AL/F. 1-22

8- najo - leg 9- 09

## INSTITUTO PROVINCIAL DE SEGUNDA ENSEÑANZA

DE JEREZ DE LA FRONTERA.

# **PROGRAMA**

DE

# Aritmética y Algebra Elemental.

### LECCIONES EXPLICADAS

POR EL CATEDRATICO

D. Juan Argullós y Sedano.

#### JEREZ.

IMP. DEL «GUADALETE,» Á CARGO DE D. TOMÁS BUENO CALLE DEL COMPÁS, NÚMERO 2.
1881.

AL/F1-22

# INSTITUTO PROVINCIAL DE SEGUNDA ENSEÑANZA

DE JEREZ DE LA FRONTERA.

# **PROGRAMA**

DE

Aritmética y Álgebra Elemental.

## LECCIONES EXPLICADAS

POR EL CATEDRÁTICO

D. Juan Argullós y Sedano.

Manuel Alvaria y

JEREZ.

ÎMP. DEL «GUADALETE,» À CARGO DE D. TOMÁS BUENO CALLE DEL COMPÁS, NÚMERO 2.

# Manuel Alvara y Easter

## ARITMÉTICA. (1)

Cálculo de los números abstractos.

#### Leccion 1.

Nociones preliminares.—Número entero y unidad.—Division del número.—Cantidad.—Diferencia que existe entre el número y la cantidad.—Problema.—Objeto de las Matemáticas.—Operaciones de composicion y de descomposicion de los números.—Aritmética.—Signos que se usan en esta parte de las Matemáticas.

#### Leccion 2.

## Numeracion décupla.

Numeracion hablada.—Definicion general.—Formacion de los números.—Principio fundamental.—Diversos órdenes de unidades.—Palabras que sirven para expresar todos los números enteros.

#### Leccion 3.

Numeracion escrita.—Definicion general.—Cifras ó guarismos y su significacion.—Principio convencional.—Valores absoluto y relativo de cada cifra.—Regla para escribir con cifras el número entero que se proponga.—Regla para leer un número entero escrito con guarismos.

<sup>(1)</sup> Conviene advertir que este programa lo hemos formado, teniendo presente que la obra de texto adoptada es la de D. Juan Cortazar.

#### NÚMEROS ENTEROS.

#### Leccion 4.ª

Operaciones fundamentales.

Adicion.—Definicion general y signo de la adicion.—Manera de sumar varios números, en cualquiera de los casos que pueden ocurrir.—Regla de la adicion.—Igualdad y miembros de que consta.

#### Leccion 5.

Sustraccion.—Definicion general y signo de la sustraccion.—Consecuencias que se desprenden de esta definicion.—Alteraciones que experimenta el resto, variando el minuendo ó el sustraendo, ó ambos á la vez.—Manera de restar dos números, en los diferentes casos que pueden ocurrir.—Regla de la sustraccion.

#### Leccion 6.4

MULTIPLICACION.

Multiplicacion, cuando el multiplicador tiene una sola cifra.—Definicion general y signo de la multiplicacion.—Consecuencias de esta definicion, cuando el multiplicador sea un número entero.—Casos que pueden ocurrir en esta operacion.—Multiplicacion de números de una sola cifra.—Tabla de multiplicar.—Multiplicar un número compuesto de varias cifras, por otro de una sola.

#### Leccion 7.

Multiplicacion, cuando el multiplicando y multiplicador tienen varias cifras.—Multiplicacion de un número entero cualquiera por otro, que esté expresado por la unidad seguida de ceros ó por otra cifra significativa seguida de ceros.—Multiplicacion de dos números compuestos de varias cifras.—Casos particulares.

#### Leccion 8.\*

Consideraciones acerca de la multiplicacion.—El producto de dos números no varía, aunque se tome el multiplicando por multiplicador, y éste por multiplicando.—Número duplo, triplo, cuádruplo, etc., de otro.—Número mitad, tercio, cuarto, etc., de otro.

Axioma: diversos ejemplos.—Demostracion.— Teorema.—Corolario.—Lema.—Métodos analítico y

sintético.

#### Leccion 9.ª

DIVISION.

Division, cuando el divisor y el cociente tienen una cifra.—Definicion general y signo de la division.— Consecuencias de esta definicion, cuando el divisor es un número entero.—Division exacta é inexacta.— Casos que pueden ocurrir en esta operacion.—Division cuando el cociente y el divisor tienen una sola cifra.

#### Leccion 10.

Division, cuando el cociente tiene una cifra y el dividendo y divisor varias.—Deduccion del valor de la cifra del cociente cuando el dividendo y divisor tienen varias cifras.—Tanteo de la cifra del cociente y su determinacion.—Regla para dividir dos números compuestos de varias cifras, teniendo el cociente una sola.

#### Leccion 11.

Division, cuando el cociente tiene varias cifras.—
Tanteo de cada cifra del cociente en este caso.—
Investigacion del cociente total y del resto.—Dividendos, cocientes y restos parciales.—Regla para efectuar la division en este último caso.—Abreviaciones de la division cuando el divisor sea un número digito ó se componga de la unidad seguida de ceros.—Número múltiplo ó divisible por otro.—
Número divisor, submúltiplo ó parte alícuota de otro.

#### Leccion 12.

Complemento de las operaciones fundamentales.— Pruebas de una operacion.—Pruebas correspondientes á cada una de las operaciones citadas.— Consideraciones generales acerca de las pruebas.

Notacion literal y sus ventajas.

#### Leccion 13.

## Propiedades de los números enteros.

Producto de varios factores.—Producto de una suma ó diferencia indicada por un número.—Manera de separar un factor comun, en una suma ó diferencia indicada.—Constancia del producto de varios números cuando varía el órden de colocacion de los factores.

#### Leccion 14.

Continuacion de la leccion anterior.—Variacion del producto de varios factores, cuando uno de ellos se multiplica ó divide por un número.—Manera de multiplicar ó dividir un producto indicado por un número.—Segunda, tercera, cuarta, etc. potencia de un número: potencia de un cierto grado.

#### Leccion 15.

#### DIVISIBILIDAD DE LOS NÚMEROS.

Principios fundamentales.—Si un número es divisor de otros varios, lo será tambien de la suma de éstos, y si lo fuera de dos, lo será de su diferencia.—Si un número es divisible por otro, lo será tambien por cualquier divisor de este otro.—Si un número es divisor de uno de dos sumandos y no lo es del otro, no es divisor de la suma.—Si un número es divisor del minuendo y no del sustraendo no es divisor del resto.

Partes de que consta todo teorema.—Método de reduccion al absurdo.

#### Leccion 16.

Caractéres de divisibilidad.—Número par é impar.—Divisibilidad de un número por 10 y por

sus potencias.—Divisibilidad de un número por las potencias de 2 y de 5.—Condiciones para que un número sea divisible por 9 y por 3.

#### Leccion 17.

#### MÁXIMO COMUN DIVISOR.

Principios fundamentales.—Números primos entre sí.—Números primos entre sí dos á dos.—Máximo comun divisor de dos ó más números.—Todo factor comun al dividendo y al divisor, es factor del resíduo y vice-versa.—El máximo comun divisor del dividendo y divisor, en toda division inexacta, es igual al máximo comun divisor del divisor y del resíduo.

#### Leccion 18.

Máximo comun divisor de dos números.—Investigacion del máximo comun divisor de dos números.

—Regla para hallar el máximo comun divisor de dos números y observaciones que pueden hacerse acerca de la misma.—Todo factor de dos números lo es tambien de su máximo comun divisor.

#### Leccion 19.

Propiedades principales.—Circunstancia que tienen los cocientes que resultan de dividir varios números por su máximo comun divisor.—Alteracion que experimenta el resíduo de una division inexacta, cuando el dividendo y el divisor se multiplican por un mismo número.—Alteracion que sufre el máximo comun divisor de dos números, cuando á éstos se les multiplica por un mismo número.—Propiedad de todo divisor de un producto de dos factores, que sea primo con uno de éstos.

#### Leccion 20.

NÚMEROS PRIMOS.

Fundamentos de su teoría.—Definiciones.—Manera de conocer cuando un número es primo ó compuesto.—Si un número primo no es divisor de otro número, los dos son primos entre sí.—Consecuen-

cia que se desprende de este teorema.—Todo número primo que sea divisor de un producto, es por lo ménos divisor de uno de sus factores.—Si dos números son primos entre sí, dos potencias cualesquiera de dichos números tambien lo serán.—Si un número es primo con cada uno de los factores de un producto, es primo con el producto.

#### Leccion 21.

Descomposicion de un número en factores primos.
—Si un número es divisible por varios números primos entre sí dos á dos, so será tambien por su producto.—Investigacion de los factores simples de un número cualquiera, regla para determinarlos y observaciones que conviene tener presentes.—Identidad de todas las descomposiciones de un mismo número en factores simples.

#### Leccion 22.

Aplicacion á la determinacion del máximo comun divisor y del mínimo múltiplo comun de varios números.—Condiciones necesarias y suficientes que deben tener los factores primos de dos números para que uno de éstos sea divisible por el otro.—Deduccion del máximo comun divisor y del mínimo múltiplo comun de varios números sirviéndose de los factores primos de éstos.—Mínimo múltiplo comun de varios números primos entre sí dos á dos.

#### QUEBRADOS.

#### Leccion 23.

Nociones preliminares.—Generacion de los números quebrados.—Definiciones.—Producto de un quebrado por su denominador.—Cociente completo de dos números enteros cualesquiera.—Identidad entre un quebrado y el cociente de la division del numerador por el denominador.—Convertir un número entero en quebrado.—Reduccion de un quebrado impropio á número mixto y vice-versa.

#### Leccion 24.

Propiedades de los quebrados.—Comparacion de dos quebrados, que tienen iguales dos términos del mismo nombre.—Variaciones del valor de un quebrado, cuando su numerador se multiplica ó se divide por un número entero.—Manera de multiplicar ó dividir un quebrado por un entero.—Alteraciones que experimenta el valor de un quebrado, cuando su denominador se multiplica ó se divide por un entero.—Otro procedimiento para dividir ó multiplicar un quebrado por un número entero.—Multiplicacion ó division de los dos términos de un quebrado por un entero.—Otra manera de enunciar todos los teoremas anteriores.

#### Leccion 25.

Transformaciones de los quebrados.—Reducir varios quebrados cuyos denominadores sean diferentes, á un comun denominador.—Reduccion de varios quebrados al mínimo denominador comun.—Simplificacion de los quebrados.—Fracciones irreducibles.—Reduccion de un quebrado á su más simple expresion.

#### Leccion 26.

## Operaciones con los números fraccionarios.

Adicion y sustraccion.—Sumar varios quebrados, que tengan el mismo denominador.—Adicion de varios quebrados, que no tienen igual denominador.—Sumar números mixtos.—Restar de un quebrado otro menor, bien sea en el caso de que tengan ambos igual denominador, ó bien sea que tengan denominadores diferentes.—Restar de un número mixto otro menor, fijándose en los casos particulares que pueden presentarse en la resolucion de esta operacion.—Otro procedimiento para efectuar la adicion y la sustraccion de los números mixtos.

#### Leccion 27.

Multiplicacion. - Aplicacion de la definicion ge-

neral de la multiplicacion al caso en que el multiplicador sea un número fraccionario.—Multiplicar un quebrado por otro y un número entero por un quebrado.—Multiplicacion de varios quebrados.— Multiplicacion de un número mixto por otro y de un número mixto por un entero.—Quebrados de quebrados.—Manera de apreciar su valor.

#### Leccion 28.

Division.—Dividir un quebrado por otro y un número entero por un quebrado.—Dividir un número mixto por otro.—Division de un número mixto por un entero.—Observaciones generales acerca de la division de los números fraccionarios.

#### Leccion 29.

Producto de varios factores.—Producto de varios productos indicados, que están compuestos de factores fraccionarios, ó enteros y fraccionarios.—Potencia de un quebrado.—Potencia de un número mixto.—Comparacion de las potencias sucesivas de los números mayores ó menores que la unidad.—Propiedad de las potencias de los quebrados irreducibles.

#### Leccion 30.

#### Quebrados decimales.

Numeracion.—Definicion de las fracciones decimales.—Partes decimales de la unidad.—Principio fundamental de la numeracion decimal.—Reglas para escribir y leer los números decimales.—Manera de dividir un número entero cualquiera por la unidad seguida de ceros.—Significacion de los ceros escritos á la derecha de los números decimales.

#### Leccion 31.

Adicion y sustraccion.—Adicion de dos ó más números decimales.—Regla para sumar las fracciones decimales.—Sustraccion de los números decimales.—Casos particulares.—Regla para restar dos fracciones decimales.

#### Leccion 32.

Multiplicacion.—Multiplicar un número decimal por la unidad seguida de ceros.—Multiplicacion de una fraccion decimal por un número entero.—Multiplicar un número decimal por otro tambien decimal.—Casos particulares.

#### Leccion 33.

Division.—Dividir un número decimal por la unidad seguida de ceros.—Division de una fraccion decimal por un número entero.—Dividir un número decimal ó entero por otro decimal.—En la division inexacta de dos números enteros ó decimales, ó un entero y otro decimal, determinar el valor del cociente con ménos error que una unidad decimal dada.

#### Leccion 34.

Reduccion de los quebrados ordinarios á decimales y viceversa.—Reduccion de un quebrado ordinario cualquiera á fraccion decimal equivalente.—
Fracciones decimales periódicas y su clasificacion.
—Reducir una fraccion decimal á quebrado ordinario equivalente, en cualquiera de los tres casos que
pueden presentarse.—Valor aproximado de una fraccion decimal, cuyo número de cifras es indefinido,
con menor error que una unidad de un órden cualquiera.

## RAIZ CUADRADA DE LOS NÚMEROS.

#### Leccion 35.

Extraccion de la raiz cuadrada de los números enteros.

Nociones preliminares.—Definicion de la raiz cuadrada de un número.—Raiz de cierto grado de un número cualquiera.—Raiz cuadrada de los números enteros menores que ciento.—Si la raiz cuadrada de un número entero no es exactamente un número entero, tampoco podrá ser un número fraccionario.—

Raiz cuadrada entera de un número.—Residuo de la raiz cuadrada de un número.

#### Leccion 36.

Teoremas fundamentales.—Cuadrado de la suma de dos números.—Diferencia entre los cuadrados de dos números que se diferencian en una unidad.—Valor máximo del resíduo.—Cuadrado de un número compuesto de decenas y unidades.

#### Leccion 37.

Continuacion.—Teorema por el cual se determina el valor de las decenas de la raiz cuadrada.—Teorema para encontrar la cifra de las unidades de la raiz cuadrada.—Diferentes maneras de comprobar la cifra de las unidades.

#### Leccion 38.

Extraccion de la raiz cuadrada de un número compuesto de tres ó más cifras.—Deduccion del procedimiento que debe seguirse para extraer la raiz cuadrada de un número compuesto de varias cifras.—Número de cifras de la raiz cuadrada.—Casos en que basta la sola inspeccion de un número para conocer que no tiene raiz cuadrada exacta.

#### Leccion 39.

Extraccion de las raices cuadradas de los quebrados.

Quebrados ordinarios.—Raiz cuadrada de un quebrado cuyos dos términos tienen raiz cuadrada exacta.—Si alguno de los términos de un quebrado no tiene raiz cuadrada exacta, tampoco puede tenerla el quebrado.—Raices inconmensurables.—Hallar el valor de una raiz inconmensurable en ménos de una parte alícuota de la unidad.

#### Leccion 40.

Fracciones decimales.—Ventajas que presenta la aproximacion en decimales de las raices cuadradas inconmensurables. — Aproximacion de las raices cuadradas de los números decimales con ménos

error que una unidad decimal dada.—Extraer la raiz cuadrada de un quebrado propio ó impropio en los diferentes casos que se pueden presentar.

#### PROPORCIONES.

#### Leccion 41.

Nociones preliminares.—Razon por cociente y términos de que consta.—Definicion y teorema fundamental de las proporciones.—Hallar un término, dados los otros tres.—Proporcion contínua.—Hallar un medio proporcional entre dos números.

#### Leccion 42.

Propiedades.—Identidad entre una igualdad de productos de dos factores y una proporcion.—Alteraciones que pueden experimentar en su colocacion y en su valor los diferentes términos de una proporcion, sin que ésta deje de subsistir.—Proporciones que tienen una razon comun.—Productos ordenados de varias proporciones y su consecuencia inmediata.

#### Leccion 43.

Continuacion.—En toda proporcion la suma ó diferencia de los dos términos de cada razon, forman tambien proporcion con los términos de un mismo nombre.—Las sumas de los dos términos, de cada razon, son proporcionales con sus diferencias respectivas.—En una série de razones iguales la suma de los antecedentes es á la de los consecuentes, como un antecedente es á su consecuente.—Hallar dos números, dada su razon y su suma ó la diferencia.

## Cálculo de los números concretos.

#### Leccion 44.

SISTEMA DE MEDIDAS, PESAS Y MONEDAS.

Nociones preliminares.—Idea general de la unidad concreta y condiciones á que debe satisfacer.— Unidades de tiempo.—Monedas antiguas y modernas.—Definiciones.—Averiguar cuántos cuadrados tiene un cuadrado mayor, conociendo el número de veces que el lado del mayor contiene exactamente al del menor.—Determinar cuántos cubos menores tiene un cubo mayor, conociendo el número de veces que el lado del mayor contiene exactamente al del menor.

#### Leccion 45.

Sistema métrico. — Unidad fundamental. — Unidades principales y usuales. — Múltiplos y submúltiplos de cada una de las unidades principales del sistema.

#### Leccion 46.

REDUCCION DE UN NÚMERO COMPLEJO Á INCOMPLEJO Y AL CONTRARIO.

Reduccion de un número complejo á incomplejo.

—Números homogéneos y su division.—Reducir un número incomplejo á otro de especie menor.—Convertir un número complejo en incomplejo de su menor especie.—Convertir un número complejo en incomplejo de una especie diferente de la menor.

#### Leccion 47.

Reduccion de un número incomplejo á complejo. —Convertir un número incomplejo de especie inferior en complejo. —Reducir un quebrado de especie superior á complejo equivalente, ó sea valuar el quebrado.

#### Leccion 48.

Operaciones con los números concretos.

Adicion.—Los sumandos deben ser homogéneos y la suma será de la misma especie.—Adicion de incomplejos.—Adicion de complejos.—Casos particulares.—Diversas maneras de efectuar esta operacion, fijándose en la más preferible.

#### Leccion 49.

Sustraccion.—El minuendo y el sustraendo deben ser homogéneos.—El resultado es de la misma especie que los datos.—Sustraccion de incomplejos.
—Sustraccion de complejos.—Casos particulares.—Diversas maneras de efectuar esta operacion, fijándose en la más preferible.

#### Leccion 50.

Multiplicacion.—El multiplicador debe considerarse como abstracto.—El multiplicando y el producto son siempre de la misma especie.—Carácter de los problemas que más comunmente ocurren en la multiplicacion de los números concretos.—Procedimiento general para resolverlos.

#### Leccion 51.

Continuacion. — Método llamado de las partes alícuotas. — Resolucion de las cuestiones correspondientes á la multiplicacion de los números concretos, por el método de las partes alícuotas. — Casos particulares.

#### Leccion 52.

Division.—Casos que pueden ocurrir en esta operacion.—Causa de que el dividendo y el divisor puedan ser homogéneos ó heterogéneos.—El cociente de dos números de la misma especie es igual al cociente de dichos números tomados como abstractos.

—Procedimiento general que debe seguirse para resolver cualquiera de los dos casos que se pueden presentar en esta operacion.

#### Leccion 53.

Problemas que pueden resolverse por una ó más proporciones.

Regla de tres simple.—Condicion indispensable para que vários números concretos formen proporcion.—Cantidades directamente proporcionales.—Cantidades recíprocamente proporcionales.—Cantidades recíprocamente proporcionales.—Cuestiones que se presentan y su resolucion, bien sea por medio de una sola proporcion, ó tambien por el método llamado de reduccion á la unidad.

#### Leccion 54.

Regla de tres compuesta. – Cuestiones que se presentan en esta regla y su resolucion, bien sea sirviéndose de varias proporciones, ó bien por medio del método de reduccion á la unidad.

#### Leccion 55.

Regla de compañía.—Dividir un número dado, en partes proporcionales á otros números tambien dados.—Definicion y principios en que estriba esta regla.—Problemas correspondientes á cada uno de los tres diferentes casos que pueden presentarse.

#### Leccion 56.

Regla de interés.—Definiciones.—Principios fundamentales de la regla de interés simple.—Casos que pueden presentarse y su resolucion, bien sea por medio de proporciones, ó bien por el método de reduccion á la unidad.

#### Leccion 57.

Regla de descuento. — Definiciones. — Diferentes métodos de descontar. — Principios fundamentales correspondientes á cada uno de los dos métodos. — Resolucion de las cuestiones correspondientes al primero y segundo método de descontar, en los casos en que el tiempo sea igual ó diferente de un año.

#### Leccion 58.

Regla de conjunta.—Principio fundamental.—Resolucion, por medio de la regla de conjunta, de los problemas que á la misma corresponden.—Resolucion de los mismos problemas, bien sea por medio de proporciones, ó bien por el método de reduccion á la unidad.

#### Leccion 59.

Regla de aligacion.—Primer problema y procedimiento general para resolverlo.—Teorema que sirve de fundamento para la resolucion del segundo problema.—Resolucion de este segundo problema cuando sean más de dos las especies que se mezclan.—Definiciones.—Maneras de hacer determinado este segundo problema, en el caso de que sean dos las especies que se mezclan.

#### Leccion 60.

Cantidades inconmensurables.—Definiciones.—Límite de una cantidad variable.—Si son constantemente iguales dos cantidades variables que tienen límites, éstos son tambien iguales.

## ALGEBRA ELEMENTAL.

## Cálculo algébrico.

#### Leccion 61.

Nociones preliminares.—Notacion algébrica.— Definiciones.—Diferencia que existe entre identidad y ecuacion.—Objeto que tienen las fórmulas en el cálculo.—Orígen de las cantidades negativas.— Conocer cuál de dos números, de signos iguales ó diferentes, es menor.—Relacion de dos números negativos entre sí y con cero.

#### Leccion 62.

OPERACIONES CON LOS NÚMEROS NEGATIVOS.

Adicion y sustraccion.—Suma de varios números positivos y negativos ó todos negativos.—Diferencia entre dos números negativos, ó uno positivo y otro negativo.—Definiciones.—El valor numérico de un polinomio no varía, cualquiera que sea el órden en que se coloquen sus términos.—Reducir dos ó más términos semejantes á uno solo.

#### Leccion 63.

Multiplicacion y division.—Producto de dos números.—Signo del producto de dos números positivos ó negativos, ó uno positivo y otro negativo.— El signo de un producto de cualquier número de factores no varía, aunque se mude el órden de colocacion de estos factores.—Cociente de dos números negativos ó positivos, ó uno negativo y el otro positivo.—Consecuencias que se desprenden de la re-

gla de los signos, correspondiente á la division de dos números.

#### Leccion 64.

#### Operaciones fundamentales.

Adicion y sustraccion de las cantidades literales. Suma algébrica.—Regla para sumar las cantidades literales.—Diferencia algébrica.—Procedimiento que debe seguirse para restar una cantidad literal de otra.—Manera de mudar los signos, á todos ó á varios términos de un polinomio, sin que éste se altere en valor.

#### Leccion 65.

#### MULTIPLICACION.

Multiplicacion de un monomio ó polinomio por un monomio.—Producto de varias cantidades literales.
—Producto de dos potencias de una misma cantidad.—Multiplicacion de un monomio entero por otro monomio tambien entero.—Multiplicacion de un polinomio por un monomio.

#### Leccion 66.

Multiplicación de polinomios.—Manera de ordenar un polinomio con respecto á una letra.—Multiplicación de dos polinomios enteros.—Cubo de un binomio.—Producto de la suma de dos cantidades por su diferencia.—Procedencia del primero y último término del producto final, ordenado con respecto á una letra, de dos polinomios que se encuentran tambien ordenados con respecto á la misma letra.

#### Leccion 67.

#### DIVISION.

Division de dos monomios.—Cociente de dos cantidades literales.—Definiciones.—Cociente de dos potencias de una misma cantidad.—Interpretacion que debe darse á toda cantidad cuyo exponente sea igual á cero.—Dividir un monomio entero por otro tambien entero, cuando la division es exacta.—Casos

en que la division de dos monomios enteros es inexacta.

#### Leccion 68.

Division de un polinomio por un monomio ó polinomio.— Division de un polinomio por un monomio. —Deduccion de la regla correspondiente á la division exacta de dos polinomios enteros.—Division inexacta de dos polinomios enteros.

#### Leccion 69.

#### EXPONENTES NEGATIVOS.

Interpretacion de varias expresiones.—Fraccion equivalente á toda cantidad cuyo exponente es negativo.—Fraccion equivalente á toda cantidad cuyo exponente es positivo.—Interpretacion de las expresiones fraccionarias en que el numerador es una cantidad finita y el denominador es cero ó el infinito.—Consideraciones á que se presta la expresion cero dividido por cero.—Interpretacion de las expresiones: cero multiplicado por el infinito, y el infinito dividido por el infinito.

## Ecuaciones de primer grado.

#### Leccion 70.

Nociones preliminares.—Definiciones.—Casos en que una ecuacion no se altera.—Primeras operaciones que hay que hacer para resolver una ecuacion.

#### Leccion 71.

Resolucion de una ecuacion con una sola incógnita.—Procedimiento general para quitar los denominadores en una ecuacion, cuando dos ó más de ellos tienen uno ó más factores comunes.—Pasar un término de un miembro á otro.—Casos en que una ecuacion puede simplificarse.—La incógnita, no tiene más que un sólo valor.

#### Leccion 72.

ELIMINACION DE UNA INCÓGNITA ENTRE DOS Ó MÁS ECUACIONES.

Eliminacion de una incógnita entre dos ecuaciones con varias incógnitas.—Eliminar una incógnita entre dos ecuaciones.—Procedimiento general que debe seguirse para eliminar una incógnita entre dos ecuaciones, por cada uno de los métodos llamados de sustitucion, de adicion ó sustraccion y de igualacion.

#### Leccion 73.

Eliminacion de una incógnita entre un número cualquiera de ecuaciones.—Procedimiento general.— Aplicacion de los diferentes métodos de eliminacion al caso en que se tengan tres ó más ecuaciones.— Sistema de ecuaciones.—La ecuacion final que resulta es de primer grado.

#### Leccion 74.

RESOLUCION DE UNA Ó VARIAS ECUACIONES CON DOS Ó MÁS INCÓGNITAS.

Resolucion de dos ecuaciones con dos incógnitas.— Resolver una ó más ecuaciones.—Resolucion de dos ecuaciones generales con igual número de incógnitas, sirviéndose para ello de cada uno de los tres métodos de eliminacion explicados.—Aplicacion de las dos fórmulas resultantes á la resolucion de dos ecuaciones numéricas con dos incógnitas.

#### Leccion 75.

Resolucion de un número cualquiera de ecuaciones con igual número de incógnitas.—Solucion de un sistema de ecuaciones.—Sistema de ecuaciones equivalente á otro.—Procedimiento general para resolver un número cualquiera de ecuaciones de primer grado con igual número de incógnitas.—Demostrar que cada incógnita no tiene más que un solo valor.

#### Leccion 76.

Discusion de la ecuacion literal con una incógnita. Discutir una ó varias ecuaciones literales.—Discutir

la ecuacion literal de primer grado con una sola incógnita. — Ecuaciones contradictorias. — Ecuacion consecuencia de otra ú otras. — Ecuaciones distintas. — Sistema indeterminado.

#### Leccion 77.

Resolucion de varias ecuaciones con mayor ó menor número de incógnitas.—Resolver una ecuacion de primer grado con varias incógnitas.—Variables independientes.—Funcion de una ó más cantidades variables.—Resolucion de dos ó más ecuaciones con mayor número de incógnitas.—Resolucion de un sistema de dos ó más ecuaciones con menor número de incógnitas.—Ecuaciones de condicion.

#### Leccion 78.

PROBLEMAS DETERMINADOS DE PRIMER GRADO.

Nociones preliminares.—Partes de que consta la resolucion de todo problema.—Manera de conseguir el planteo de un problema.—Definiciones.—Modo de hacer determinado un problema indeterminado.—Planteo y resolucion del problema en que conocidas la suma y la diferencia de dos cantidades, se desea hallar la fórmula correspondiente al valor de cada una de ellas, sirviéndose bien sea de una ó de dos ecuaciones.

#### Leccion 79.

Problema.—Dos móviles salen al mismo tiempo de dos puntos y recorren con movimiento uniforme la línea recta que éstos determinan: se conoce la distancia que média entre los citados puntos, así como tambien las velocidades de ambos móviles, y se quiere saber la distancia desde el punto en donde ambos se encuentran á uno cualquiera de los dos puntos de partida.—Principio de Descartes.—Conclusiones generales que se desprenden de la resolucion de los problemas, y relativas no solamente al valor negativo que la incógnita puede tener, sino tambien á los casos en que el problema que se proponga sea imposible.

# Potencias y raices de las cantidades algébricas.

#### Leccion 80.

POTENCIAS Y RAICES DE LOS MONOMIOS.

Potencias de los monomios.—Potencia de un producto indicado de varios factores.—Potencia de un quebrado.—Potencia de una cantidad que tiene por exponente un número entero.—Manera de elevar un monomio á una potencia.

#### Leccion 81.

Raices de los monomios.—Definiciones.—Todo número positivo tiene dos raices reales de grado par.—Raiz real negativa de un número negativo.—Raiz de un producto de factores positivos.—Raiz de un quebrado cuyos dos términos son positivos.—Raiz de una potencia cuyo exponente es divisible por el índice de la raiz.—Casos en que tanto un monomio entero y racional, como una fraccion tambien racional, tienen raiz exacta.—Diferentes maneras de expresar la raiz de un monomio entero ó fraccionario, cuando no todos los factores de que se compone tengan raiz exacta.—Manera de introducir bajo el signo radical un factor ó divisor.

#### Leccion 82.

CÁLCULO DE LOS VALORES ARITMÉTICOS DE LOS RADICALES.

Preliminares relativos á las cantidades radicales.
—Definiciones.—Alteraciones que puede sufrir la expresion de una cantidad radical sin variar su valor.—Simplificacion de las expresiones radicales.—Reduccion de dos ó más cantidades radicales de diferente índice, á otras equivalentes que tengan el menor índice comun.

#### Leccion 83.

Cálculo de los radicales algébricos.—Adicion, sustraccion, multiplicacion, division, elevacion á potencias y extraccion de raices de las expresiones radi-

cales.—Interpretacion de las cantidades que tienen exponente fraccionario.

#### Leccion 84.

Cantidades imaginarias de segundo grado.—Definiciones.—Forma propia de las cantidades imaginarias.—Cantidades imaginarias conjugadas.—Producto de dos cantidades imaginarias conjugadas.—Potencias sucesivas de la raiz cuadrada de la unidad negativa.

## Ecuaciones de segundo grado.

#### Leccion 85.

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON UNA INCÓGNITA.

Ecuaciones incompletas.—Definiciones.—Resolucion de la ecuacion incompleta en las dos formas en que se puede presentar.—Comprobacion de las raices.

#### Leccion 86.

Ecuacion completa.—Resolucion de la ecuacion completa de segundo grado con una incógnita.—Reglas para determinar el valor de las raices, cuando el término en que la incógnita está elevada al cuadrado tenga por coeficiente la unidad, y en el caso en que este coeficiente sea una cantidad real cualquiera.

#### Leccion 87.

Propiedades de las raices.—Valor de la suma y del producto de las raices de una ecuacion completa, en el supuesto de que el término en que la incógnita se encuentra elevada al cuadrado tenga por coeficiente la unidad.—Discusion de la ecuacion general, en el supuesto de que sus tres coeficientes son reales.

## Logaritmos y progresiones.

#### Leccion 88.

Teoria de los logaritmos.

Fundamentos de esta teoría.—Potencias enteras de un número mayor que uno.—Potencias sucesivas, cuyos exponentes son positivos ò negativos, de un número mayor que la unidad.—Ecuacion general, llamada logarítmica.—Definiciones.—Particularidades que presentan los logaritmos de los números cuando la base es mayor que la unidad.—Determinacion en este caso del logaritmo del infinito y el correspondiente á cero.

#### Leccion 89.

PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS.

Propiedades generales.—En sistemas diferentes un mismo número tiene logaritmos diferentes y recíprocamente.—Los números negativos no tienen logaritmos.—Valor del logaritmo de la base y del que corresponde á la unidad.—Logaritmo de un producto, de un cociente, de una potencia y de la raiz de un número.—Operaciones por medio de los logaritmos.

#### Leccion 90.

Propiedades particulares de los logaritmos ordinarios.—Definiciones.—Característica del logaritmo de un número entero.—Alteracion que esperimenta el logaritmo de un número cuando éste se multiplica ó parte por la unidad seguida de ceros.—Consecuencia y recíproco de esta proposicion.—Característica negativa de una fraccion propia decimal.

#### Leccion 91.

TABLAS DE LOGARITMOS.

Preliminares para su uso.—Complemento de un logaritmo positivo.—Efectuar una resta sirviéndose

del complemento logarítmico del sustraendo.—
Transformar un logaritmo negativo en otro equivalente de característica negativa y mantisa positiva y
recíprocamente.—Disposicion de las tablas (1).—
Dado un número que se encuentre en las tablas determinar su logaritmo correspondiente, y vice-versa.

#### Leccion 92.

Hallar el logaritmo de un número que no está en las tablas.—Dado un número entero, que no se encuentra en las tablas determinar su logaritmo correspondiente, sirviéndose de cierta proporcionalidad que se admite.—Aplicacion de este caso á la determinacion del logaritmo de un número decimal.—Hallar el logaritmo de un quebrado ordinario.

#### Leccion 93.

Hallar el número correspondiente á un logaritmo que no está en las tablas.—Dado un logaritmo, cuya mantisa no se encuentra exactamente en las tablas y que tiene por característica un número entero cualquiera positivo ó negativo, encontrar el número correspondiente.—Dado un logaritmo enteramente negativo, determinar por medio de las tablas el número fraccionario correspondiente.

#### Leccion 94.

Aplicaciones de los logaritmos.—Multiplicar y dividir un logaritmo de característica negativa y mantisa positiva por un número entero.—Ecuacion exponencial.—Resolucion de varias ecuaciones exponenciales.—Hallar la relacion que liga á las cuatro cantidades que hay que considerar en la regla de interés compuesto.

#### Leccion 95.

#### Progresiones.

Progresiones por diferencia. - Definiciones. - Va-

<sup>(1)</sup> Las tablas á que nos referimos en nuestras explicaciones, son las del Excmo. Sr. D. Vicente Vazquez Queipo.

lor de un térmiuo cualquiera y fórmulas que de esta expresion se deducen.-Hallar la expresion de la suma de todos los términos de una progresion aritmética.

#### Leccion 96.

Progresiones por cociente. - Definiciones. - Expresion del valor de un término cualquiera y fórmulas que de esto se deducen. - Hallar la expresion de la suma de todos los términos de una progresion geométrica.

the later which company of the company of a

sanalogapow ( )

country to anidat ani -

### COMPLEMENTO

de acioneion adjust per la primaria de la primaria de

# PRIMER CURSO DE MATEMÁTICAS ELEMENTALES. (1)

Extracción de la caix cuadrada de un policomo

## ARITMÉTICA.

#### Leccion 97.

Teoría de los diferentes sistemas de numeracion.

#### Leccion 98.

Operaciones abreviadas.

#### Lecciones 99 y 100.

Raices cúbicas de los números enteros.

#### Leccion 101.

Raices cúbicas de los quebrados.—Raices inconmensurables.

#### Leccion 102.

Sistema antiguo de medidas y pesas más usuales de España. — Reduccion de un número de unidades antiguas á su equivalente en unidades métricas, y al contrario.

<sup>(1)</sup> Solamente exigimos estas lecciones del complemento en los ejercicios que los alumnos sobresalientes tienen que sufrir para optar al premio.

#### ÁLGEBRA.

#### Leccion 103.

Permutaciones y combinaciones.

#### Lecciones 104 y 105.

Fórmula del binomio de Newton y potencias de los polinomios.

#### Leccion 106.

Extraccion de la raiz cuadrada de un polinomio.

#### Leccion 107.

Raiz de cualquier grado de un polinomio.

#### Leccion 108.

Resolucion de dos ecuaciones que no pasan del segundo grado, cada una con dos incógnitas.

#### Leccion 109.

Cuestiones sobre máximos y mínimos, que pueden resolverse por las ecuaciones de segundo grado.

#### Leccion 110.

(t) delta esta estandes e las lecciones del comen manso en los cierascos suce los eliginos estacolos estos demonácios do virtar pare quanto esta entrecentar

Anualidades y rentas vitalicias.



