es ygual a la linea recta.C B.luego.I C.es ygual al.E K.ponga se comun.C Z.luego todo.A Z.es ygual a todo el gnomon. L M N.por lo qual el parallelogrãmo.D B,esto es,A D. es mayor que el parallelogrãmo.A Z.Luego de todos los parallelogrãmos que estan sobre vna misma linea recta,y faltos por figuras parallelogrãmas,semejantes y semejantemente puestas a aquel que es descrito de la media el mayor parallelogrãmo es el que esta puesto sobre la media,siendo semejãte al tomado.Lo qual conuenia demostrarse.

De otra manera. Sea otra vez.A B. diuidida por medio en el puncto.C.y sea el applicado .A L. falto por la figura .L B.y apliquese otra vez sobre la. A B.el parallelogrãmo. A E. falto por la figura parallelogrãma.E.B.semejante y semejantemente puesta al mismo . L B.el qual es hecho de la mitad de la. A B. Digo que. A L. aplicado a la mitad es mayor que. A E. Porque es semejante.E B. al.L B. estan sobre la misma diagonal(por la. 26. del 6.)sea su diagonal.E B. y describase la figura y porque es ygual.L Z. al.L T.porque la linea recta.. Z I. es ygual a la linea recta.I T.luego mayor es.L Z.que no,K E. y es ygual.L Z.al mismo.D L.luego mayor es.D L.que no.K E.sea comũ.K D.luego todo. A L.es mayor que todo.A E,lo qual conuenia demostrarse.



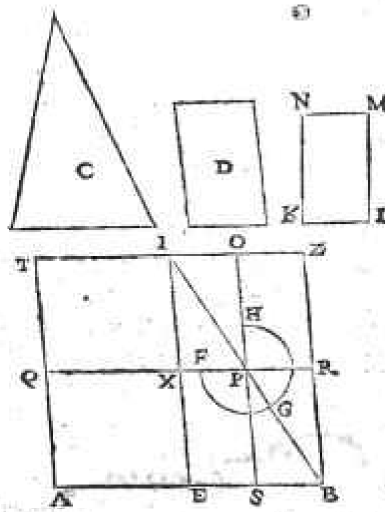
Problema.8, Proposicion.28.

¶Sobre vna linea recta aplicar vn parallelogrãmo falto en figura parallelograma semejãte a vno dado ,y ygual a vn rectilineo dado

Pero

Pero conuiene que el rectilineo dado a quien conuiene dar otro ygual, no ſea mayor que el hecho dela mitad, ſiendo ſemejãtes los toma dos, a aquel que de la mitad, y ſemejãte al que conuiene que falte.

Sea la linea recta dada. A B. y el rectilineo dado a quien conuiene aſſentar otro ygual ſobre la. A B. ſea. C, que no ſea mayor q̃ aquel que ſe hizo de la mitad, ſiendo tomados ſeme jantes al que es neceſſario q̃ le falte vn ſemejãte al parallelo grãmo. D. Cõuiene pues ſobre la linea recta dada A B. hazer vn parallelo- grãmo ygual al rectilineo dado, C, y q̃ falte por vna figura parallelogrãma q̃ ſea ſemejãte al parallelo grãmo, D. Corteſe la, AB por medio (por la, 10, del 1,) enel puncto, E, y deſ- cribaſe (por la. 18, del, 6,) dela, E B, el parallelogrã mo, E B Z I, ſemejante al parallelogrãmo, D, y ſe- mejantemẽte pueſto, y cũ plaſe el parallelogrãmo, A I, Aora pues o el para- llelogrẽmo, A I. es ygual al rectilineo. C. o mayor q̃ el (por la determinaciõ. y ſi, A I, es ygual al, C, ya eſta echo lo q̃ buſcamos, porq̃ eſtaria aſſẽtado ſobre la linea recta. A B. el parallelogrãmo. A I. ygual al recti lineo dado. E y falto por la figura parallelogrãma. I B. ſeme- jante al parallelogramo. D. Pero ſi es mayor. E T. que no. C. y el parallelogrãmo. T E. es ygual al parallelogramo. I B. luego



I B,

I B.es mayor que.C. Y en quanto es mayor.I B.que no. C.en tal excesso se hara el paralelogrãmo.K L M N.(por la.25.del 6.)ygual al parallelogrãmo.D.y semejante y semejantemente puesto. Y porque el paralelogrãmo.D.es semejante a. I B. luego tambien.K M. es semejante al mismo.I B. Sea pues de semejante razon.K L,con.I E.y.L M.cõ . I Z , y porque es ygual.I B.alos dos.C.K M.luego.I B.mayor es que.K M.luego mayor es.I E.que no.K L.y.I Z.que no.L M.põgase pues por la,3.del.1.)la.I X.ygual ala.K L.y la.I O.ygual ala L M,ycumplase el paralelogrãmo.X I O P.luego.I P.es ygual y semejãte ala.K M.Pero.K M.es semejante a.I B.luego tambien.I P. es semejante al.I B.luego (por la.26.del.6.)I P.esta con.IB.sobre vna misma diagonal,sea su diagonal.I P B.y hagase la figura.Pues porque.B I.es ygual a los dos.C,K M.de los quales.I P.es ygual con.K M.luego el gnomõ.F G H.es ygual cõ C.que resta.Y porque.O R.es ygual con.XS.luego todo.OB es ygual con.X B.pero.X B.es ygual con.Q E. Porque el lado.A E.es ygual al lado.E B.luego Q E.es ygual con.OB.põgase por comun.X S.luego todo.Q S,es ygual a todo el gnomon.F GH.y esta demostrado q̃ el gnomõ.F GH.es ygual al rectilineo.C.luego.Q S.es ygual al rectilineo.C. luego sobre la linea recta dada.A B.se asento el palelogramo.Q S.ygual al rectilineo,C.y falto por vna figura paralelograma. P B. q̃ es semejante al paralelogramo.D. porque el paralelogramo P B,es semejãte al parallelogramo.K M, q̃ era lo propuesto.

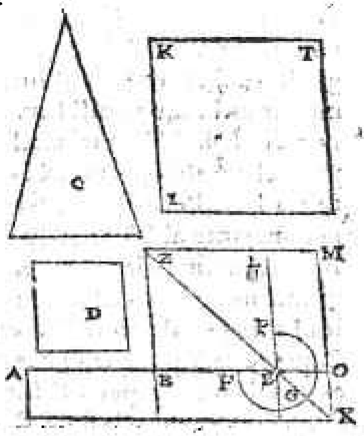
Problema.9. Proposicion. 29.

¶ Sobre vna linea recta dada acommodar vn parallelogrãmo ygual a vn rectilineo dado,y que exceda en vna figura parallelograma semejante a vno dado.

Sea la linea recta dada . A B . y el rectilineo dado a cuyo

Q. ygual

ygual conuiene acõmodar vn otro parallelogramo sobre. A B. sea. C. y semejante al qual conuiene acõmodar le, sea. D. cõ uiene aora sobre la linea recta. A B. acõmodar vn parallelogramo ygual al rectilineo. C. y q̃ exceda ẽ vna figura parallelagrãma semejante al mismo. D cortese (por la. 10 d̃l. 1.). la. A B pormedio ẽ. E. y hagase (por la. 6. del. 6.) de la. E B. el parallelogrãmo. B Z. semejante al, D. y semejãtemẽte puesto, y hagase el pallelogrãmo. l T. ygual a los dos. B Z. C. y semejãte a D. y semejantemente puesto Luego. l T. semejante es a. B Z. y sea. K T. de semejante razõ cõ la linea, Z L. q̃ la. K I. cõ la Z E. Y porque es mayor. l T. que no. Z B. luego mayor es. K T. q̃. Z L. y la. K I. que la. Z E. Estienda se. Z L. Z E, y sea. Z L M. ygual a la. K T. y tãbien. Z E N. sea ygual a la. K I. y cumpla se. M N, luego. M N. es ygual y semejante al. l T. pero. l T. es semejante a. E L. luego (por la. 26. del. 6.) M N. es semejãte a. E L luego sobre vna misma diagonal estã. E L. M N. Saque se su diagonal. Z X. y describase la figura. Pues porq̃ es ygual. l T. a los dos. E L C. pero. l T. es ygual a. M N. luego tãbien. M N. es ygual a los mismos. E L C. quitese el comũ. E L. luego el gnomon q̃ resta. F G P. es ygual al mismo. C. y porque la. A E. es ygual a la. E B. tãbien es ygual (por la. 36. del primero). A N. al mismo. N B. esto es (por la. 43. del. 1.) al parallelogrãmo. L O. pongase comun. E X. luego todo. A X. es ygual al gnomõ. P G F. y el gnomõ. P G F. es ygual al mismo. C. luego. A X. es ygual al mismo. C. luego sobre la linea recta dada. A B. se acõmodo el parallelogrãmo. A X. ygual al triangulo dado. C. y q̃ excede por la figura pallelogrãma. B X. q̃ es semejãte al mismo D porq̃. D. es semejante al mismo. B Z. y B Z. es semejãte a. B X por q̃ estã sobre vna misma diagonal. Lo qual cõuino hazerse.

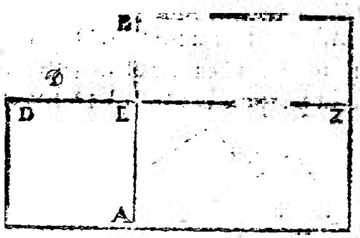


Proble

Problema.10. Proposicion,30.

¶Diuidir vna linea recta dada terminada cō extrema y media razon.

Sea la linea recta dada terminada, A B. cōuiene diuidir cō extrema y media razō la linea recta. A B. hagase el q̄drado de la. AB (por la.46.del.1.) y sea. BC. y (por la.29, del.6) assiēte se sobre la. A C. el parallelogrāmo. C D. ygual al mismo. B C. y q̄ é figura parallelograma exceda por el. A D. seme jante al quadrado. B C, y es quadrado. B C. lue go tābien es quadrado. A D. y porque, B C. es y gual al mismo. C D. quite se el comū C E. luego el B Z. q̄ resta es ygual al



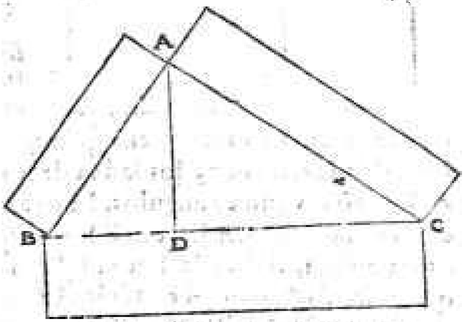
que resta. A D. y es tambien equiangulo, luego (por la.14. del sexto) son reciprocos los lados de los mismos. B Z. D A. que estā junto a yguales angulos. Luego es que como se ha. Z E. con. D E. assi se ha. A E. con. E B. y es Z E. ygual a la, A C. esto es ala misma, A B. y la linea. E D. a la linea. A E. luego es que como. B A. con. A E. assi la, A E. con la, E B. y es mayor la. A B. que la, A E. luego mayor es la. A E. que la. E B, luego la linea recta. A B. es diuidida en el puncto. E. con razō extrema y media y su mayor parte es. A E. lo q̄l cōuino hazerse

¶De otra manera. Sea la linea recta dada. A B. cōuiene diuidir la misma, A B, cō razō extrema y media, Cortese la, A B, en, E (por la, 11, del, 2,) de manera q̄ el rectangulo comprehendido debaxo dela, A B, y dela, B E, sea ygual al quadrado de la, E A, Pues porq̄ el rectangulo que es contenido debaxo dela, A B, y dela, B E, es ygual al quadrado de la, E A, luego (por la, 17, de este) como la B A. cō la, A E, assi la, A E, con la E B. luego la, A B, es diuidida con razon estrema y media, Lo qual conuenia hazerse.

Theorema.21. Proposicion. 31.

¶ En los triágulos rectágulos la figura q̃ se haze del lado opuesto al angulo recto es ygual a las figuras semejátes y semejátemente hechas delos lados que cóprehé den al angulo recto

Sea el triangulo. A B C, que tiene el angulo recto, B A C. digo que la figura que se haze dela. B C. es ygual a aquellas figuras semejantes y semejantemente hechas dela. B A, y dela A C. Sáquese. (por la. 12. del. 1.) la perpédicular. A D. pues por que en el triangulo rectangulo, A B C. desde el angulo recto A. sobre la basis. B C. se tiro la perpendicular . A D. los triangulos. A B D. A D C de junto a la perpé dicular son semejá tes al todo. A B C. y tãbien entre si (por la. 8. d̃l. 6). Y porq̃s semejante. A B C. al mismo. ABD. luego es q̃ como. C B. con B A. assi. A B. cõ. B D y porq̃ tres lineas rectas son proporcionales luego (por el corelario. 2, dela. 20 del. 6.) es que como la, primera con la tercera assi la figura que es descripta dela primera cõ aquella que dela segũda, semejante y semejantemente. Luego como. C B. cõ, B D. assi la figura que dela. B C, con la que es descripta de la. B A. semejante y semejant emente, Y tambien por lo mismo como. B C con. C D. assi la figura que es dela, B C. con la que de la. C A, Por lo qual como la, B C, con la, B D, y la, D C, assi la figura que se haze dela, B C, con aquellas que debajo de, B A, y de, A C, son descriptas semejantes y semejantemente, Pero es ygual la, B C. a, B D, y, D C, luego es ygual la figura que se ha



ze dela.B C.a aquellas figuras ſemejantes y ſemejantemen-te hechas de la,B A,y de la,A C.Luego en los triangulos re-ctangulos la figura que ſe haze de el lado opueſto al angulo recto es ygual a las figuras ſemejantes y ſemejantemente he chas de los lados que comprehenden al angulorecto,lo qual conuino demoſtrarſe,

De otra manera,

Porque por el corelario primero de la,20.del.6.) ſemejantes figuras eſtan en doblada razon de los lados de ſemejante ra-zon,la figura dela.B C.a aquella que es de la,B A.tiene dobla da razon que la.C B.a la B A.Y el quadrado đ la. B C. al qua-drado đela,B A.tiene doblada razon que la.C B.a la.B A.lue go como la figura que es de la.C B,a aquella figura que es de la,B A.aſſi el quadrado dela, C B,al quadrado de la.B A.y tã-bien por tanto como la figura que es de la, B.C.a la figura de la,C A.aſſi el quadrado dela. B C.a los quadrados de la. B A. y de la.A C,Pero el quadrado de la, B C. es ygual a los qua-drados de la.B A.y dela.A C(por la.47.del.1.)luego la figura de la.B C.es ygual a aquellas figuras que ſon ſemejantes y ſe mejantemente hechas dela.B A.y de la .A C.

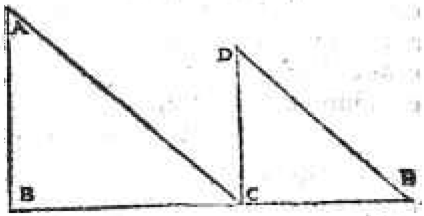
Theorema.22. Propoſicion.32,

¶Si dos triangulos ſe cõponen en vn angulo, teniendo los dos lados proporcionales a los dos lados,en manera que los lados que ſonde ſemejante razon ſean tambienparalellos,eſta ran en linea recta los de mas lados de los miſ mos triangulos.

Sean los dos triãgulos.A B C.D CE.q̃ tengã los dos lados B A.A C.proporcionales a los dos lados.D C,D E.q̃ como ſe ha la.A B.cõ la.A C.aſſi la.D C,cõ la.D E.y parallel a la. A B.

 a la

a la.D C.y la.A C.a la.D E.Digo que. B C. esta en linea recta cō.CE.porque la.A B.es parallela a la. D C. y sobre ellas cae la linea recta.A C. luego (por la.29.del.1.) los angulos alternos.B A C. A C D.son yguales entre si Y por tanto tambien el angulo, C D E. es ygual al angulo.A C D,por lo qual el angulo. B A C. es

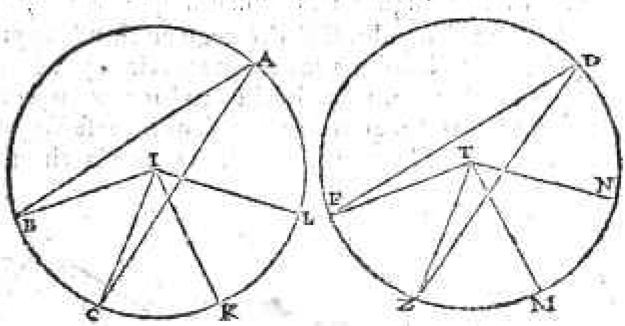


ygual al angulo,C D E.y porque son dos triãgulos, A B C. C D E.q̄ tienen el vn angulo. A,ygual al vn angulo.D.y los lados de junto a yguales angulos proporcionales que como. B A. con.A C.assi,C D.con.D E.luego(por la.6.del.6.)el triangulo A B C.es equiangulo al triangulo.D C E, Luego el angulo. A B C.es ygual al angulo,D C E.y demostrose el angulo.A C D ser ygual(por la.29.del.1.)al angulo.B A C.luego todo el angulo.A C E.es ygual a los dos.A B C.B A C.pongase comū el angulo.A C B.luego los angulos.A C E. A C B. son yguales a los angulos.C A B.A C B.C B A,pero los angulos.B A C.C B A A C B(por la.32.del.1.)son yguales a dos rectos,luego los angulos.A C E.A C B.son yguales a dos rectos. Y desde vna linea recta,A C.y de vn puncto en ella,C. tiradas dos lineas.B C.C E.no hazia vnas mismas partes,de vn cabo y otro hazen los dos ãgulos.A C E.A C B.yguales a dos rectos, luego(por la.14.del.1.)en vna linea recta esta la,B C.con la.C E.luego si dos triangulos se componen en vn angulo, teniendo los dos lados proporcionales a los dos lados, en manera que los lados que son de semejante razon sean tambiē parallelos, estaran en linea recta los demas lados de los mismos triangulos lo qual conuino demostrarse.

Theorema.23. Proposicion.33

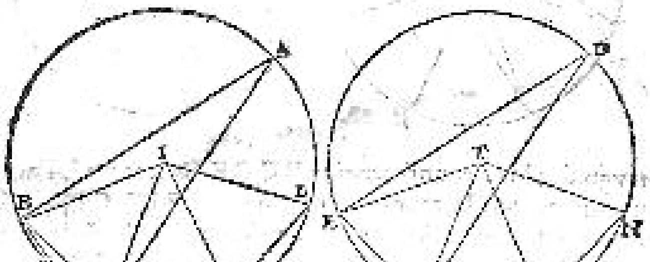
¶ En circulos yguales los angulos tienẽ la mis ma razon que las circunferẽcias sobre lasqua les estan, aora sean hechos en los centros aora en las circunferencias: y tambien los secto res que son los hechos en los centros.

Sean los circulos yguales. A B C. D E Z, y en sus centros. I. T, esten los angulos. B I C, E T Z. y en sus circunferencias esten los angulos. B A C. E D Z. Digo que como se ha la circunferencia. B C. con la circunferencia. E Z. assi es el angulo. B I C con el angulo. E T Z y el angulo, B A C. con el angulo. E D Z y de mas desto el sector. I B C. con el sector. T E Z. pongan se (por la veynte y ocho del. 3.) por orden algunas circunferencias yguales a la circunferencia. B C. y sean. C K. K L. y algunas circunferencias. Z M. M N, yguales a la circunferencia E Z. y tiren se las lineas rectas, I K. I L. T M. T N. Pues porque



son yguales las circunferencias. B C. C K. K L. entre sĩ. Tambiẽ son yguales (por la. 27. del. 3,) los angulos. B I C. C I K. K I L Luego quan multiplice es la circunferencia. B L. de la circunferencia. B C, tan multiplice es el angulo. B I L. de el angulo B I C. y Por tanto tambien quan multiplice es la circunferencia. N E. de la circunferencia. E Z, tan multiplice es el angulo

NTE.del angulo.E T Z,Luego si la circũferécia.B L.es ygual a la circũferencia. E N.ygual es tambien el angulo,B I L.al angulo.E T N,y si la circunferencia. B L.es mayor que la circũferencia.E N.tãbien es mayor el angulo.B I L.q̃ el angulo . E T N.y si menor menor.Luego siẽdo quatro quantidades,dos circunferencias,B C.E Z.y dos angulos que son.B I C. E T Z. se toman de la circunferencia.B C.y del angulo.B I C. los ygualmente multiplices que son la circũferécia,B L . y el angulo B I L.y dela circũferencia.E Z.y del ãgulo.E T Z.la circũferẽcia.E N.y el angulo.E T N,y esta demostrado que si la circunferencia.B L,excede a la circunferécia. E N,tãbien el angulo B I L.excede al angulo,E T N, y si ygual , ygual, y si menor menor,luego sera,por la.6.definicion del.5,q̃como la circunferencia.B C,se ha con la circunferencia.E Z.assi el angulo.B I C.con el angulo,E T Z,Pero como se ha el angulo.B I C. cõ el angulo,E T Z,assi el angulo.B A C, con el angulo, E D Z, porque cada vno(por la,20,del,3,)es duplo de cadaqual,luego sera que como se ha la circunferencia,B C,con la circunferencia.E Z.assi el angulo,B I C,con el angulo,E T Z,y el angulo,B A C,con el angulo, E D Z,Luego en circulos yguales los angulos tienen en la misma razon que las circunferencias sobre las quales estan,aora sean hechos en los centros,aora en las circunferencias,Lo qual conuino demostrarse,Digo tambien que como se ha la circunferencia.B C,con la circunferẽ



cia

cia.T Z.assi el sector.I B C,con el sector,T E Z,Tiren se las lineas,B C,C K,y tomados sobre las circunferencias, B C,C K los punctos, X.O,tirense las lineas,B X,X C,C O,O K,ypor que(por la.15,definicion del,1.)las dos,B I,I C,son yguales a las dos,C I,I K,y abraçan yguales angulos,Luego(por la, 4, del,1,)la basis,B C,es ygual a la basis,C K, y el triangulo, I B C.es ygual al triãgulo,I C K,y porque es ygual la circunferencia.B C.a la circunferencia. C K. luego la circunferencia que resta,y cumple todo el circulo.A B C.es ygual a la circunferẽcia que resta,y cumple todo el circulo mismo. A B C.Por lo qual tambien el angulo.B X C.es ygual al angulo.C O K.Luego(por la.10.difinició del.3.)el segmento.B X C. es semejãte al segmento.C O K.y estan en la s lineas rectas yguales . B C K C.y los segmentos de circulos semejantes que estan ẽygua les lineas rectas,ellos entre si son yguales(por la,24.del. 3 .) luego el segmento.B X C.es ygual al segmento.C O K. Pero el triangulo.I B C.es ygual al triangulo .I C K. luego todo el sector.I B C.es ygual a todo el sector.I C K . (por la primera comun sentencia)y por tanto tambien el sector. I K L . es ygual a cada vno de los dos.I B C.I C K. Luego los tres sectores.I B C, I C K.I K L.son yguales entre si,y por tanto tãbien son yguales entre si los sectores.T E Z.T Z M.T M N. luego quan multiplice es la circunferencia . B L. de la circunferencia.B C.tan multiplice es el sector.L I B. de el sector. I B C. y tambien por lo mismo quan multiplice es la circunferencia. N E.de la circunferencia.E Z.tã multiplice es el sector.T FN de el sector.T E Z,Luego si la circunferencia.B L. es ygual a la circunferencia.E N.ygual es tambien el sector.B I L, al sector,E T N.y si la circunferencia.B L.excede a la circunferẽcia.E N.excede tambien el sector.B I L.al sector . T E N. y si falta,falta.luego siendo quatro quantidades,dos circunferẽcias.B C.E Z.y dos sectores.I B C,E T Z.son tomados los ygualmente multiplices de la circunferencia.B C.y del sector I B C.la circunferencia.B L.y el sector.I B L.y dela circunferencia.E Z.y de el sector,T E Z. la circunferencia . E N . y el sector. T E N. y esta demostrado que si la circunferencia. B L excede a la circunferencia. E N. que tambien excede el sector B I L. al sector. E T N. y si ygual, ygual, y si falta, falta. Luego sera (por la conuersion de la primera definicion del sexto) q como se ha la circunferencia. B C. con la. E Z. assi el sector. I B C. con el sector. T E Z. Lo qual se auia de demostrar.

Corelario.

Y manifiesta cosa es que como se ha el sector con sector, assi el angulo con el angulo,

¶ Finis.

¶ Fin del libro sexto.

Folio	Plana,	Ringlon.	Quitese	Pongase
7	1	22	ran	tan
7	2	12	pareciédo	pareciendo
10	1	21	8	28
12	1	1	ſon	ſ
12	2	27	ſabricado	fabricado
13	2	6	meuor	menor
14	1	19	triaugulo	triangulo
14	2	4	DEZ	DZE
15	1	26	baſ	baſis
16	2	2	EZ	ZD
17	1	10	corte ſe	corteſe en
19	2	13	z	3
23	1	8	pribera	primera
23	1	18	yor el	yor q̄ el
24	1	1	FZ	EZ
24	1	8	EDC	EDZ
26	1	11	BET	BI T
26	2	15	EAD. ADC	ZAD, ADB
27	2	6	BCD	BDC
29	2	1	y en	y eſtan en
30	1	23	eſten	y eſten
31	1	16	ZECI	ZEIC
32	1	13	eſtiendeſe	eſtiendaſe
32	2	16	ITL	TIL
33	1	2	KZ.LM	KZML
33	2	8	BDCE	BDEC
34	1	1	y eſta	y eſtan
34	2	16	dos del	del
36	2	29	ZD	ZC
37	1	1	ſe BD etc. haſta do dize gonal BD. en, quiteſe todo eſto.	
37	2	17	BC	y BC

439.990

Raro

Folio	Plana	Ringlon.	Quite se	Ponga se.
40	1	35	S Q E	S Q B
40	2	4	y son	son
42	1	35	ygual	ygual
43	1	27	C B	C A
43	1	28	de la.B.	dela B A
44	2	2	a la.E	a la.E D
50	1	15	cirulo	circulo
53	2	13	C D	Z D
55	1	19	y por la	por la
57	2	22	C A B	E A B
60	1	11	D E	D C
62	1	20	B C	B C D
66	1	13	y b la	y dela
69	1	18	tar a vna	tar vna
69	2	31	E D C	E D Z
75	1	18	T	T I
76	2	6	L M C	L M I
82	1	18	F Z	E Z
91	1	18	M.la.	M.de la
92	2	12	dos vna,	dos envna
96	1	8	la punta	su punto mas alto
99	2	4	la punta	el punto
107	1	13	el porq̃ es q̃	es. porq̃ el q̃ es
108	1	17	A I B	I A B
108	1	18	C Z D	Z C D
108	1	19	D C Z	D Z C
110	1	4	I T K	L T K

Eratas delas figuras

en la figura dela.27.del.1.enla linea.A E E diga.A E B.enla figura dela.41.tire se vna linea dela A.hasta la.C.enla.24,del.3 en el circulo.A B.pongase vna.E.enla.18,del.6.enla figura.E Z DD.pon EZ CD.