

ESTADO MAYOR CENTRAL DEL EJÉRCITO

SERVICIO EN CAMPAÑA



: : REGLAMENTO DE : :

CARTOGRAFIA MILITAR

1934

MADRID.—IMPRESA Y TALLERES
DEL MINISTERIO DE LA GUERRA



INGENIEROS

	<u>Edición</u>	<u>Precio</u>
Reglamentos para la instrucción técnica y trabajos relativos a los puentes de circunstancias de las tropas de Zapadores-Minadores.	1929	2,00
Instrucción técnica del personal de Telegrafía eléctrica.....	1928	1,75
Id. Id. Id. óptica.....	1928	1,75
Instrucción de las tropas de Pontoneros. Tomo I.....	1928	1,50
Id. Id. Id. Tomo II.....	1928	1,50
Señales y circulación.....	1926	1,50
Personal del movimiento de trenes.....	1926	1,50
Capataz y obrero de vía.....	1926	0,60
Reglamento para la instrucción técnica del personal de tracción a vapor. (Texto y láminas.).....	1932	3,00
Reglamento táctico de las tropas de Ingenieros.—Primera parte. (Texto y láminas).....	1932	2,00
Reglamento táctico de las tropas de Ingenieros.—Segunda parte.....	1932	0,75
Reglamento de Puentes.—Instrucción de las tropas de Zapadores-Minadores, titulado «Manual de Instrucción de los Soldados y Cabos».—Segunda edición.—Tomo I.....	1933	1,50
Reglamento de Puentes.—Instrucción de las tropas de Zapadores-Minadores, titulado «Manual de instrucción de las clases de tropa de segunda categoría».—Segunda edición.—Tomo II.....	1933	1,50

AERONAUTICA

Reglamento del servicio de Aeronáutica en campaña (Aerostación)...	1929	0,75
Reglamento técnico del oficial de Aerostación.....	1929	1,00
Empleo de la Aeronáutica en la observación del tiro de la Artillería y reconocimiento de objetivos.....	1926	1,00
Reglamento para la instrucción técnica de las tropas de Aerostación.	1933	1,50
Anexo al Reglamento para la instrucción técnica de las tropas de Aerostación	1933	1,50

INTENDENCIA

Instrucción táctica: Tomo I.....	1926	1,50
Id. Id. Tomo II.....	1926	1,50
Id. para el suministro de carne por los Parques de ganado de Ejército.....		
Reglamento de los servicios de Intendencia en campaña.....		
Reglamento para la instrucción técnica de las panaderías de campaña.		
Instrucción para el empleo y servicio del material de campamento.		

SANIDAD

Instrucción de Camilleros.....		
Servicio de Veterinaria en campaña.....		

F.A

11

F.A.S.

110

O DE CARTOGRAFIA MILITAR

REGLAMENTOS VIGENTES

a que se refieren las órdenes de 11 de junio y 3 de diciembre 1924 «D. O.» números 131 y 275, respectivamente), editados por la Imprenta y Talleres del Ministerio de la Guerra, y que están a la venta en el citado Centro.

REGLAMENTOS GENERALES

	<u>Edición</u>	<u>Precio</u>
Doctrina para el empleo táctico de las Armas y los Servicios.....	1924	1,50
Empleo táctico de las grandes unidades (segunda edición).....	1930	2,00
Servicios de retaguardia. (Texto y láminas.).....	1925	1,75
Enlace y servicio de transmisiones.....	1925	2,50
Organización y preparación del terreno: Tomo I (Texto y láminas).	1927	2,50
fd. fd. fd. Tomo II.....	1928	2,50
fd. fd. fd. Tomo III.....	1928	1,25
Instrucción física: Tomo I.....	1927	1,25
fd. fd. Tomo II.....	1927	0,75
fd. fd. Tomo III.....	1927	1,00
fd. fd. Compendio.....	1928	1,25
fd. fd. Cartilla.....	1927	0,50
Instrucción de tiro con armas portátiles: Tomo I.....	1926	1,25
fd. fd. fd. Tomo II (Texto y láminas).	1927	1,25
Anexo I. Instrucción de tiro con ametralladoras de Infantería y Caballería.....	1928	1,75
fd. II. Instrucción de tiro con armas de acompañamiento de la Infantería (morteros)...	1929	1,00
fd. III. Descripción del fusil, mosquetón y carabina Mauser.....	1928	0,75
fd. IV. Descripción de los fusiles ametralladores y ametralladora ligera.....	1928	1,00
fd. V. Descripción de la ametralladora y sus municiones	1927	0,75
fd. VI. Descripción de la pistola «Astra» y de sus municiones.....	1929	0,50
fd. VII. Descripción de los morteros.....	1928	1,00
fd. VIII. Descripción de las granadas de mano y de fusil.....	1927	0,35
fd. X Descripción de los carros de combate ligeros (segunda edición).....	1930	1,50
Servicio de remonta en campaña.....	1925	0,25
Servicio de Correos en campaña.....	1928	0,40
Reglamento para la instrucción teórica y práctica del mecánico automovilista (Libro primero.—Instrucción teórica).....	1929	1,50
Idem fd. fd. (Libro segundo.—Instrucción práctica).....	1929	0,75
Reglamento para el empleo de explosivos por las Armas de Infantería, Caballería y Artillería.....	1929	0,50
Reglamento del Comité Nacional Militar del Juego del Polo.....	1931	0,50
Reglamento de Abreviaturas y Signos convencionales.....	1933	1,50
Reglamento provisional para los servicios de arbitraje y simulación de fuegos.....	1934	1,00
Reglamento de Cartografía Militar	1934	2,00

Francisco Lopez

Córdoba 17-Abril 36



ESTADO MAYOR CENTRAL DEL EJÉRCITO

SERVICIO EN CAMPAÑA



: : REGLAMENTO DE : :

CARTOGRAFIA MILITAR

1934

DECRETO

El extraordinario desarrollo que ha tomado en la guerra moderna el empleo de la cartografía, la consideración que como material de guerra ha recibido en todos los países y su carácter de indispensable en toda clase de operaciones, como síntesis de uno de los tres elementos de combate—el terreno—hacen inaplazable que se determinen las características y detalles de la cartografía española, puramente militar.

Esta cartografía, que ha de ser construída sobre la base de la nacional, que forma el Instituto Geográfico y Catastral y de Estadística, no puede, como aquélla, ser editada con gran lujo, por la extraordinaria difusión que ha de tener, lo que representaría excesivo gasto, ni abarcar los aspectos de utilización general; sino ser de fácil y económica edición y tener una marcada orientación profesional.

Por todo lo dicho, se hace preciso preparar en la paz cuanto concierne a tan vital elemento de guerra, teniendo reglamentado y previsto lo que a su formación, distribución, movilización y empleo se refiere, por lo cual, de acuerdo con el Consejo de Ministros, y a propuesta del de la Guerra,

Vengo en aprobar el Reglamento de Cartografía Militar redactado por la Sección Cartográfica del Estado Mayor Central del Ejército,

cuyos preceptos entrarán desde luego en vigor.

Dado en Madrid, a diez y ocho de febrero de mil novecientos treinta y tres.—NICETO ALCALA ZAMORA Y TORRES.—El Presidente del Consejo de Ministros, Ministro de la Guerra.—MANUEL AZAÑA Y DIAZ.

(Del «D. O.» núm. 44 de 22 de febrero de 1933)

PONENCIA

que ha redactado este Reglamento

PRESIDENTE

Coronel de Estado Mayor

Señor don Manuel Lon Laga, Jefe de la Sección Cartográfica del Estado Mayor Central.

VOCALES

Tenientes Coroneles de Estado Mayor

Don Augusto Elola Pérez, de la Comisión Militar de Enlace.

Don José María Baigorri Aguado, de la Sección Cartográfica del Estado Mayor Central.

Comandantes de Estado Mayor

Don Miguel Rodríguez Pavón, de la Sección Cartográfica del Estado Mayor Central.

Don Luis de Lamo Peris, de la Comisión Militar de Enlace.

SECRETARIO

Capitán de Estado Mayor

Don Angel González de Mendoza y Dorvier, de la Sección Cartográfica del Estado Mayor Central.

INDICE

PRELIMINAR

PROYECCIÓN REGLAMENTARIA

TITULO I

CAPITULO PRIMERO

PROBLEMA DE LA CUADRICULA

	Pág.
Definición de un punto de la carta.....	3
1.—Por sus coordenadas geográficas	3
2.—Por coordenadas rectangulares	3
3.—Rectas paralelas y meridianas.....	4
4.—Cuadrícula rectangular, equidistancia	4
5.—Orientación.....	5
6.—Ventajas del sistema de cuadrícula rectangular en la misma proyección	6
7.—Establecimiento de la cuadrícula sobre un plano en distinto sistema de proyección	6
8.—Idem en el caso de la proyección policéntrica	7
9.—Cuadrícula kilométrica reglamentaria en España..	7

CAPITULO II

CUADRICULA REGLAMENTARIA Y SU EMPLEO

10.—Mapa de mando (1:100.000). — Plano director (1:25.000) y su reducción (1:50.000). — Planos para frentes estabilizados (1:10.000 y 1:5.000). Mapa Militar Itinerario (1:200.000) y del Instituto Geográfico en 1:500.000	9
11.—Numeración de las cuadrículas.....	9
12.—Dirección de las rectas meridianas «Dirección cero»	10
13.—Empleo de la cuadrícula. —I Determinación de las coordenadas de un punto del plano. Nume-	

ración de las <i>abscisas</i> y <i>ordenadas</i> . Límites y errores de la apreciación.—II. Fijación de un punto en el plano por sus coordenadas. — III. Determinación de la orientación de una dirección.—IV. Determinación de la distancia entre dos puntos dados por sus coordenadas — V. Determinación de las coordenadas rectangulares de un punto en función de las de otro, distancia que los separa y orientación de la recta que los une.—VI. Determinación del ángulo de dos direcciones.—VII. Determinación de las coordenadas de un punto conociendo las de otros dos y las orientaciones de las rectas que los unen con el primero.....	11
--	----

CAPITULO III

CARTOGRAFIA MILITAR REGLAMENTARIA

14.—Consideraciones acerca del Mapa Nacional en 1:50.000.— <i>a</i>) proyección.— <i>b</i>) escala.— <i>c</i>) graduación sexagesimal.— <i>d</i>) coste. Necesidad de su transformación para su aplicación a fines militares.....	19
15.— <i>Mapa de mando y cuarteles generales</i> .—Condiciones que requiere: detalle, tamaño, acoplamiento de hojas, escala.....	20
16.—Proyección, cuadriculado.....	21
17.—Edición, colores, signos convencionales.....	21
18.—Cuadrícula, rotulado.....	22
19.— <i>Plano director</i> .—Escala.....	22
20.—División en hojas.....	23
21.—Equidistancia, cuadriculado.....	23
22.—Edición, colores.....	24
23.—Rotulado, signos convencionales.....	24
24.— <i>Plano para frentes estabilizados, Infantería y obras</i> .—Ampliación del plano director, equidistancia.....	25
25.—Utilización provisional de los planos de alrededores de guarnición.....	25
26.—Edición, colores, tamaño de las hojas, signos convencionales.....	25
27.— <i>Mapa Militar Itinerario</i> .—Representación altimétrica, signos convencionales.....	26
28.— <i>Mapa Militar Estratégico</i>	26
29.— <i>Itinerarios de Aviación Militar</i>	26
30.—Numeración de las hojas del plano director.....	26
31.—Idem de las de los planos de frentes estabilizados.....	27

CAPITULO IV

CARTAS REGLAMENTARIAS PARA LOS EE. MM., TROPAS Y SERVICIOS

32.— <i>En tiempo de paz:</i>	Pág.
a) De carácter logístico y estratégico (1:500.000 y 1:200.000), itinerarios de aviación (1:400.000 y 1:500.000).....	29
b) De carácter táctico (1:100.000). Mando y cuarteles generales.....	29
Mapa Nacional, tipo militar (1:50.000)	29
Plano director (1:25.000).....	30
Planos directores locales (1:10.000).....	30
33.— <i>En tiempo de guerra:</i>	
a) Período de concentración: para tropas, para grandes unidades (ejército y superiores), para EE. MM. y formaciones automóviles, para aeronáutica, «carta de bombardeo de objetivos», para tropas de cobertura ..	31
b) Cartas para las operaciones:	33
Generales: para grandes unidades, para tropas.....	34
Especiales: para el mando, croquis diarios, Carta de operaciones, Esquema de las organizaciones enemigas, Posiciones y actividad de la Artillería enemiga, Mapa General de Servicios, Planos de los Servicios de Cuerpo de Ejército.....	35
c) Frentes estabilizados: Puesta al día del Plano director, Hojas de rectificación, Estabilización prolongada, Períodos de ofensiva, Cartas especiales.....	37
34.— Medidas de precaución.....	39

CAPITULO V

ABASTECIMIENTO Y MOVILIZACIÓN

En tiempo de paz.

Formación y tirada de Cartografía.....	41
35.— Transformación del Mapa Nacional.— Misión de la Comisión Militar de Enlace con el Instituto Geográfico y Catastral.— Edición de los mapas y planos militares.....	41

Período de estabilización.

	Pág.
52.—Misión de las Secciones Topográficas de Ejército.	48
a) Minutas de los planos directores	48
b) Ediciones periódicas de dichos planos	48
c) Ampliación a las escalas 1:10.000 y 1:5.000.	48

Tirada de esta Cartografía.

53.—Misión de las S. T. de C. E.....	48
54.—Formación de las cartas especiales para frentes estabilizados, tirada y distribución	48
55.—Misión de las Secciones Topográficas Divisionarias. Traducción gráfica de la información de unidades inferiores	49
56.—Misión de la Sección Cartográfica del Estado Mayor Central (S. C. E. M. C.), dirección del Servicio Cartográfico, cartografía extranjera, servicio fotogramétrico	49

**Distribución de Cartografía en tiempo
de guerra**

57.—Períodos para la distribución. — Plan de movilización	50
a) Cobertura, lotes individuales para los Cuerpos, lotes colectivos para las S. T. de E..	50
b) Movilización general.—Cartas itinerarias, lotes individuales para los Cuerpos, lotes colectivos para los Centros de Movilización.....	51
c) Desarrollo de las operaciones. — Principios generales de la distribución, carácter de preferencia en el transporte de cartografía para las unidades, cartas que precisen los EE. MM.....	51

Reparto.

58.—Envíos a las S. T. E.; envío, por éstas, a las S. T. de C. E., intercambio mutuo entre las S. T. de E.; envíos a la S. T. de C. E. y, por éstas, a las S. T. D.; entrega a los Cuerpos y elementos divisionarios, reparto en los Cuerpos	52
--	----

TITULO II

Solución del problema cartográfico hasta que se disponga de las cartas reglamentarias

	Pág.
59.—Necesidad de seguir utilizando, provisionalmente, las cartas de que se dispone en la actualidad, ajustadas a los preceptos reglamentarios	55
60.—Utilización del Mapa Nacional en 1:50.000 y de los planos en 1:20.000	55
61.— <i>Mapa Nacional y sus aplicaciones.</i> —Tipo militar, con cuadrícula kilométrica, Tissot (tercer sistema). Origen de coordenadas. Numeración de los ejes en su origen. Cuadrulado de una hoja cualquiera. Fórmulas para el cálculo de las coordenadas rectangulares.	56
62.— <i>Planos de alrededores de población.</i> —Unificación de la numeración de sus rectas meridianas y paralelas; aplicación a los planos de Madrid y de Valladolid	58
63.—Necesidad de designar el plano de que proceden los puntos definidos por coordenadas cuando se utilice la cartografía hasta ahora existente. Prohibición de todo otro sistema de designación de puntos y del empleo de documentos cartográficos distintos de los reglamentarios. . .	59

APENDICE

CAPITULO PRIMERO

EVOLUCIÓN DEL CONCEPTO DE LAS PROYECCIONES

I.—Preliminar.

Imposibilidad absoluta de alcanzar una representación plana exacta de la superficie terrestre. Deformaciones inevitables en la representación. Correcciones indispensables.	63
Cartografía. Sistemas de proyección.	63
Dificultades que se presentan para la elección del más conveniente. Orientaciones que pueden servir a este objeto.	64
Evolución de la ciencia cartográfica. Empirismo; sentidos topográfico y geodésico.	64
Valor representativo (Mercator).	65

Sentido topográfico (Tissot).....	65
Condiciones que fijan la elección de un sistema de proyección de mínima deformación: 1. ^a conservación de los ángulos; 2. ^a mínima variación en las escalas longitudinales; 3. ^a simplicidad en las fórmulas de transformación.....	66

II.—Concepto Militar.

Su primacía en las cartas modernas. Solución de los problemas del tiro artillero de largo alcance.....	67
Cálculo analítico de los elementos y posiciones (coordenadas); mínima deformación de los elementos angulares; mínima anamorfosis longitudinal.....	68

III.—Evolución científica.

Coordenadas rectangulares en las triangulaciones geodésicas (Hatt).....	69
Superioridad de las proyecciones «conformes» (Courtier); su identidad con las de «mínima deformación» de Tissot.....	69
Proyección «conforme» de Lambert: extensión de su campo de acción; centros de proyección múltiples (ante-guerra); opinión de Laborde acerca de un centro único de proyección en las «rigurosamente conformes».....	70
Conservación del valor angular; mínima anamorfosis lineal; modificación local de escala.....	71

IV.—Principios fundamentales.

Yuxtaposición de proyecciones ortogonales; tangentes principales en el globo y en la proyección; máximas y mínimas anamorfosis lineales; máxima anamorfosis angular.....	72
Las anamorfosis como término de comparación entre sistemas diferentes de proyección; concepto de tales deformaciones, aplicable únicamente a elementos diferenciales.....	73

V.—Elipsoide de referencia.

Base de los cálculos; elipsoide internacional de referencia (Hayford); elipsoide de Struve, de aplicación para España.....	73
--	----

VI.—Deformaciones prácticas.

En las figuras de gran extensión; correlación infinitesimal entre el plano y la superficie objetiva....	74
Criterio de Laborde acerca de la equivalencia utilitaria del elemento diferencial.....	75

Cálculo obligado de las correcciones en los resultados y determinaciones de los elementos medidos para extensiones superiores a cinco kilómetros.....	75
Correcciones lineales y angulares armónicas con las líneas geodésicas propiamente dichas; su dificultad; manera de esquivarla, sustituyéndolas por las secciones normales sobre el elipsoide; límites de aplicación.....	76
Investigación en diferentes proyecciones del módulo experimental aplicable al elemento diferencial «práctico».....	77

VII.—*Proyecciones a estudiar.*

De mínima deformación (de Tissot); Conforme (de Lambert).....	77
Casos concretos para grandes figuras finitas.....	78

CAPITULO II

EXAMEN DE LAS PROYECCIONES DE TISSOT

Aplicación de la proyección de mínima deformación de Tissot a la construcción del Mapa de España. Síntesis evolutiva del proceso analítico de su estudio; reducción a un mínimo de todas las deformaciones.....	79
Forma más conveniente para las funciones de las coordenadas rectangulares en relación con las geográficas de los puntos subjetivos.....	79
Fijación del sistema de ejes geográficos y del rectangular correspondiente para el mapa.....	80
Estudio de las anamorfosis alrededor del punto central; notaciones empleadas; x , y (coordenadas rectangulares en el mapa); s , m (coordenadas geográficas); k , h (anamorfosis en el sentido de los ejes geográficos); θ (ángulo que forman dichos ejes); a , b (módulos lineales principales); ω (máxima anamorfosis angular).....	80
Desarrollo en serie de las expresiones analíticas de x e y en función de s y m ; su orden de magnitud.	80
Condición precisa deducida de la teoría general de proyecciones para fijar el valor mínimo de ω	80
Determinación de los coeficientes de s y m , en los desarrollos en serie, para los términos finitos de h y k ; condiciones de coincidencia de centros, perpendicularidad de ejes.....; su traducción analítica en seis ecuaciones, con ocho coeficientes (dos de ellos indeterminados).....	81
Expresión analítica de la anamorfosis $h - 1 = \epsilon$.	
Curva resultante; mínimo valor de ϵ	82

Elipse envolvente mínima de Tissot; relación entre sus ejes; centro de proyección; inclinación del eje mayor; valor de la máxima anamorfosis.....	83
Ventajas e inconvenientes de tal proyección.....	83
Segundo sistema de Tissot; desplazamiento del centro de proyección y cambio de dirección de los ejes anteriores; elipse resultante; relación entre sus ejes; valor de su máxima anamorfosis.....	84
Tercer sistema de Tissot; modificación que introdujo en el sistema anterior; anamorfosis lineal máxima resultante; transformación de la cónica envolvente mínima en dos rectas paralelas equidistantes del paralelo medio.....	85
Fórmulas que definen el tercer sistema.....	86
Características del sistema resultante cónico desarrollable; paralelo automecoico y su radio en el mapa.....	87
Procedimientos de construcción del mapa; cálculo de las anamorfosis elementales máximas; su fórmula; relaciones entre los elementos diferenciales de meridiano y paralelo en el mapa y en el elipsoide..	87
Aplicación de las fórmulas al elipsoide de Struve para la construcción del Mapa de España.....	87
Ventajas del tercer sistema de mínima deformación, de Tissot; máxima anamorfosis lineal en sentido del meridiano y del paralelo para la latitud extrema (36°); deformaciones angulares resultantes mínimas; amplificación de las longitudes; variantes de deformación independientes de las direcciones; correcciones angulares y lineales; escalas locales.....	88
Artificio empleado por Tissot en su tercer sistema.—Factor, en función de la máxima anamorfosis lineal que introdujo en los coeficientes de los radios; conversión de la cónica tangente en cónica secante; paralelos automecóicos que así resultan; escalas locales internas y externas; carácter esencialmente topográfico que reviste el mapa realizado con esta proyección.....	89
Conveniencia de atender a las facilidades de construcción de una carta; grado en que las reúne la proyección de Tissot, de mínima deformación....	90

CAPITULO III

EXAMEN DE LAS PROYECCIONES ORTOMORFAS Y ESPECIALMENTE DE LA DE LAMBERT

Necesidad de proceder a los desarrollos de cálculo precisos para el estudio de las proyecciones ortomorfos.—Proyección cónica conforme de Lambert; sus meridianos y paralelos.....	91
--	----

	Pág.
Condición de isogonismo; su expresión analítica...	92
Expresión, del radio, en el mapa, correspondiente a la latitud 1° ; parámetros C y K indeterminados; su fijación, en la proyección Lambert, para conservar el isogonismo	95
a) Automecoísmo del paralelo inicial.....	95
b) Mínimas anamorfosis a uno y otro lado del paralelo inicial.....	96
Fórmulas definitivas.....	98
Coordenadas rectangulares x e y ; ley de anamorfosis.....	99
Simplificación de las fórmulas de la proyección Lambert, limitando los desarrollos en serie en el tercer orden.....	100
Autogonismo práctico; límite de aplicación.....	100
Relación $\frac{s'}{s}$ entre las longitudes de un arco de meridiano en el mapa y la objetiva.....	100
Fórmula que define la longitud de los arcos de meridiano	103
Transición entre las fórmulas de la proyección rigurosamente conforme de Lambert y las de la aproximadamente conforme; campo de aplicación, como ortomorfa, de esta última	105
Aplicación a ella del artificio de Tissot; anamorfosis lineal resultante; inconvenientes que ofrece por la multiplicidad de centros de proyección; opiniones de Laborde y Roushille.....	106
Estudio de las proyecciones rigurosamente ortomorfas.—Cálculo de las anamorfosis lineales máximas.....	107
En el sentido del paralelo.....	107
En el sentido del meridiano	109
Valor de la máxima anamorfosis lineal única.....	110
Aplicación del artificio de Tissot mediante la reducción en los radios, conseguida por la introducción de un factor dependiente de la máxima anamorfosis lineal.....	111
Anamorfosis resultante.....	111
Conversión de la cónica tangente, de Lambert, en secante intermedia; ventajas que reúne tal sistema.	112

CAPITULO IV

Comparación esquemática entre las proyecciones de Tissot y Lambert.....	113
Supremacía de ésta en el orden matemático.....	113
Necesidad del empleo de las proyecciones conformes.....	114
Estudio sobre las deformaciones finitas.....	114

Consideración de algunos casos concretos.

Pág.

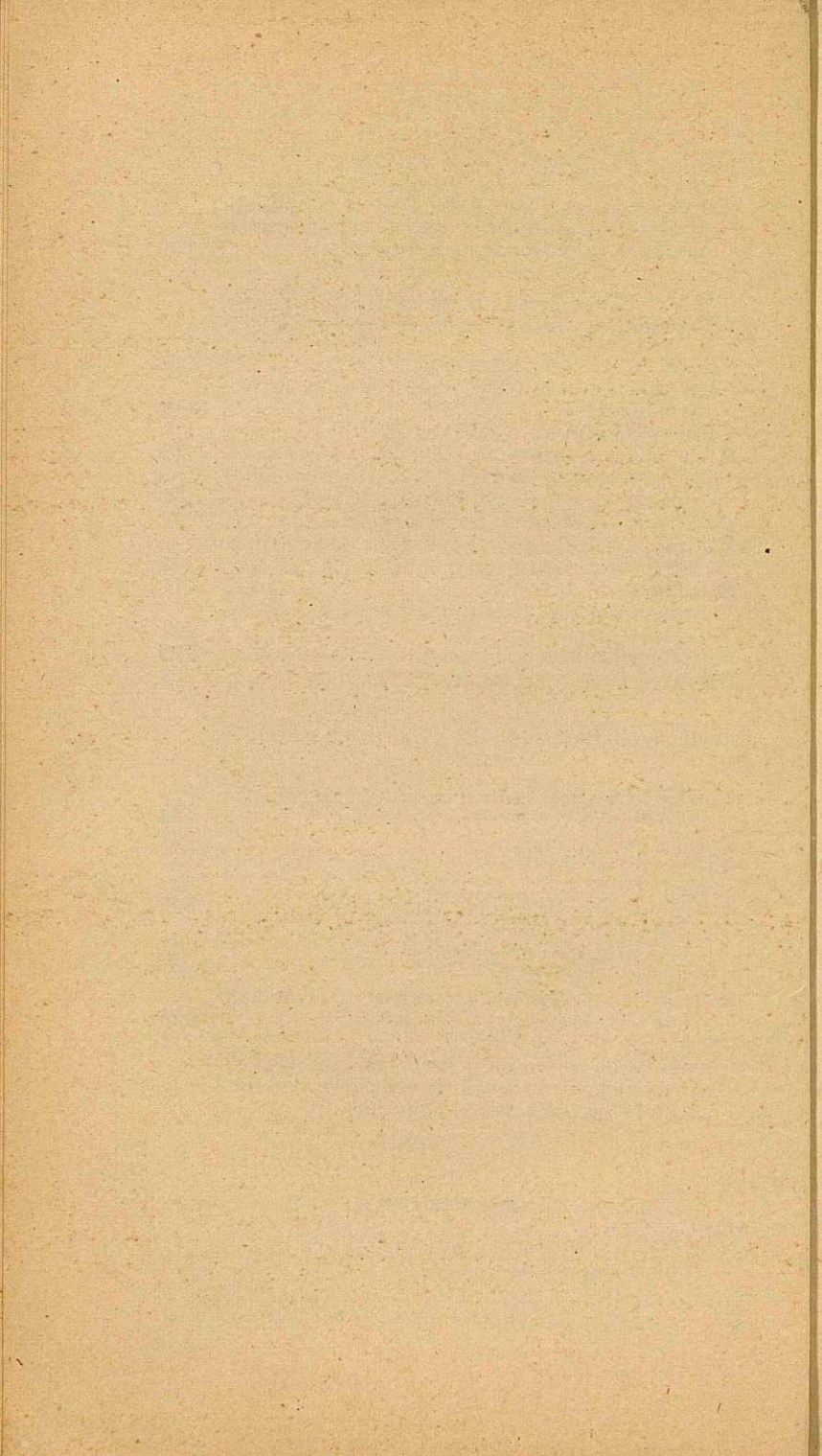
Cálculo de los puntos P, A, B, C, D, en el elipsoide de Struve, elegidas en la zona de máxima deformación de la proyección Lambert.....	115
---	-----

Estudio de dichos puntos en la proyección Lambert de fórmula rigurosa y ortomorfa (modificada).

Valores de e^2 , $1-e^2$ y $\log(1-e^2)$	115
Cálculos de las colatitudes geocéntricas de los puntos indicados.....	116
Cálculo del radio del paralelo medio.....	117
Cálculo de la constante C. reducida.....	117
Cálculo de los radios reducidos.....	118
Cálculo de los ángulos entre los meridianos.....	118
Cálculo de las coordenadas rectangulares.....	119
Cálculo de direcciones y distancias en función de las coordenadas rectangulares.....	121
Diferencias de dirección.....	121
Cálculo de las distancias en función de las coordenadas rectangulares.....	122
Diferencias en distancias.....	123
Síntesis gráfica de los resultados obtenidos.....	123

Estudio de los mismos puntos en el tercer sistema de Tissot.

Cálculo de los valores de Δ en la fórmula definitiva de los radios.....	124
Cálculo de los radios.....	124
Cálculo de los ángulos de los meridianos con el del punto P.....	125
Cálculo de las coordenadas rectangulares.....	125
Cálculo de direcciones y distancias en función de las coordenadas rectangulares.....	126
Diferencias de dirección.....	127
Cálculo de las distancias en función de las coordenadas rectangulares y la orientación.....	128
Diferencias en distancias.....	128
Comparación de las alteraciones con que aparecen dichos puntos, en ambas proyecciones, en relación con sus valores en el elipsoide.	



	Pár.
36.—Puesta al día de los Mapas itinerarios y su edición	41
37.—Formación de los itinerarios de Aviación.....	41
38.—Idem del mapa automovilista, tirada de super- puestos	41
39.—Idem de planos de frentes estabilizados: su edi- ción.....	42
40.—Idem para Infantería y Obras: su edición	42

Distribución de la Cartografía Militar

41.—Depósito de las tiradas: E. M. C., Venta de obras.	42
42.—Constitución de las dotaciones reglamentarias, precio de dotación	42
43.—Su conservación y reposición	43
44.—Cartografía fuera de dotación, precio de venta. .	43
45.—Entelado de las hojas	43
46.—Cambio de dotación por traslado de unidades...	43

En tiempo de guerra.

Formación y tirada de la Cartografía Militar

47.—Movilización industrial	44
48.—Puesta al día de los mapas y planos formados en tiempo de paz. Secciones topográficas de Ejér- cito. Secciones topográficas de Cuerpo de Ejér- cito. Secciones topográficas divisionarias.....	44
49.—Formación de las cartas especiales, datos, dibujo de las minutas, tirada. Hojas de rectificación, su reproducción en las pequeñas unidades....	44

CAPITULO VI

RELACION ENTRE LOS ORGANISMOS CARTOGRAFICOS

50.—Enlace en el aspecto técnico y dependencia de los organismos cartográficos. Sección Topográfica de Ejército. Grupos de Información y Topogra- fia. 2.º Negociado de los EE. MM. de Ejército.	47
51.—Secciones Topográficas de C. E. y de División, en enlace y dependencia, fotografías aéreas; datos de información de unidades inferiores y de servicios	47

PRELIMINAR

Como consecuencia del estudio, que se inserta en el Apéndice, para la cartografía militar de España, y dado que la de Tissot modificada, y la ortomorfa de Lambert son indistintamente utilizables en los usos corrientes, pero ésta es de aplicación geodésica por su cualidad de «absolutamente conforme», *se adopta como proyección reglamentaria la ortomorfa de Lambert, con un centro único de proyección en la intersección del meridiano de Madrid con la tangente a la transformada del paralelo de 44° 44' 44" en el punto en que es cortada por aquél.* Las tablas de esta proyección se calcularán por la Comisión Militar de Enlace del Estado Mayor Central con el Instituto Geográfico y Catastral.

TITULO PRIMERO

CAPITULO PRIMERO

Problema de la cuadrícula

1.—Según los principios topográficos, dos sistemas pueden emplearse para definir un punto de la carta: el de coordenadas geográficas referidas al Ecuador y al meridiano origen, y el de coordenadas rectangulares referidas al origen de proyección. El primer sistema, de gran utilidad desde el punto de vista científico y profesional del topógrafo, ya no lo es tanto en las aplicaciones prácticas del mapa. Suponiendo éste en la proyección Lambert, adoptada como reglamentaria, ambas líneas definidoras, meridianos y paralelos, puede decirse que son heterogéneas (rectas y círculos), no ligadas, por tanto, por una sencilla proporción, por lo que, so pena de tener un espesísimo trazado de tales líneas geográficas, los puntos sólo se determinarían aproximadamente por interpolación; sin contar con que su módulo gradual, por ser también heterogéneo con las magnitudes lineales, introduce nueva dificultad.

2.—El de coordenadas rectangulares referidas al origen de proyección ya ofrece mayores facilidades; pero exige también materializar, en el pla-

no o mapa, las paralelas a los ejes—a distancia constante—, que permitan la interpolación para un punto dado, en forma proporcional. Como además las cantidades serían homogéneas con las distancias, y los ángulos podrían definirse por su tangente (relación de coordenadas), este sistema es más ventajoso y vamos a desarrollarlo bajo el título con que se le conoce, de *Problema de la cuadrícula*.

3.—Si suponemos el elipsoide terrestre y en él materializados el meridiano origen y la tangente en el plano del paralelo, también de origen, por el punto en que le corte aquel meridiano, todas las tangentes a los paralelos (tomadas con una equidistancia dada) en el punto en que son cortados por el meridiano *cero*, formarán un sistema de *rectas paralelas* perpendiculares a la proyección de aquel meridiano; si tomáramos en el paralelo de origen los meridianos, a la misma equidistancia que se tomaron aquéllos, y trazáramos las tangentes a ellos en los puntos de intersección, las rectas resultantes no serían paralelas, pues según enseña la geometría, no siendo el paralelo origen el Ecuador, irían a cortarse a un punto del eje de la superficie. Se hace, pues, preciso por los puntos de intersección de los meridianos con el paralelo, trazar un sistema de rectas paralelas al plano del meridiano origen, que designaremos con el nombre de *rectas meridianas*.

4.—Al llevar este sistema de *rectas meridianas* y *paralelas* sobre la hoja de proyección del mapa, dejarían a éste cubierto de una cuadrícula rectangular equidistante, en la que las líneas verticales serían paralelas al meridiano de origen, y

las horizontales paralelas a la tangente del paralelo de origen en su punto de intersección con el meridiano del mismo carácter, representada en el Mapa en el mismo sistema de proyección que aquél.

La equidistancia entre las rectas, se elige de tal manera, que en la escala adoptada represente un número exacto de kilómetros, y las rectas se numeran por los kilómetros que distan de su paralela de origen.

5.—Como la dirección de las rectas paralelas y meridianas es constante en todo el Mapa, permite también este cuadrículado determinar con suma facilidad el ángulo de dos direcciones, por la diferencia de los que forman con las rectas de la cuadrícula; este segundo ángulo lo designaremos con el nombre de *orientación*. Bastará para obtenerlo hallar la relación entre la coordenada perpendicular a la dirección que se toma como origen, y la contada sobre esta misma dirección, de un punto de intersección con ella, *m*, referido a otro cualquiera, *o*, en que corte a una de las perpendiculares; así, en la figura 1.^a, la *orientación* *O* de la recta *A B*, con relación a las rectas meridianas, la encontraremos por la expresión $\text{tag } O = \frac{x}{y}$ relación de las coordenadas de *m* respecto a *o*.

Al fijar la cuadrícula reglamentaria, su numeración, su equidistancia, etc., establcere-
mos también el convenio para la determinación de la orientación.

*

* *

6.—La ventaja principal del sistema de cuadrícula rectangular es que, en función de sus coordenadas rectangulares, podemos encontrar con facilidad la distancia y relaciones de todas clases entre dos puntos del Mapa, aun situados en hojas distintas, tanto más si, establecido aquél en proyección desarrollable, las hojas no representan más que *trozos* de una extensión continua, ya que además la cuadrícula está también desarrollada en la misma proyección.

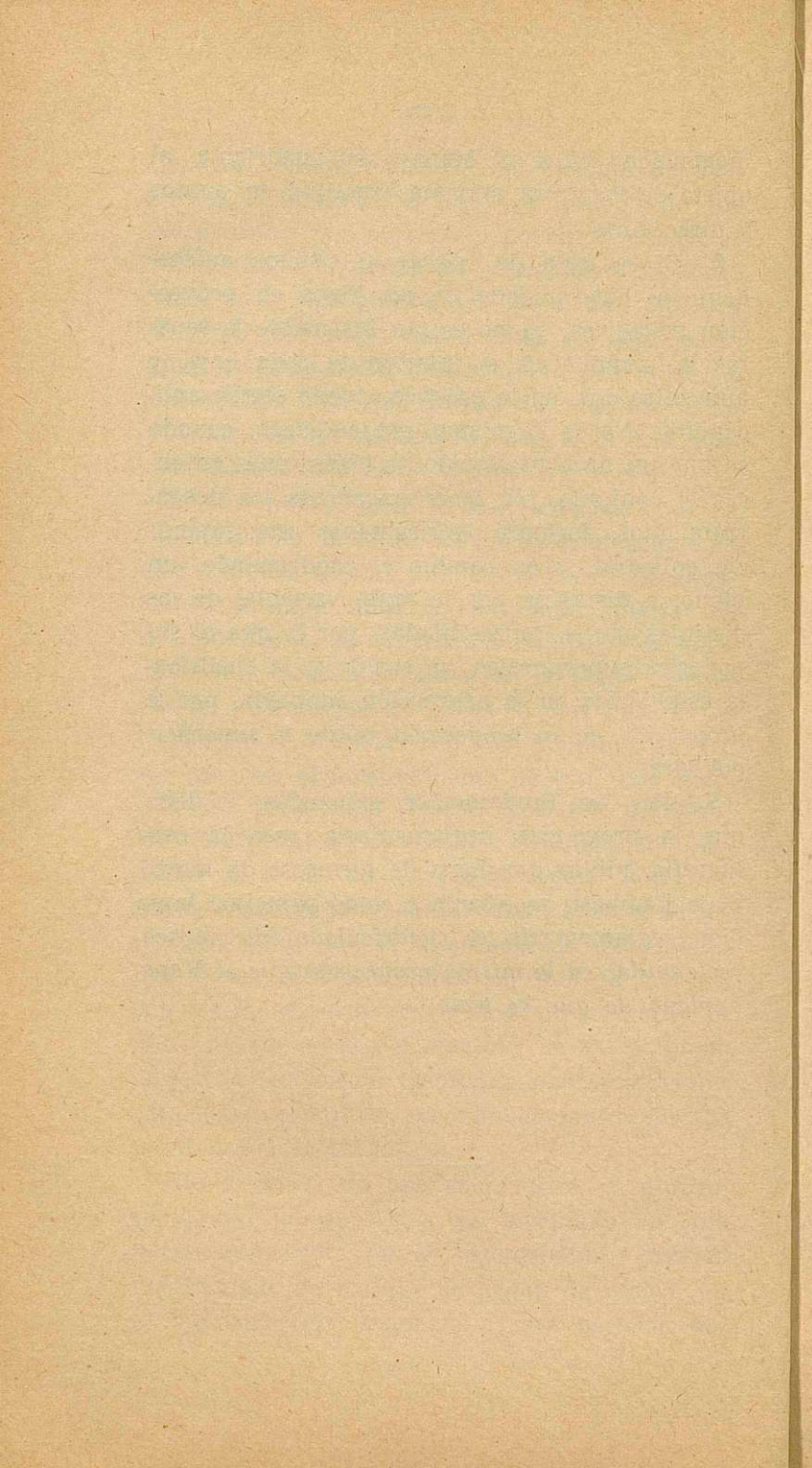
7.—No quiere decir lo que antecede, que la cuadrícula de un Mapa *no pueda* establecerse en otro sistema distinto de proyección; efectivamente, si suponemos la cuadrícula anterior en la hipótesis de la proyección Lambert, es indudable que, una vez trazada en el Mapa, corresponde a una serie de líneas ideales que, si las imaginamos trazadas en el terreno, al hacer otra vez el levantamiento de éste, por ejemplo, en proyección Tissot, por ser distintas las deformaciones de ambos sistemas, no quedarán trazadas en el Mapa, como antes, en forma rectangular y equidistante. Pero si se tiene en cuenta que la diferencia de deformaciones en las escalas usuales, no será en la práctica extraordinaria entre dos proyecciones de tipo análogo a las del ejemplo, se ve fácilmente que la cuadrícula resultante podría utilizarse para fijar los puntos, *aproximadamente*, por sus coordenadas rectangulares.

Este sistema, de aplicación para el aprovechamiento de un Mapa ya levantado en una cierta proyección, no es recomendable para el cuadrículado de los que se hagan de nuevo, toda vez que debe tenderse a una perfecta ho-

mogeneidad entre el Mapa y su cuadrícula, al objeto de lograr la máxima exactitud en puntos y direcciones.

8.—Si se trata de aplicar el sistema antecedente al cuadriculado de un Mapa en proyección poliédrica, ya no es tan insensible la separación, aunque en el interior de cada hoja, y aun entre dos, en la práctica, puede seguir aplicándose. No es lo mismo, sin embargo, cuando se une un número crecido de hojas, pues entonces el conjunto, sin tener en cuenta los desgarramientos, formará teóricamente una superficie poliedral, y en cambio el cuadriculado, un plano, a distancia por lo tanto variable, de las distintas partes representadas, por lo que al suponerlas superpuestas, se sustituye la cuadrícula establecida en la proyección adoptada, por la *proyección de su proyección*, sobre la superficie poliedral.

9.—Por los fundamentos expuestos, y dado que la proyección reglamentaria para la cartografía militar que haya de formarse de nuevo es la Lambert, se establece como principio también reglamentario el *cuadriculado kilométrico rectangular en la misma proyección que el Mapa o plano de que se trate*



CAPITULO II

Cuadrícula reglamentaria para nuestra cartografía militar y su empleo

10.—La cuadrícula reglamentaria en la cartografía militar es la siguiente:

Mapa de Mando: en 1:100.000.

En proyección Lambert: rectangular, de 5 en 5 kilómetros.

Plano director en 1:25.000, y su reducción en 1:50.000 la misma forma de proyección, de kilómetro en kilómetro, reforzadas las líneas de 5 en 5 kilómetros.

Planos para frentes estabilizados en 1:10.000 y en 1:5.000.

Lo mismo que el plano director. La del 5.000 llevará también el trazado de 0,5 kilómetros.

Mapa Militar Itinerario en 1:200.000 y del Instituto Geográfico y Catastral 1:500.000.

No llevan cuadrícula.

11.—*Numeración de las cuadrículas.* Las rectas meridianas y paralelas irán numeradas por kilómetros, en función de las dos de origen; pero al objeto de evitar la introducción en el Mapa de distancias negativas, se incrementan todas en una constante (600 kilómetros), suficientes para que todas ellas sean positivas. De esta manera la del meridiano, origen y tangente al paralelo del mismo carácter, van numeradas con el 600; decreciendo para las rectas meridianas hacia el Oeste y aumentando hacia el Este; y aumen-

tando hacia el Norte y decreciendo hacia el Sur, para las paralelas. De esta manera resulta transportado el origen de distancias, a un punto del Atlántico al S. O. de la Península. Si en alguna región resultaran coordenadas superiores al millar de kilómetros, en las aplicaciones puede suprimirse dicha cifra de millares, pues por lo alejado de la otra a que corresponda el mismo número, no hay lugar a confusiones.

12.—Dirección de las rectas meridianas. Por los fundamentos expuestos al tratar de establecer la cuadrícula, se comprende fácilmente que al ser paralelas entre sí las rectas meridianas y pasar por el Polo los meridianos geográficos del Mapa, existe entre la recta meridiana y el meridiano, en un mismo punto, un cierto ángulo.

Sobre el terreno no están representados los meridianos ni las rectas de la cuadrícula. Los primeros se materializan por medio de la aguja imantada, que da el norte magnético, y el conocimiento de la declinación promedia para cada Hoja. Hay que establecer, pues, el modo de materializar también en el terreno la dirección de origen o «Dirección Cero», adoptada para las rectas meridianas.

Conociendo el ángulo que forman estas rectas, todas ellas paralelas al meridiano de origen, con el que pasa por el mismo punto que ellas, quedará determinada la dirección de la cuadrícula. Ahora bien, el ángulo de cada recta meridiana, con su mismo meridiano, es igual al que forma este mismo meridiano con el de origen (fig. 2.^o): ($O = O'$ por alternos internos entre paralelas); luego determinando aquél, tendremos el valor gradual de éste.

En la proyección Lambert, este ángulo se obtiene por la fórmula $O = t \text{ sen } l_0$ en la que O representa la convergencia, t , la longitud del punto considerado y l_0 , la latitud del origen.

Este ángulo se determinará para el centro de cada hoja, por ser sus variaciones intrascendentes dentro de una de ellas, e irá consignado en su margen. De esta manera, como también se hace preciso conocer la declinación promedia, figurarán en los márgenes tres Nortes: El Norte verdadero que designaremos N. V.; el Norte magnético que designaremos N. M.; y el Norte Lambert, o dirección de la cuadrícula, que designaremos N. L. También llevarán expresa la declinación y la convergencia.

13.—Empleo de la cuadrícula. Para el empleo de la cuadrícula rectangular establecida, empezaremos por resolver dos cuestiones capitales en la determinación de un punto, y después otras no tan frecuentes:

I.—Determinar las coordenadas de un punto del plano

Como es sabido, las coordenadas se determinan midiéndolas sobre ambos ejes y a partir de un vértice, en la cuadrícula en que el punto está enclavado.

En las aplicaciones militares, se toma siempre como origen el vértice S. O. de la cuadrícula a que el punto pertenece, y las coordenadas se numeran, sucesivamente, en grupos de seis cifras, *primero la abscisa y después la ordenada*; de las seis cifras de cada coordenada, las tres primeras representan las centenas, decenas y

unidades de kilómetro (excepto en el cien mil, que vienen los kilómetros de 5 en 5) del eje opuesto a la coordenada que se nombre, y las restantes los hectómetros, decámetros, etc., medidos dentro de cada cuadrícula (excepto en el 100.000, en el cual las unidades de kilómetro que excedan del múltiplo de 5, se contarán dentro de la cuadrícula), que dará mayor o menor precisión, según la escala de que se trate.

De esta manera, no será preciso citar hoja ni plano en que se determinó el punto, pues existiendo un origen y división única para toda la península, se fijarán los elementos indistintamente en unos u otros planos, sin más diferencia que la mayor o menor aproximación que permita la escala en que cada uno opere, pudiendo remitirse o transmitirse órdenes y partes unos organismos a otros sin pararse a pensar si tienen o no el plano en la misma escala y sin mencionar hojas ni planos.

Dando por sentado que en el dibujo, de las escalas gráficas y coordinatógrafo, se pueden trazar divisiones hasta de 0,4 mm., y que, dentro de este límite, se pueden estimar las magnitudes por defecto o por exceso—cualquiera que sea la escala—al medir las coordenadas siempre podrá apreciarse, cuando la longitud que se mide esté comprendida entre dos divisiones, si está más próxima a la anterior o a la siguiente.

De esta manera, en la escala de 100.000 vendrán los puntos expresados con un error menor de 20 m.; en la escala de 50.000 con 10 m., en la 25.000 con 5, en la 10.000 con 2 y en la de 5.000 con 1; límites de apreciación homogéneos y proporcionales a las escalas.

En todos los casos, las coordenadas se expresarán por seis cifras, para lo que se completarán con ceros, si es preciso.

También debe tenerse presente que, como en todo caso deben expresarse las centenas, decenas y unidades de kilómetros que definan la cuadrícula, si hubiese algunas hojas que por su proximidad al origen no llegasen a distar tales centenas de kilómetros, al construirlas se tendrá cuidado de poner ceros donde falten decenas o centenas de kilómetros, al objeto de que toda recta de la cuadrícula venga definida por tres cifras.

II.—Dado un punto por sus coordenadas, fijar su posición en el plano

Para resolver este caso, es de gran utilidad la aplicación del pequeño coordinatógrafo, que figura en el margen de las hojas; pero si éste no quiere separarse de ellas por el riesgo de que se extravíe, se efectuará de la manera siguiente: con un compás o, si no se dispone de él, con una tira de papel, se mide sobre el lado horizontal del coordinatógrafo la abscisa del punto, dada por las tres últimas cifras del número citado en primer lugar, y esa extensión se lleva al lado horizontal inferior de la cuadrícula de que se trate, a partir de su vértice izquierdo—dado por las tres primeras cifras de cada grupo—marcando el punto resultante; por este punto se traza una perpendicular, y, sobre ella de abajo a arriba, se marca del mismo modo la ordenada del punto—definida por las tres últimas cifras del segundo número—que se habrá buscado en el lado vertical del coordinatógrafo.

Así; si queremos buscar un punto definido por sus coordenadas 587480—693640, se observará en primer lugar que está en la cuadrícula números 585-690, si lo buscamos en el 100.000, por ir éste cuadrículado de 5 en 5 kilómetros.

Sobre el coordinatógrafo, y en su lado horizontal, medimos 2.480 metros (fig. 3.^o), que llevamos sobre el lado horizontal inferior de la cuadrícula a partir del O, y marcamos el punto m. En este punto levantamos una perpendicular, y sobre el lado vertical del coordinatógrafo medimos 3.640 metros, que llevamos sobre la perpendicular citada y a partir de m, resultando así el punto p que se busca, con su situación aproximada en 20 metros. Si la operación la realizamos sobre el plano 1 : 25.000, el número exacto de kilómetros indicará la cuadrícula, y se medirán sobre el coordinatógrafo, centenas, decenas y unidades de metros, con un error hasta 5.

Si las coordenadas del punto se hubiesen dado 587487—693645, sobre el 100.000, buscaríamos como en el caso anterior por no admitir más aproximación. Sobre el 25.000, buscaremos en el coordinatógrafo, para abscisa, 485 metros, y para ordenada, 645, operando sobre la cuadrícula 587-693, como ya se dijo. Análogamente se operaría en el 50.000 y demás escalas.

III.—Determinación de la orientación de una dirección

Al tratar del problema de la cuadrícula en general, ya se vió como se determinaba un ángulo con una dirección dada, ahora solo resta

añadir que se adopta como «dirección cero» para las orientaciones la de las rectas meridianas de la cuadrícula, y que aquéllas se miden siempre en sentido positivo, en la dirección de las agujas del reloj y de N. a S.

IV.—Determinar la distancia entre dos puntos dados por sus coordenadas (Fig. 4.^a)

Como las coordenadas de uno de los puntos, con relación al otro, son los catetos de un triángulo rectángulo, de una longitud igual a la diferencia de coordenadas de ambos puntos respecto al origen, la distancia buscada es la hipotenusa de este triángulo, y vendrá dada por la fórmula:

$$D = \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2}$$

Es preferible este método al de medirla directamente sobre el plano, pues como las modificaciones del papel también las experimenta la cuadrícula, la relación no varía y en cambio en la medición directa se hace sensible la falta de exactitud en la escala; sobre todo cuando ésta es de pequeño denominador.

V.—Determinar las coordenadas rectangulares de un punto, conociendo las de otro, la distancia que los separa, y la orientación de la recta que une éste con aquél

Se resuelve esta cuestión por sencillos procedimientos de trigonometría elemental; así, en la fig. 5.^a se ve:

$$\text{sen } O = - \text{sen } C = - \frac{x' - x}{D}.$$

$$- D \cdot \text{sen } O = x' - x, \text{ ó sea... } x' = x - D \cdot \text{sen } O.$$

$$\cos O = - \cos C = - \frac{y' - y}{D}.$$

$$- D \cdot \cos O = y' - y, \text{ ó sea, } y' = y - D \cdot \cos O.$$

VI.—Determinar el ángulo de dos direcciones

Basta para ello, como se dijo, hallar la diferencia de sus orientaciones ($A = O - O'$).

VII.—Determinar las coordenadas de un punto conociendo las de otros dos y las orientaciones de las rectas que van desde cada uno de éstos al punto dado

En la figura 6.ª está la construcción de los tres puntos: p, aquel cuyas coordenadas se buscan; p' y p'', los conocidos por sus coordenadas; O y O', las orientaciones de las rectas p' p, y p'' p.

Por el sencillo cálculo trigonométrico de los triángulos rectángulos que se forman con las diferencias de coordenadas, se obtienen las buscadas, por las fórmulas siguientes:

$$\left. \begin{aligned} x - x_1 &= \text{tg } O_1 (y - y_1) \dots (1) \\ (x - x_1) &= (x_2 - x_1) - (x_2 - x) \dots \\ (x_2 - x) &= (y_2 - y) \text{tg } O_2 = [(y_2 - y_1) - (y - y_1)] \text{tg } O_2 \end{aligned} \right\} \dots$$

$$\dots \text{tg } O_1 (y - y_1) = (x_2 - x_1) - \text{tg } O_2 (y_2 - y_1) + \text{tg } O_2 (y - y_1),$$

$$(y - y_1) (\text{tg } O_1 - \text{tg } O_2) = (x_2 - x_1) - (y_2 - y_1) \text{tg } O_2$$

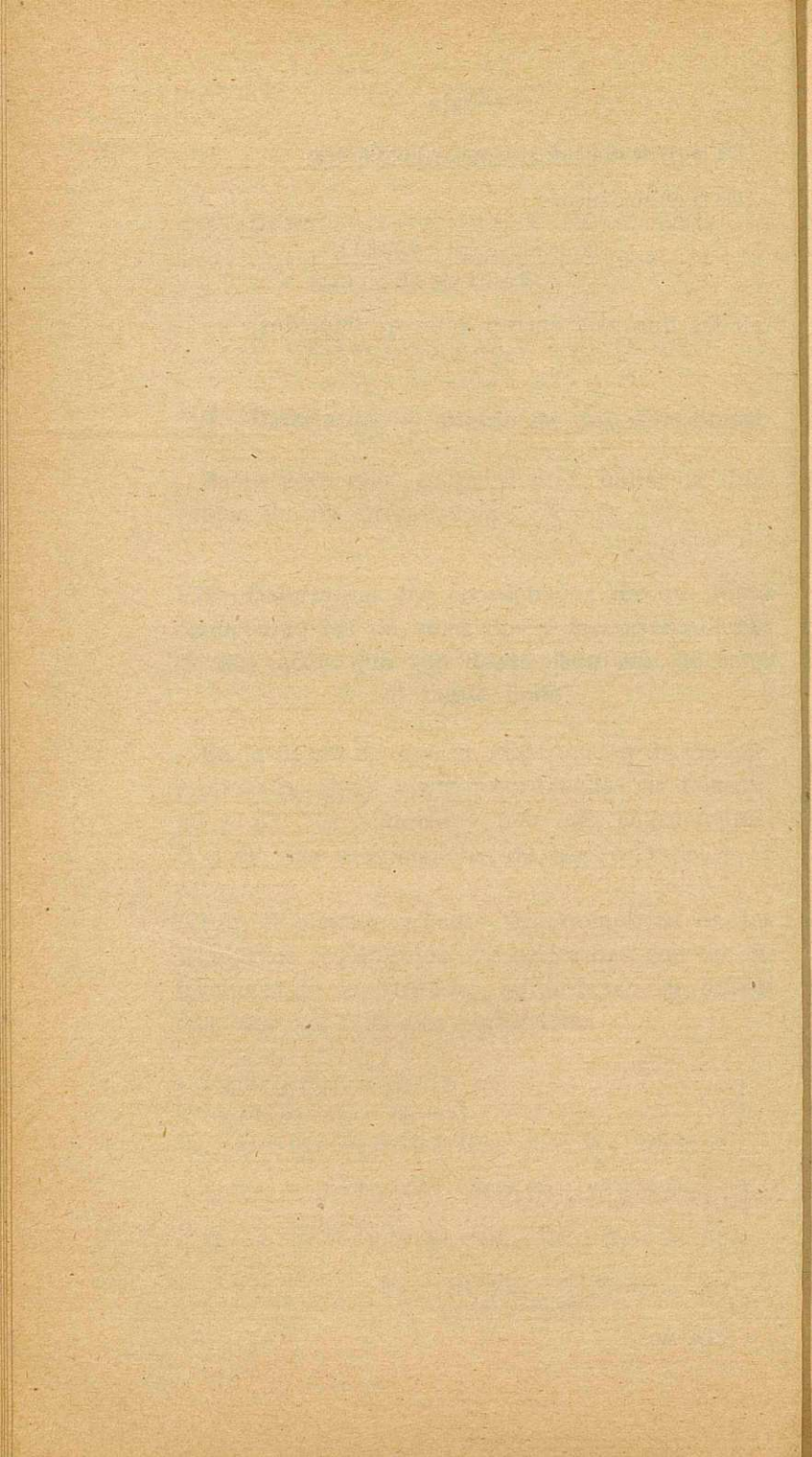
$$(y - y_1) = \frac{(x_2 - x_1) - (y_2 - y_1) \text{tg } O_2}{\text{tg } O_1 - \text{tg } O_2} \quad (2)$$

De la (1) se obtiene: $x = (y - y_1) \operatorname{tg} O_1 + x_1$

De la (2) se obtiene:

$$y = \frac{(x_2 - x_1) - (y_2 - y_1) \operatorname{tg} O_2}{\operatorname{tg} O_1 - \operatorname{tg} O_2} + y_1$$

en las que sólo entran valores conocidos.



CAPITULO III

Cartografía militar reglamentaria

14.—Sentado como preceptivo que el Mapa Nacional en escala de 1 : 50.000, que forma el Instituto Geográfico y Catastral, debe ser la base obligada de todo trabajo cartográfico que en España se lleve a cabo, y dado que es la única cartografía existente de nuestro país—aparte del antiguo Mapa Militar Itinerario en 1 : 200.000, cuya modernización se está realizando, pero que responde a una finalidad particular—se hace preciso satisfacer las necesidades cartográficas militares.

Varias causas se oponen a la adopción para los fines tácticos del Mapa Nacional en 1 : 50.000.

Es la primera, su proyección policéntrica que, como antes se dijo, si bien satisface perfectamente las necesidades generales, hoy día, por las causas apuntadas en el apéndice, se ha desechado para los mapas militares.

La segunda causa que puede señalarse es su escala intermedia; desde el punto de vista del mando, es excesiva y su utilización requiere el empleo de un número considerable de hojas, que por otra parte no pueden empalmarse, cuando el teatro de operaciones sea un poco extenso; en cambio, como plano director es escala que no da el detalle necesario, y la falta de la cuadrícula rectangular kilométrica, hoy indispensable, le hace aún menos apto para este fin; es sin em-

bargo de gran utilidad desde el punto de vista del enlace, convenientemente transformado.

La graduación sexagesimal de sus datos geográficos, por haberse adoptado en todos los aparatos goniométricos del ejército nacional (y mayoría de extranjeros) la centesimal, proporciona también una heterogeneidad que conviene salvar.

Sin entrar en más detalles de orden técnico, pues los apuntados son suficientes, conviene, por último, recordar que esta cartografía nacional, espléndidamente editada, resulta de elevado precio para emplearla sin embarazo en ejercicios y maniobras de todas las unidades y, en caso de guerra, su reproducción, en las enormes cantidades que exige un ejército en campaña, necesita excesivas y delicadas operaciones no sólo lentas, sino onerosas.

Por todo lo que antecede, es indispensable transformar la cartografía nacional de referencia, en cartografía militar que satisfaga las necesidades apuntadas, a costa del menor gasto y siempre sobre la base de los trabajos del Instituto Geográfico y Catastral.

15.—*Mapa de mando y Cuarteles generales.* La extensión territorial en que tiene que proyectar sus operaciones de conjunto un cuartel general por inferior que sea la unidad a que pertenezca, exige el empleo de un Mapa a gran denominador que permita, utilizando en general un conjunto máximo de cuatro hojas, abarcar todo el teatro de su actuación; claro es, que empleando una escala de aquellas se consigue, con el mínimo de papel, abarcar el conjunto; pero como por otra parte se necesita un mínimo detalle que per-

mita tener en cuenta todas las contingencias, se hace preciso armonizar ambas necesidades, lo que se consigue con la adopción de la «escala 1 : 100.000 para Mapa de mando y Cuarteles generales».

Esta escala, aparte de que satisface las tendencias señaladas, ofrece la ventaja de permitir una rápida transformación del Mapa Nacional acoplando cada cuatro hojas de aquél, reducidas a la mitad y conservando la división en hojas reglamentaria en el Instituto Geográfico y Catastral. (Véase gráfico de división en hojas.)

16.—La proyección de este Mapa, como se dijo al principio, es la de Lambert, cuyo cálculo no impone un mayor trabajo; pues aunque se conservara, si fuera posible, la policéntrica, por pasar el punto de tangencia de cada cuatro hojas del Mapa Nacional desde su centro al vértice común, sería preciso calcular de nuevo todas las coordenadas, referidas a este nuevo origen, exigiendo ello tanto cálculo como el cambio de proyección, sin las ventajas que este reporta.

La cuadrícula reglamentaria adoptada, se trazará en este Mapa de cinco en cinco kilómetros.

17.—En cuanto a la edición, no es preciso llegar en este caso a un Mapa de pequeño gasto, que permita fácilmente enormes tiradas; toda vez que su utilización corresponde a unidades superiores y por tanto es relativamente limitada, por cuyo motivo va en cuatro colores: rojo, azul, siena y negro.

El aspecto general del Mapa es el del facsímil.

Aparte los detalles que se explican en el cuadro de signos convencionales, en él se han con-

signado en rojo todos aquellos elementos que proceden, como base, del Instituto Geográfico y Catastral; así figura la graduación sexagesimal del recuadro de las hojas de aquél, la división de hojas del 50.000, que abarca cada una de las del 100.000, los vértices geodésicos y las altitudes trigonométricas de estos.

18.—La cuadrícula va impresa en azul, pues como los detalles planimétricos que se representan en este color nunca afectan la forma de líneas perfectamente rectas, no ha lugar a confusión, y en cambio destaca más que el negro, con la ventaja de que la numeración kilométrica, que también va en azul, se distingue a primera vista de la numeración geográfica.

En cuanto al rotulado, signos convencionales, detalles que tienen representación en el mapa, abreviaturas, etc... se adoptan como reglamentarios para esta escala los que aparecen en el recuadro (núm. I).

19.—*Plano Director.*—Dos son las escalas que para el plano director han prevalecido en la guerra, principalmente: 1 : 20.000 (Francia por ejemplo) y 1 : 25.000 (Alemania e Italia).

De trabajos en ambas escalas se dispone en España, como minutas del Mapa Nacional: en 1 : 25.000 las levantadas por el Instituto Geográfico y en 1 : 20.000 las levantadas por el Cuerpo de Estado Mayor; ambas, pues, pudieran adoptarse para el plano director nacional; pero teniendo en cuenta que el número de las levantadas por el Instituto Geográfico es muy superior al otro y que el Ejército ya no coopera a la formación del Mapa Nacional, por lo que en lo sucesivo todas las minutas se harán en 1 : 25.000.

se hace indispensable la adopción de esta escala para el plano director, al objeto de aprovechar para su formación las citadas minutas.

20.—La publicación de las hojas pudiera hacerse de dos maneras; o bien por medias hojas del 50.000 ó por cuartos de hoja. El primer sistema ofrece la ventaja de abarcar en una sola, de unas dimensiones aproximadas de $0,56 \times 0,74$, una gran extensión de terreno; pero tiene en cambio otros inconvenientes, entre los que destaca principalmente su gran tamaño, que en el campo, y singularmente haciendo viento, haría difícilísimo su manejo, que además exigiría doblarlo frecuentemente en muchos trozos precipitando su deterioro.

La publicación por cuartos de hoja, proporciona un tamaño aproximado de $0,37 \times 0,56$, que si bien parece un poco pequeño, abarca una extensión de 130 kilómetros cuadrados, es decir, en números redondos 9×14 kilómetros, que es bastante superior a los 8×8 que tenían las de alrededores de capitales. Esta consideración, unida a la manejabilidad que presenta este tamaño y a la mayor rapidez que puede imprimirse a la publicación de cada cuarto, obliga a adoptar como tamaño reglamentario de hoja del plano director, el de las minutas del Mapa Nacional en 1 : 50.000 divididas en cuatro cuartos.

La práctica, por otra parte, sanciona este tamaño, toda vez que la hoja del plano director alemán, en escala 1 : 25.000, tiene una superficie real de 129 kilómetros cuadrados, sensiblemente igual a la aquí adoptada.

21.—Por ser estas hojas dieciseisavos del 100.000 y publicarse en la misma proyección

Lambert, no exigen nuevas operaciones a este respecto, si bien en lugar de llevar 20 ms. de equidistancia natural, como el 50.000, se adopta la de 10 ms. que conviene a nuestro terreno.

Esta misma equidistancia es la adoptada por el director francés, muchas de cuyas regiones son análogas a las nuestras, y aún el alemán, si bien en las zonas llanas o ligeramente onduladas lleva cinco metros—que por curvas intercaladas llega a 2,50 y aún a 1,25—prevé la de 10 metros en las regiones algo movidas. El mismo criterio impera en el 1 : 25.000 italiano, pues si bien, en general, la equidistancia es de 25 metros, está prevista la intercalación de curvas hasta 10 ms. en los terrenos que lo permitan.

Como por otra parte, los levantamientos originales del Instituto Geográfico y Catastral llevan esta equidistancia, no exige operación ninguna la adopción de los 10 ms., además ya suficientemente justificada.

La cuadrícula reglamentaria adoptada, se trazará en el plano director de kilómetro en kilómetro, reforzadas las de cinco en cinco kilómetros.

22.—En cuanto a la edición, como quiera que este plano ha de tener mucha mayor difusión que el Mapa de mando, y ha de abarcar una mayor extensión la representación total del territorio, es conveniente una edición de menor gasto y de mayor facilidad de confección por lo que, análogamente a lo adoptado para las publicaciones similares extranjeras (Francia, Alemania, etcétera), se edita solamente en tres colores: negro, azul y siena.

23.—Todos los detalles planimétricos van en

negro, excepción hecha de la hidrografía; en sie-
na la orografía y en azul aquélla y la cuadrícula,
análogamente a lo dispuesto para el 1 : 100.000.

Por lo que respecta al rotulado, signos con-
vencionales, detalles que tienen representación
en el plano, abreviaturas, etc., se adoptan co-
mo reglamentarios, los que aparecen en el cua-
dro adjunto (núm. II) para esta escala. El as-
pecto general del plano puede verse en el facsí-
mil.

**24.—Plano para frentes estabilizados, Infante-
ría y obras, en escala 1 : 10.000.** Este plano, en
realidad de carácter local, se obtendrá por am-
pliación de las zonas interesantes a sus fines,
de las hojas del plano director.

Esta ampliación, perfectamente realizable por
las Secciones topográficas Divisionarias, se lle-
vará a cabo por cuadrantes o cuartas partes de
aquél, conservando su misma numeración, sin
más variantes que intercalar curvas de nivel
de 5 metros y consignar en él los detalles de
planimetría, que en la otra escala no hubieran te-
nido representación.

**25.—De momento, y para satisfacer las nece-
sidades de las guarniciones, cuyos planos de al-
rededores venían levantándose, pueden aprove-
charse perfectamente las minutas del 10.000 de
aquéllos, con equidistancia de 5 metros, levan-
tadas por las Secciones topográficas divisiona-
rias, sin más que ajustarlas a la división en
hojas oficial y a la proyección reglamentaria.**
La edición se hace en negro, suspendiéndose la
que venía haciéndose en 1 : 20.000 y en cinco
colores.

26.—Por tener el carácter de verdadero plano

de instrucción para pequeñas unidades, se hace preciso, dada la gran cantidad de papel que la representación del terreno exige y la difusión que ha de tener—por llegar a los mandos más subordinados—, que su edición sea lo más sencilla y económica posible, lo que sólo puede conseguirse editándolo solamente en negro, circunstancia que no ha de restarle claridad, dada la gran escala y reducido terreno que abarca cada hoja, ya que han de tener unas dimensiones de 0,46 por 0,70 aproximadamente, con una superficie, por tanto, de unos 32 kilómetros cuadrados.

En cuanto a numeración, detalles, signos, etcétera, figuran en el cuadro correspondiente a esta escala (núm. III).

Su aspecto general es el del facsímil.

27.—*Mapa Militar Itinerario en 1 : 200.000.* Se conserva también como reglamentario, desde el punto de vista logístico e itinerario, el Mapa Militar en 1 : 200.000, si bien con las variantes de introducir la representación altimétrica con 50 metros de equidistancia y la variación de sus signos convencionales, que aparecen en el recuadro para esta escala; el aspecto de su nueva edición puede verse en el facsímil (núm. IV).

28.—*Mapa Militar estratégico en 1 : 500.000.*—El del Instituto Geográfico y Catastral.

29.—*Itinerarios de Aviación militar en 1 : 400.000 y en 1 : 500.000.*—Se conservan reglamentarios para viajes aéreos, mientras existan.

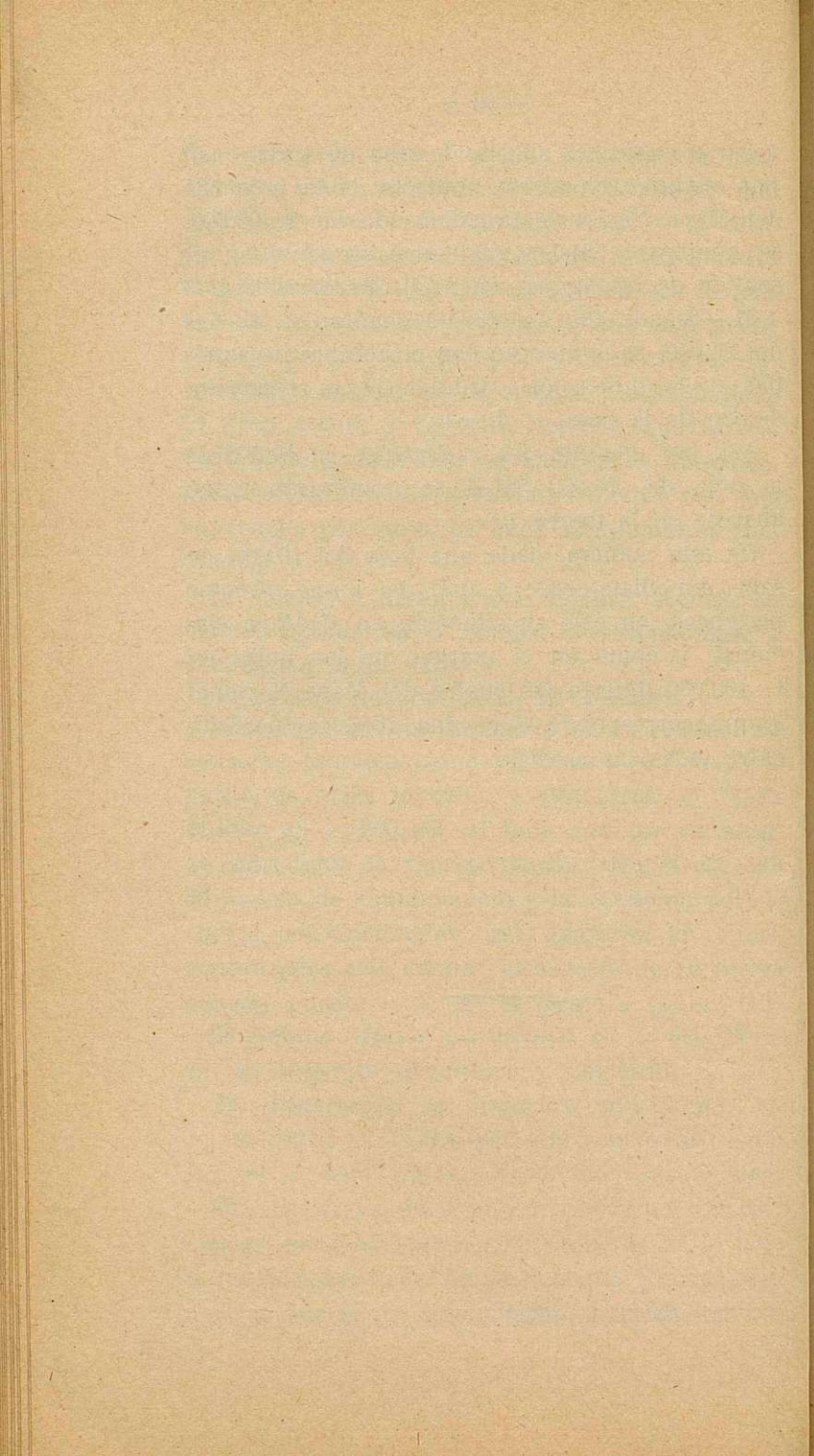
30.—Las hojas del Plano director en 1 : 25.000, conservan el número correspondiente de la hoja a que pertenecen del Mapa Nacional, y, como son cuartas partes de éstas, llevan, además, en nú-

mero romano, el cuarto de que se trata; así, por ejemplo, el cuarto nordeste de la hoja 581 del Mapa Nacional, transformado en 1:25.000, se nombrará 581-I, y así sucesivamente en el sentido de las agujas del reloj, las otras tres.

31.—Siendo las del 10.000 cuadrantes de las del 25.000, se enumeran con el nombre de aquéllas, y la indicación cardinal de su situación, dentro de la hoja.

Así, por ejemplo, los cuadrantes en 10.000 de la hoja del 25.000 581-II se nombrarán como aparece en la figura 7.^a

De esta manera, dada una hoja del 10.000, se sabe inmediatamente a cuál del plano director pertenece, en éste su situación en el Mapa Nacional, y como en el margen de las hojas en 1:100.000 figuran las cuatro del Mapa Nacional a que corresponde, hay una relación perfecta entre todas las escalas.



CAPITULO IV

Cartas reglamentarias para los Estados Mayores, Tropas y Servicios

32.—EN TIEMPO DE PAZ.

a) *de carácter logístico y estratégico.* El *Mapa Militar Itinerario* en 1:200.000, con curvas de nivel a 50 metros, y el 1:500.000 del Instituto Geográfico, ambos sombreados para dar idea rápida del terreno.

Estos mapas serán utilizados por las Grandes Unidades, Automovilismo y Aviación, así como de un modo general por las Unidades de tropas para marchas y acantonamientos.

Para viajes aéreos y datos de navegación, se conservan reglamentarios los itinerarios en 1:400.000 y en 1:500.000, mientras existan.

b) *de carácter táctico.* El *Mapa de Mando* en escala 1:100.000, con curvas de nivel de 40 metros y con suficiente densidad de detalles para su utilización, llevando además un cuadrículado sistema Lambert, para designación de objetivos, según ya se dijo al tratar de este Mapa. Será utilizado por las Planas Mayores de Brigada, y Cuarteles Generales de División y Unidades superiores, y se considerará como Mapa Director general para dichas Unidades, y como de enlace entre el Mando y sus ejecutantes.

Mapa Nacional en escala 1:50.000, tipo mi-

litar, con curvas a 20 metros, cuadriculado en sistema Lambert, y obtenido por reducción de 25 director. En él se abarca, con bastante detalle, una extensión relativamente grande de terreno. Se utilizará como de carácter táctico por las Divisiones y Unidades inferiores; en las primeras, para darse idea más completa de una situación particular de determinada fuerza, y en las segundas como logístico para marchas cortas de unidades sueltas, y enlace de ellas con las vecinas.

Plano director en 1 : 25.000 con curvas a 10 metros, en el que el terreno está representado con el máximo de precisión que permite la escala. Lleva un cuadriculado kilométrico Lambert, según ya se ha dicho. Será utilizado por todas las unidades de tropa, y servirá de plano de enlace de la Infantería y Artillería; llegará hasta el escalón Compañía o Sección, Escuadrón y Batería, pasando antes por todos los superiores.

Planos en 1 : 10.000 directores locales, con cuadriculado Lambert. Sólo se levantarán para casos particulares de ejercicio, de frentes estabilizados, o trazado de obras. En ellos se llegará hasta el escalón, Sección o Pelotón.

Los planos de los alrededores de poblaciones en 1 : 20.000 y 1 : 10.000 con curvas de nivel a 5 y 10 metros y del Campamento de Carabanchel en 1 : 5.000 con curvas a 2 metros, cuadriculados, serán utilizados para ejercicios de pequeñas unidades y establecimientos de planes de fuegos detallados de los mismos, en la defensiva y ofensiva.

33.—EN TIEMPO DE GUERRA.

En general, se utilizarán en tiempo de guerra los mismos planos que en paz y del modo que se indica a continuación:

a) *en el período de concentración.*—Revisando en este período la mayor importancia los desplazamientos que las tropas han de efectuar, precisan cartas que permitan seguir un itinerario sin dificultad y que presenten las redes de ferrocarriles y carreteras, indicando su valor relativo, sin que estén recargados con más detalles planimétricos que los precisos para que se den idea de la situación que ocupan. En estos aspectos, el Mapa Itinerario en 1:200.000 será el utilizado en este período, hasta el escalón Batallón o Grupo encuadrados, y hasta Sección aislada.

La escala 1:200.000 es muy grande para permitir al mando de las Unidades Ejército y superiores, darse una idea de conjunto de las distintas vías de comunicación y de la disposición de sus fuerzas; para estos escalones, se utilizará el 1:500.000, del Instituto Geográfico y Catastral.

Para los Estados Mayores y formaciones automóviles, se usará la «Carta Automovilista» en 1:200.000, que se formará sobre el fondo del Mapa Militar Itinerario, en la misma escala, añadiéndole unas sobrecargas especiales que den idea de la resistencia de puentes y su longitud, pendientes anormales, anchura de caminos—indicando si permiten o no la doble circulación—, así como la clase de firme que tienen, a los efectos de la circulación del material pesado, etc. Esta carta se pondrá a disposición de

los Estados Mayores, a fin de que preparen las marchas y estacionamiento de las tropas, y, desde luego, irán provistos de ella los oficiales que manden convoyes.

Para las Unidades Aeronáuticas, se usará el Mapa Itinerario en 1 : 200.000, modernizado, tal y como quedará levantado, ya que en éste constarán los detalles que interesan a la Aviación, como campos de aterrizaje, instalaciones aeronáuticas, etc. y otros para que les sirvan de referencia, como los límites de bosques.

Las Unidades de Aeronáutica y Artillería de largo alcance, a quienes se asigna la misión de bombardear determinadas zonas importantes para retrasar la concentración del adversario, producir perturbaciones en sus industrias de guerra, destruir sus depósitos, su aviación, sus instalaciones, etc., serán provistas de la «Carta de bombardeo de objetivos», que se hará sobre el fondo del Mapa Militar Itinerario en 1 : 200.000, añadiéndole los objetivos posibles y vulnerables de la zona enemiga; y cuando se trate de bombardeo por la noche por la Aviación, se utilizará la carta citada, la que se incrementará con el balizamiento de los itinerarios a seguir, y con los puntos particulares del terreno que permitan al aviador seguir las señales; este documento revestirá carácter secreto.

La «Carta para bombardeo de objetivos» será distribuída, llegado el caso, a los ejecutantes, hasta el escalón jefe de Escuadrilla o Batería, y la de «Misiones de noche» a las Unidades de defensa contra aeronaves, hasta el escalón Batería.

Las tropas de cobertura irán provistas, desde los primeros momentos, de cartas de carácter táctico, ya que pueden encontrarse, desde el principio, en contacto con el enemigo, y utilizarán además las que se citan más adelante para las tropas de operaciones.

b) *cartas para las operaciones.*—Terminada la concentración, las tropas marchan al encuentro del enemigo, y van abandonando las carreteras y caminos; ya no son suficientes los mapas itinerarios y más si se tiene en cuenta que, empezadas las operaciones tácticas, el terreno es un factor importante para el desarrollo de ellas.

El papel de la cartografía se hace entonces capital, y constituye la llave para ejecutar las decisiones del mando, y el enlace. Es de absoluta precisión que la correspondencia entre el mando y sus unidades, y entre éstas entre sí, se refiera siempre a las cartas, sin cuyo auxilio nada podría precisarse. Una orden telegráfica o telefónica ha de poder determinar la situación de un punto, la de una zona o de una dirección, y esto se consigue mediante el uso de cartas con cuadrículado kilométrico, único para todas ellas; es, pues, necesario que todas las escalas de medio y pequeño denominador estén cuadriculadas.

En el desarrollo de las operaciones, una gran parte de los tiros de Artillería, y algunos de Infantería, se estudian sobre el plano, y de aquí la necesidad de disponer de documentos apropiados.

Por último, los adversarios en su zona de acción están modificando constantemente el aspec-

to de la misma; crean instalaciones, destruyen obras de fábrica, hacen otras provisionales, levantan fortificaciones, etc.; todas estas modificaciones no figuran en los planos generales y como el conocimiento de ellas es de una gran importancia, desde el punto de vista militar, se hace preciso establecer documentos especiales *periódica y frecuentemente puestos al día*, que respondan a necesidades generales, o bien particulares, y en que se representen, de una manera esquemática, o detallada, según los casos, esta nueva reseña planimétrica.

En dos clases pueden dividirse las cartas usadas en las operaciones: *generales* y *especiales*. Las primeras contienen todos los detalles precisos para las necesidades comunes de los Estados Mayores, las tropas y los servicios; las especiales, son las que expresan detalles de orden militar que interesando a los mandos y ejecutantes no figuran en las cartas generales, y se forman en cada caso con un objeto bien determinado.

CARTAS GENERALES

Para las Grandes Unidades, con objeto de que el mando disponga de un mapa para seguir en conjunto las operaciones; para la Aviación, con misión sobre objetivos lejanos, y para las tropas que ejecuten desplazamientos grandes, se usará el mapa en 1 : 200.000 y hasta el 1 : 500.000 si fuera preciso.

Para las tropas.—Es indispensable, según se dijo oportunamente, que todas las cartas de las diferentes escalas lleven un cuadriculado que permita referirlas unas a otras; con ello se conseguirá un perfecto enlace entre el mando y los

ejecutantes y entre las diferentes Armas; por otra parte, es principio general que cada fracción de tropa no sólo posea una carta en que se fije su situación, sino además que sea lo suficientemente extensa para darse idea de la que ocupan las fracciones vecinas. En estos aspectos se usarán las siguientes cartas:

Planas Mayores de Brigada y Cuarteles Generales de todas las Unidades, divisionarias y superiores.—Carta de Mando en 1 : 100.000 para situaciones generales, Mapa Nacional tipo militar en 1 : 50.000 para situación particular de alguna fracción de tropas, y plano director en 1 : 25.000 para situaciones de gran detalle, y a disposición de los Generales de brigada de Infantería para agrupaciones de tiro de ametralladora.

Planas Mayores de Brigada, de Cuerpo, y hasta los escalones, Compañía y equivalente por lo menos.—Mapa Nacional tipo Militar en 1 : 50.000 y plano director en escala 1 : 25.000.

Los demás escalones hasta Compañía de Infantería o similar en las otras Armas.—Plano director en 1 : 25.000.

A medida que los trabajos de fortificación de campaña del enemigo puedan ser levantados con precisión, serán llevados primero a los planos directores en 1 : 25.000 y luego a los de escalas 50.000 y 100.000.

CARTAS ESPECIALES

Se editan, según su naturaleza, periódicamente o sólo por orden del Mando. Se hace muy difícil determinar las que en la realidad pueden hacer falta, por lo que se indican las que en la práctica se usaron en la última guerra, para

operaciones en frentes no estabilizados, con la debida adaptación a nuestra cartografía.

Para el Mando.—Se preconizan en el escalón ejército los siguientes documentos:

«Croquis diario con la situación del enemigo en 1 : 100.000», en el que se representan todos los datos que, por el servicio de Información, se posean sobre la organización y disposición enemigos; serán provistos de este documento todos los mandos de las Grandes Unidades.

«Carta de operaciones en 1 : 100.000», formada al día, llevando sobre la anterior la situación de las tropas propias. Es documento de carácter secreto y sólo se hará un corto número de ejemplares, uno de los cuales será destinado al escalón Ejército, para ser unido al diario de operaciones.

Las dos cartas citadas anteriormente podrán ser editadas en escala 1 : 50.000 si se precisa mayor cantidad de detalle en algunas zonas.

«Esquema de las organizaciones enemigas». En 1 : 100.000, se formará, generalmente, cuando se prevea la necesidad de una detención para preparar un ataque. En él se representarán, simplificadaamente, las organizaciones enemigas con su valor relativo, así como las comunicaciones de ellas. Se distribuirá en los escalones Ejército y superiores y un solo ejemplar al Cuerpo de Ejército.

Tendrá carácter muy secreto y se tirarán muy pocos ejemplares.

Otras cartas como la de «Posiciones y actividad de la artillería enemiga», «de Aviación», también enemiga, «de los enlaces y radiotelegrafía», etc., se formará, llegado el caso, para

mayor ilustración del Mando, a ser posible en 1 : 100.000 y hasta si fuese conveniente 1 : 50.000.

«Mapa General de Servicios». Al objeto de preparar los movimientos de tropas, estacionamiento, abastecimiento de todas clases, evacuaciones, etc., los EE. MM. y los Servicios dispondrán de un Mapa General de Servicios que se formará haciendo constar, sobre el Mapa en 1 : 100.000, las particularidades de las vías de comunicación, su facilidad de recorrido para las distintas Armas, resistencia y características de puentes, capacidad de tráfico, datos estadísticos sobre las localidades, y, a ser posible, datos sobre la retaguardia enemiga. Este Mapa se mantendrá al día por los organismos cartográficos de Ejército (S. T. E.) mediante hojas de rectificación, en la misma escala, y se distribuirá hasta el escalón División.

«Plano de los Servicios de Cuerpo de Ejército». Análogamente, cada Cuerpo de Ejército formará su plano de comunicaciones y servicios, a base del 1 : 50.000, de carácter muy secreto y tirada restringida, cuya distribución fijará el Mando en cada caso.

c) *frentes estabilizados*.—Cuando se produce la estabilización, el interés cartográfico se concentra en el detalle de las organizaciones puramente militares y, por tanto, en la riqueza de datos planimétricos.

Por ello, es indispensable abandonar las escalas de gran denominador y se imponen entonces el «Plano Director en 1 : 25.000», el de «Frentes estabilizados en 1 : 10.000» y aún otros especiales que se levantan con mayor detalle.

El Plano Director en 1 : 25.000 de tiempo de

paz, se completará, en estos períodos, por las Secciones Topográficas de Ejército, en la zona de operaciones, dando forma cartográfica a todos los documentos de información que faciliten las segundas Secciones de los EE. MM., la Aviación, los Grupos de Información Artillera, y las distintas Unidades, y formando nuevas ediciones de él cuando las circunstancias exijan que modificaciones importantes lleguen a conocimiento de todos.

En los cambios de situación rápidos e importantes, se repartirán hojas de rectificación que servirán para poner al día estos planos. Se distribuirán hasta las Unidades: Compañía, Escuadrón y Batería. Se hará constar en ellos, principalmente, las organizaciones enemigas, multiplicándose las denominaciones y dando carácter oficial a los nombres que en ellos se consignen para los nuevos detalles que surjan con motivo de la organización del terreno. Estas hojas de rectificación se harán por los organismos cartográficos de Cuerpo de Ejército.

Cuando la estabilización se prolongue, para las zonas de contacto se formará el plano Director en 1 : 10.000 con las mismas características que el anterior, pero con mayor detalle. Este se distribuirá hasta los mismos escalones que el anterior, pero en tal caso aquél sólo llegará hasta el escalón equivalente a Batallón. En esta misma escala se formará el «plano de las organizaciones propias», de carácter muy secreto, y que se distribuye sólo hasta el Batallón, Batería, Compañía de Carros y Escuadrilla.

Para uso especialmente de la Infantería, y en-

lace de ésta con la Artillería, se formará, para los períodos de ofensiva, el plano director en 1 : 5.000, que se limitará al levantamiento de las primeras líneas enemigas, consignándose, también, la primera línea propia, de manera muy detallada, para que permita a la Infantería situarse con precisión. En principio se distribuirá a los mismos elementos que el 10.000, pero en el momento de la ofensiva podrá llegar hasta los Jefes de Sección, Pelotón y Comandantes de Sección de Carros.

Como en los períodos de estabilización es cuando alcanza mayor perfección el trabajo cartográfico, se formarán, durante él multitud de *cartas especiales*, cuyos nombres indican el objeto a que se destinan, y que en la mayor parte de los casos basta que sean croquis; pueden citarse, entre ellos, el de «Organizaciones propias», el de «Acción de la Artillería», el de «Movimientos en las proximidades de las líneas», el de «Estudio de las posiciones enemigas», el de «Objetivos de la Artillería y Aviación», el de «Destrucciones», el de «Esquema de Enlaces y transmisiones», etc., y, especialmente, los de «Comunicaciones en el interior de las líneas propias». Se comprenden, bajo esta denominación, el «Mapa de los EE. MM. y Servicios» y el de «Servicios de Ejército», citados en los períodos de movimiento, y, como *especiales de la estabilización*, el de «Zonas peligrosas» en el que constarán las especialmente batidas por la Artillería, las enfiladas por el enemigo, las infectadas de gases, etc.; se tendrá constantemente al día y llegará hasta el escalón Regimental.

34.—Medidas de precaución.—Todos los pla-

nos directores, se considerarán secretos, tomándose las necesarias precauciones para que no se extravíen ni puedan caer en manos del enemigo.

Los que consignen las organizaciones propias, son estrictamente confidenciales e irán numerados y reseñados en un registro de entrega. Se conservarán en los EE. MM. y Puestos de Mando, y llevarán una sobrecarga con la leyenda: «Confidencial; para no llevar a primera línea».

Todos los planos directores deberán destruirse, precisamente quemados, por sus poseedores, cuando hayan quedado en desuso o corran riesgo de caer en poder del enemigo.

CAPITULO V

Abastecimiento y movilización

FORMACION, TIRADA Y DISTRIBUCION DE CARTOGRAFIA EN TIEMPO DE PAZ

35.—Como se ha partido de que la base para la formación de toda la cartografía militar es el Mapa Nacional en 1 : 50.000, la Comisión Militar de Enlace, de acuerdo con lo dispuesto en el Decreto de 21 de noviembre de 1931 (*D. O. núm. 255*), es la encargada de transformar aquél en los correspondientes a las escalas y tipos militares, editándose así el 1 : 100.000, 1 : 50.000 tipo militar y el 1 : 25.000, por los Talleres del Instituto Geográfico y Catastral.

36.—El Mapa itinerario en 1 : 200.000 y el 1 : 500.000 serán puestos al día, respectivamente, por las Secciones topográficas Divisionarias y Comisión de Enlace, y editados por el Instituto Geográfico y Catastral.

37.—Los itinerarios de aviación en 1 : 400.000 y 1 : 500.000 son los formados por la Jefatura de Aviación.

38.—El 200.000 automovilista, se formará añadiendo al 200.000 itinerario, un superpuesto de papel transparente, formado por las Secciones topográficas de Ejército, y la tirada del superpuesto se realizará también por los Talleres citados; estas operaciones deberán hacerse en tiempo de paz, pues, por ser mapa de concen-

tración, debe estar dispuesto desde el momento de la movilización.

39.—El Plano 1 : 10.000, que se levantará primeramente en los alrededores de guarnición, pero siempre por cuartos del 25.000, será formado, como hasta aquí, por las Secciones topográficas Divisionarias y editado por los Talleres del Instituto Geográfico y Catastral.

40.—El 1 : 5.000 se formará, únicamente, a petición del Mando (de las zonas que interesen), por ampliación del 10.000, repartiéndose a las Unidades a que afecte, según su dotación.

Se encargarán de levantarlo las Secciones topográficas Divisionarias y se editará por el mismo organismo que el 1 : 10.000.

Distribución

41.—Las tiradas que se hagan por el Instituto Geográfico y Catastral, se entregarán íntegras al Ramo de Guerra; la mitad, al Estado Mayor Central, y la otra mitad a la Imprenta y Talleres, para su entrega a la Venta de Obras.

Esta última se encargará, como hasta aquí, de la venta—al precio que se fije—de las publicaciones de cartografía militar.

42.—La parte entregada al Estado Mayor Central servirá para constituir las dotaciones reglamentarias de las Unidades. Para ello, por intermedio de su Sección Cartográfica, remitirá a cada Sección topográfica de Ejército el total de la dotación de sus Divisiones y tropas dependientes. Estas Secciones, según las órdenes del Mando, distribuirán su lote correspondiente a cada División, por medio de su Sección topográfica Divisionaria, las cuales, con arreglo a

las órdenes del mando de la División, y de acuerdo con el cuadro núm. 1, harán las entregas mediante el pago del *precio de dotación*, que se fijará conforme aparezca cada edición, y será siempre inferior al *precio de venta*.

43.—Las dotaciones irán selladas por la Sección Cartográfica del Estado Mayor Central y los Cuerpos responden de su conservación, como de otro material de guerra cualquiera.

Cuando por el uso normal hayan sufrido deterioro que las inutilice, se cambiarán, sin cargo, previa remisión del ejemplar inútil (con el sello de la Sección Cartográfica del Estado Mayor Central, requisito éste indispensable), por el mismo conducto que se siguió en la distribución, no cambiándose ninguna carta cuya inutilidad, no pueda atribuirse a uso natural, o le falte el sello de dotación.

44.—Cuando las Unidades necesiten para algún momento más cartografía que la de su dotación reglamentaria, o reponer la que haya sufrido daño injustificado, la adquirirán a *precio de venta* en la Venta de Obras de la Imprenta y Talleres del Ministerio de la Guerra.

45.—Las Hojas, en todo caso, se facilitarán sin entelar, siendo voluntario en las unidades hacerlo o no, por su cuenta.

46.—Si un Cuerpo cambia de guarnición con otro, cambiarán también sus dotaciones de cartografía, pero en el caso de que no fuese reemplazado, se llevará la suya y una vez instalado en la nueva guarnición solicitará, en la forma reglamentaria establecida, el cambio de su dotación por la de la nueva residencia, remitiendo previamente la que ya no ha de utilizar.

Formación y tirada de la Cartografía en tiempo de guerra

47.—En principio, seguirá el Instituto Geográfico y Catastral encargado de la tirada de la cartografía militar, en tiempo de guerra; pero llegado el momento, coadyuvarán al mismo fin, la Imprenta y Talleres del Ministerio de la Guerra y todos aquellos talleres de litografía, grabado, fotografía, cincograbado, etc., que se hayan previsto desde tiempo de paz, para atender las enormes necesidades del Ejército en operaciones. La movilización industrial se hará a base del citado Instituto.

48.—Los Mapas y Planos generales formados en tiempo de paz, no requerirán más operaciones cartográficas en tiempo de guerra que la puesta al día de la zona de operaciones.

Esta puesta al día se realiza por los siguientes organismos:

Secciones Topográficas de Ejército (S. T. E.)

Sección Topográfica de Cuerpo de Ejército
(S. T. C. E.)

Secciones Topográficas Divisionarias (S. T. D.)

Las primeras se encargarán de los mapas en 1 : 500.000 y del automovilista en 1 : 200.000.

A las segundas corresponderán el 200.000 Itinerario y el 100.000 de mando.

A las Secciones topográficas Divisionarias el 50.000 tipo militar, el plano director en 25.000 y los de escala de menor denominador.

Esta puesta al día se hará por medio de hojas de rectificación, que se distribuirán a las Unidades, de acuerdo con su dotación.

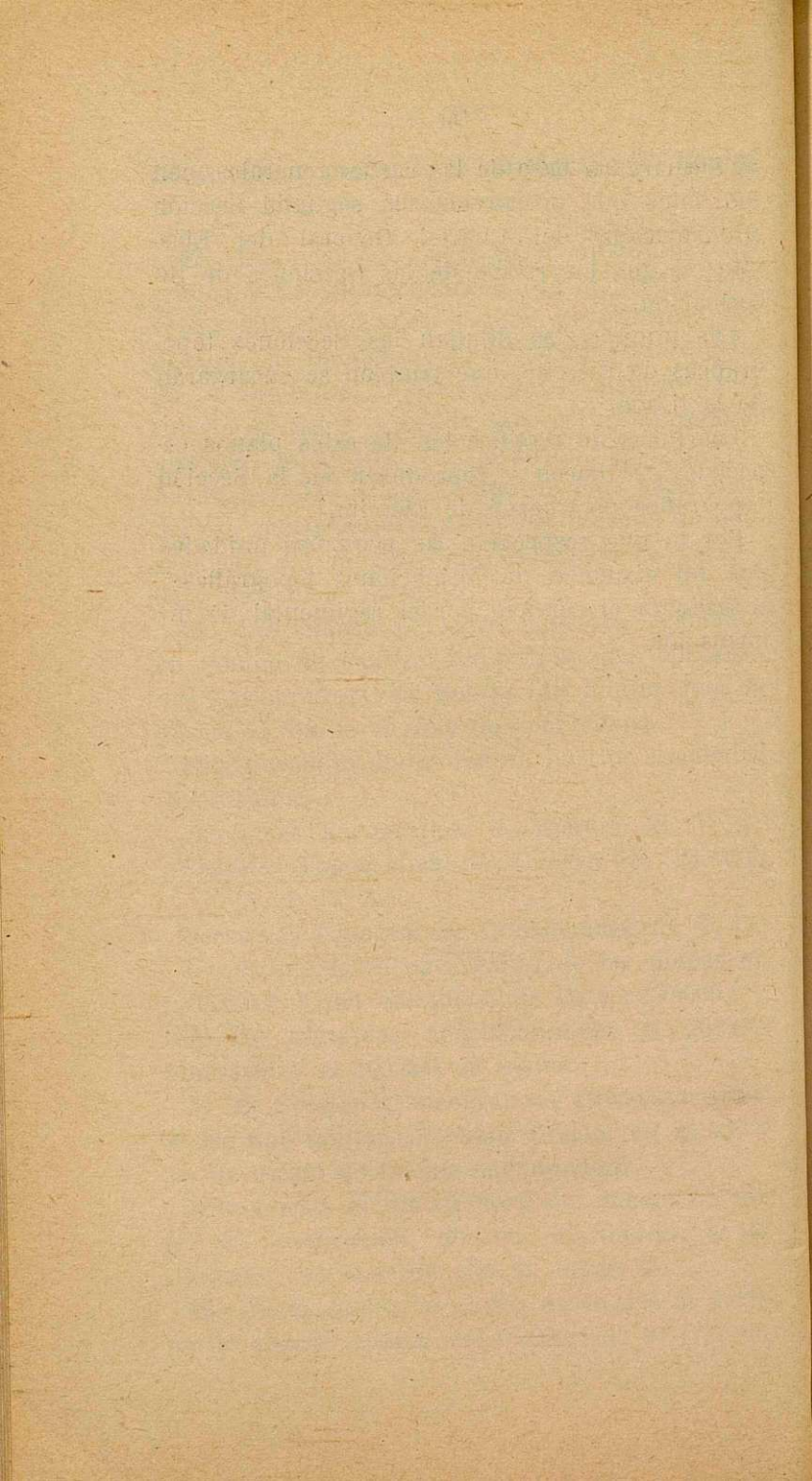
49.—En cuanto a las cartas especiales de tiempo de guerra, citadas en el apartado b) art.º 33,

se formarán a base de las cartas generales, con los datos que proporcione la segunda Sección (Información) del Cuartel General del Ejército, el que los recibe de las Secciones de Información.

Las minutas las dibujan las Secciones topográficas de Ejército, que también se encargarán de la tirada.

Las hojas de rectificación de estos planos especiales, se hacen y reproducen en la Sección topográfica de Cuerpo de Ejército.

Por lo que respecta a las pequeñas unidades que no disponen de formaciones topográficas, se asegura el servicio por el regimental de información.



CAPITULO VI

Relación entre los organismos cartográficos

50.—En el aspecto técnico, las Secciones topográficas de Ejército, Grupos de Información y Topografía y segundas Secciones de los Estados Mayores de Ejército, se enlazan con la Sección Cartográfica del E. M. C., organismo cartográfico del Gran Cuartel General.

Por lo demás, las Secciones topográficas de Ejército y Grupos de Información y Topografía, dependen del Jefe de Estado Mayor del Ejército.

51.—Las Secciones topográficas de Cuerpo de Ejército y División se enlazan con las Secciones topográficas de Ejército y Secciones topográficas de Cuerpo de Ejército, respectivamente, y dependen del Jefe de la segunda Sección de E. M. del Cuartel General, quien les transmitirá los informes y datos una vez interpretados.

Por el carácter de urgencia que tiene el aprovechamiento de las fotografías aéreas, las pruebas de éstas se remitirán, directamente, a los organismos topográficos, por el Servicio de Información de Aeronáutica.

Todos los demás datos de información de las unidades inferiores, los recibirán las Secciones topográficas, a través de las segundas Secciones de E. M. y los de Servicios por las cuartas Secciones.

En período de estabilización

52.—Las Secciones topográficas de Ejército estarán encargadas:

a) de establecer las minutas de los planos directores de regiones en que estos no han sido levantados en paz.

b) de hacer ediciones periódicas de los planos directores con ayuda de los informes proporcionados por las segundas y terceras Secciones de E. M., los Servicios de Información de Artillería, Aeronáutica, etc.

c) de la ampliación a las escalas 1 : 10.000 y 1 : 5.000 de los planos directores en 1 : 25.000.

Todos los planos citados anteriormente serán tirados en los Talleres situados en el interior del país (Instituto Geográfico—Imprenta y Talleres del Ministerio, etc).

53.—A las Secciones topográficas de Cuerpo de Ejército (S. T. C. E.) corresponde la puesta al día, de un modo constante, de los planos directores, cualquiera que sea su escala, y la formación de las hojas de rectificación de los planos especiales hechos por las Secciones Topográficas de Ejército.

54.—Las Cartas especiales citadas para frentes estabilizados, se formarán por la colaboración estrecha entre la Sección topográfica de Ejército y las Secciones de Cuerpo de Ejército subordinadas; éstas, de acuerdo con las disposiciones del Mando, y recogiendo toda la información de las segundas Secciones de Estado Mayor y Servicios de Artillería, Aeronáutica, etcétera, señalarán a cada Sección topográfica

Divisionaria la zona en que ha de ejecutar los trabajos de campo y la finalidad especial a que se destinan, y unificando los que éstas les entreguen, los remitirán a la Sección Topográfica de Ejército, que trazará las minutas y editará en sus Talleres de campaña los documentos correspondientes, que se distribuirán en la forma prevista por el Mando.

55.—En cuanto a las Secciones topográficas Divisionarias, además de cooperar a la puesta al día de los planos directores, que realizará la Sección topográfica de Cuerpo de Ejército, tendrán como misión propia recoger los datos que proporcionen los servicios de información de las Unidades inferiores, y transmitirlos a las superiores en forma de documento cartográfico.

56.—El Servicio Cartográfico del Gran Cuartel General (Sección Cartográfica del E. M. C.) (S. C. E. M. C.), aparte de la misión directora, como núcleo principal del Servicio Cartográfico Militar, le corresponde, especialmente, la interpretación, traducción y reproducción de todo documento cartográfico tomado al enemigo, así como el aprovechamiento de cuanta cartografía extranjera, en relación con las operaciones, se conserve en los archivos nacionales.

Por medio de su Servicio Fotogramétrico, se encarga de asegurar la transformación y restitución de toda clase de documentos fotográficos que, por su carácter de urgencia, le serán enviados directamente desde el escalón Ejército. Si la intensidad del servicio lo exige, y los medios de que se lleguen a disponer lo permi-

ten, la S. C. E. M. C. destacará elementos propios a las Secciones topográficas de Ejército que, sin perder el contacto con el organismo de que proceden, asegurarán en estas últimas Unidades, más rápidamente, el Servicio Fotogramétrico, bien por transformación o bien por restitución.

Distribución de cartografía en tiempo de guerra

57.—Tres períodos distintos hay que considerar para la distribución de la cartografía en tiempo de guerra:

- a) La cobertura.
- b) Movilización general.
- c) Desarrollo de las operaciones.

Para la distribución en los dos primeros períodos es indispensable que la S. C. E. M. C. conozca, siquiera en extracto, el plan de movilización que tenga elaborado el E. M. C. y que le será dado a conocer por la Sección correspondiente, para tener preparada su movilización cartográfica.

Esto supuesto, la distribución de cartografía se hará del modo siguiente:

a) *para la cobertura.*—La S. C. E. M. C. remitirá a los Cuerpos interesados, para su cuidadosa conservación, un paquete cerrado y lacrado conteniendo las cartas necesarias para la concentración en su zona de actuación.

Aparte de los lotes individuales, antes citados, y como quiera que las unidades de cobertura se verán obligadas a combatir desde los primeros momentos, las Secciones topográficas de las Inspecciones, a que pertenezcan las unidades de cobertura, recibirán en tiempo de paz

y con las mismas precauciones, lotes colectivos para su distribución entre los Cuerpos en el mismo momento en que comiencen las operaciones.

Tanto los lotes individuales como colectivos no serán abiertos, por ningún concepto, y si por cualquier causa tuvieran que ser devueltos, lo harán con sus sellos intactos.

b) *en la movilización general.*—Las cartas a distribuir en este período son las que se precisan para la concentración, o sea, solamente las itinerarias. Con arreglo al plan de movilización y concentración, se formarán por la S. C. E. M. C. lotes individuales para cada Cuerpo existente en paz, y lotes colectivos para las Unidades de reserva a organizar, los cuales serán enviados directamente a los Centros de Movilización correspondientes.

Todas estas cartas circularán con las mismas precauciones señaladas para las de las tropas de cobertura.

c) *en el desarrollo de las operaciones.*—En este período no puede determinarse de antemano ni las necesidades cartográficas del Ejército, ni el detalle de lo preciso para satisfacerlas; es, sin embargo, de la mayor importancia dejar sentados los principios generales de la distribución y la forma de llevar a cabo el reparto.

Es necesario que la cartografía llegue a sus destinatarios en el más breve plazo posible, considerándose como precepto reglamentario, el que el transporte de cartografía, como el de municiones, tenga carácter preferente. Los Cuarteles Generales a quienes vaya consignada la cartografía para las Unidades, no deben, en

manera alguna, reservarse ejemplares de los envíos, los cuales deberán llegar íntegros a su destinatario. Si algún E. M. necesitara más cartas de aquellas de que dispone, se le remitirán con toda urgencia.

Reparto

58.—Las Secciones topográficas de Ejército (S. T. E.) dirigen los pedidos a la S. C. E. M. C.—que es la que en tiempo de guerra recibe las tiradas hechas por el Instituto Geográfico y Catastral, Imprenta y Talleres del Ministerio de la Guerra y Establecimientos Movilizados—, y ésta organiza los transportes hasta la S. T. E. Las Secciones harán sus pedidos con largueza para satisfacer las necesidades, pero sin derroche.

La Sección Topográfica de Ejército envía a las Secciones Topográficas de Cuerpo de Ejército que de ella dependen, las dotaciones de cartografía para estas últimas, las cuales, a su vez, la distribuyen en análoga forma entre sus divisiones.

Las Secciones Topográficas de Ejército (S. T. E.) se envían mutuamente el número de ejemplares de su cartografía, necesario para asegurar el enlace de sus Unidades colaterales.

Las dotaciones se consignan en cuadros, que por estar íntimamente relacionados con el plan de movilización, son de carácter secreto.

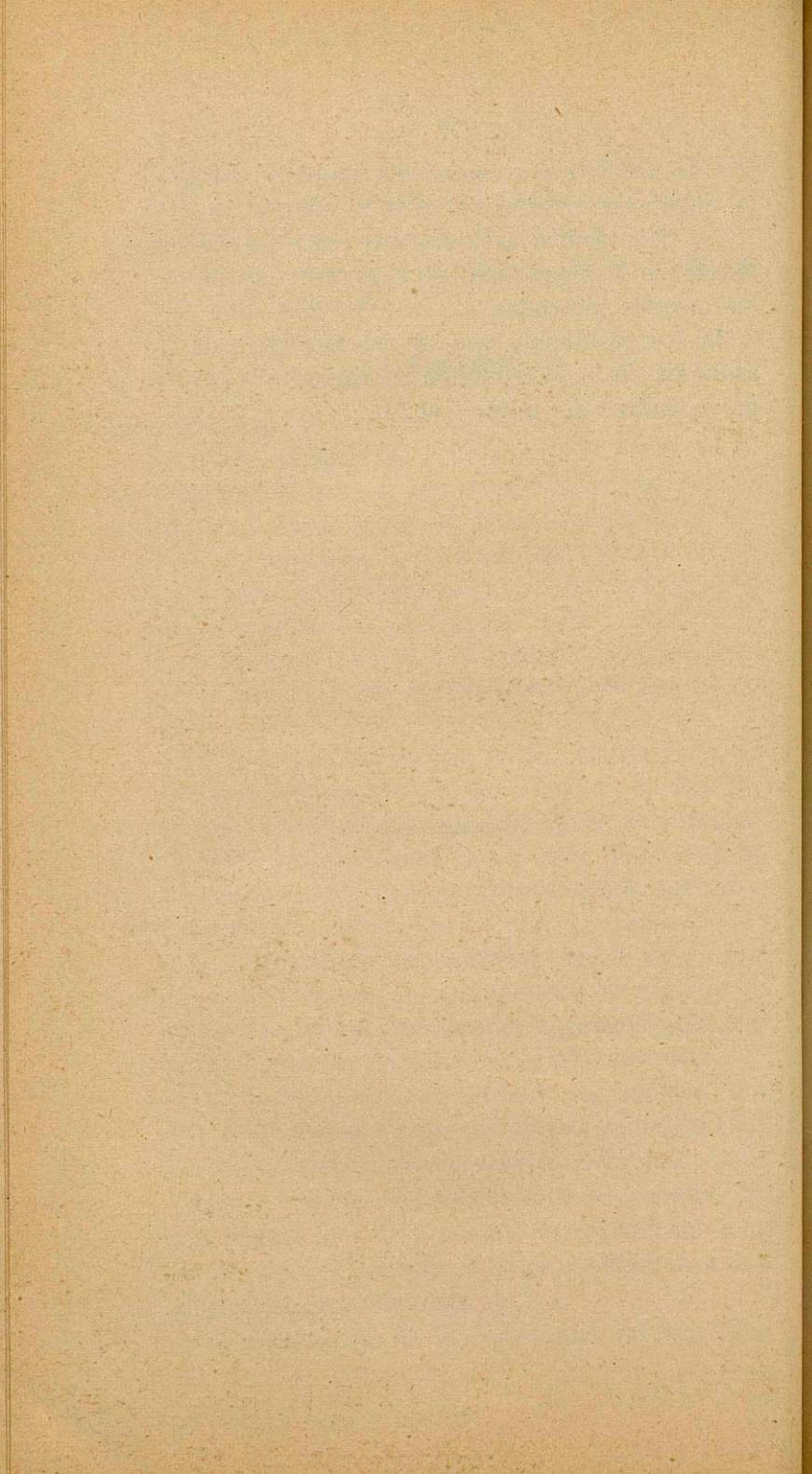
Las Secciones Topográficas Divisionarias, hacen llegar los documentos cartográficos a las tropas de su División y a los elementos a ella afectos no divisionarios.

La repartición de la cartografía en los Cuer-

pos se asegura por medio del Capitán Ayudante, según las órdenes del Jefe de ellos.

Los documentos cartográficos editados por las Secciones Topográficas, se repartirán siguiendo las normas indicadas.

En los resúmenes que se acompañan está el esquema de la distribución de cartografía (gráfico y cuadros del núm. 1 al 5).



TITULO II

Solución provisional del problema cartográfico, hasta que se disponga de las cartas reglamentarias

CAPITULO UNICO

59.—Las operaciones de cálculo y dibujo que exigir pueden los procedimientos señalados para la transformación de la Cartografía Nacional y modernización de la militar, para ajustarla a los preceptos reglamentarios de los títulos precedentes, no son excesivas en cuanto a su duración; pero si se tiene en cuenta que la diversidad de escalas y de características en los mapas, cuya edición en tiempo de paz está a cargo del Instituto Geográfico y Catastral, y que la rapidez en algunas operaciones de gabinete harán que en la práctica se acumulen para su publicación gran cantidad de originales, que por ello no estarán a disposición de las tropas en el breve plazo que fuera de desear, lo que obligará durante algún tiempo a emplear la cartografía hoy en uso; se hace preciso encontrar una solución provisional que permita aplicar los preceptos del presente Reglamento, en cuanto al empleo, a las cartas de que hoy se dispone.

60.—A tal fin, siendo exclusivamente el Mapa Nacional en 1 : 50.000 con sus derivados, y los de alrededores de población en 1 : 20.000 y sus

minutas en 1 : 10.000, los únicos que pueden utilizarse, ya que del Itinerario en 1 : 200.000 nada hay que decir por su carácter logístico, se consignará una fórmula transitoria para la utilización de aquellas cartas con aplicación de los preceptos reglamentarios.

61.—*Mapa Nacional y sus aplicaciones.*—El detalle importante que falta a esta cartografía para su aplicación militar, es la cuadrícula kilométrica rectangular, dejando aparte las demás consideraciones—en especial la económica—que aconsejan la formación del tipo militar.

Tal cuadrícula, teniendo en cuenta que ya han sido calculadas las tablas de radios y de convergencias que se unen a este Reglamento, se hará en la proyección Lambert, con el centro que se ha citado, asignando a las coordenadas que pasan por este centro (origen) 600 kms. y considerando, por lo tanto, como positivas todas las de la Península.

Un procedimiento práctico para realizar este cuadrículado, aunque exento de rigor científico, será obtener el centro de la hoja y luego determinar el ángulo de convergencia correspondiente a la longitud de dicho centro; obtenido este ángulo se formará en el tan citado centro de hoja uno igual a dicha convergencia, a partir del meridiano geográfico que por él pasa, y hacia el E. si la longitud de dicho centro es oriental, o hacia el O. si es occidental; de este modo quedará determinada la dirección de las rectas meridianas de la cuadrícula, o Norte Lambert, y su perpendicular nos dará la de las paralelas; para trazar primero y numerar luego las cuadrículas, se obtendrán las coordenadas rectan-

gulares del centro de la hoja, con respecto al origen general de coordenadas, por medio de las oportunas fórmulas, y como ya se tiene la dirección de las rectas meridianas y paralelas de la cuadrícula, bastará trazar estas rectas por los puntos que representen un número exacto de kilómetros.

Las fórmulas que, en definitiva, han de usarse son :

Coordenadas polares

$$\omega = d.M'' \text{ sen. } 40^\circ$$

$$r = 12380512,9 \left[\text{tg. } \frac{z}{2} \right]^{\text{sen } 40^\circ} \cdot \left[\frac{1 + e \cos. z}{1 - e \cos. z} \right]^{\frac{\text{sen. } 40^\circ \cdot e}{2}}$$

Coordenadas rectangulares

$$x = r \text{ sen. } \omega$$

$$y = r_0 - r + 2r \text{ sen.}^2 \frac{\omega}{2} = 7602950,9 - r + 2r \text{ sen.}^2 \frac{\omega}{2}$$

El cálculo de estas fórmulas se simplifica notablemente haciendo uso de las tablas de radios y convergencias. En la primera, aunque no es cierta la proporcionalidad entre las variaciones de los radios y las de las latitudes, como puede apreciarse, las segundas diferencias son despreciables y, en consecuencia, puede obtenerse tanto el logaritmo de los radios como su longitud natural, por una simple y natural interpolación, lo que proporciona la gran ventaja de no tener que utilizar la fórmula fundamental. La de convergencias viene con una subtabla, permitiendo la determinación inmediata de los ángulos de convergencia; en cuanto a los logaritmos de los senos de estos ángulos, habrá que

determinarlos por las tablas de logaritmos, utilizando el procedimiento para ángulos menores de tres grados, en el caso de que los valores de esos logaritmos senos no vengan en la tabla de convergencias.

En las fórmulas precedentes se han empleado las notaciones que se indican a continuación:

- ω convergencia de meridianos en la carta.
- d M'' . diferencia de longitudes, en segundos.
- r..... radio, en general, de la proyección.
- z..... colatitud geográfica, o sea $90^\circ - L$.
- e..... excentricidad (del elipsoide de Struve).
- r₀..... radio del ecuador de la proyección.

62.—Planos de alrededores de población.— Aunque estos planos van cubiertos de la cuadrícula rectangular kilométrica, los argumentos de designación de ésta no se ajustan a los preceptos de este Reglamento, por lo que se hace preciso unificar la numeración de las rectas meridianas y paralelas, a fin de que, provisionalmente, y sin garantía matemática, se puedan aplicar a ellos los preceptos reglamentarios, y de tal manera que la unidad de doctrina esté sentada cuando vea la luz la nueva cartografía militar, y no se produzca la menor solución de continuidad en la aplicación de los principios que se establezcan.

Para lograr el fin perseguido, se numerarán, por todos los que empleen estos planos, de la manera siguiente:

Alrededores de Madrid

En la hoja núm. 1 se designará con el 600 la recta meridiana que separa las cuadrículas D y

E, y que pasa sensiblemente por el Observatorio Astronómico; en función de ésta y de kilómetro en kilómetro, creciendo al Este y decreciendo al Oeste se numerarán las demás rectas meridianas del levantamiento.

En dicha hoja núm. 1, se asignará también el número 642 a la recta paralela inferior de la hoja y análogamente a lo antes consignado, y creciendo al Norte y decreciendo al Sur, se numerarán las demás rectas paralelas del levantamiento.

Alrededores de Valladolid

En la hoja núm. 1 de este Plano se asignará el núm. 513 a la recta meridiana que separa las cuadrículas D y E y que pasa sensiblemente por la Catedral (vértice) y en función de ella y, análogamente a lo dicho para el de Madrid, se numerarán las restantes del levantamiento.

En cuanto a las rectas paralelas, se numerará la inferior de la hoja número 1 con el 779, siendo lo demás en un todo semejante a lo dicho para el de Madrid.

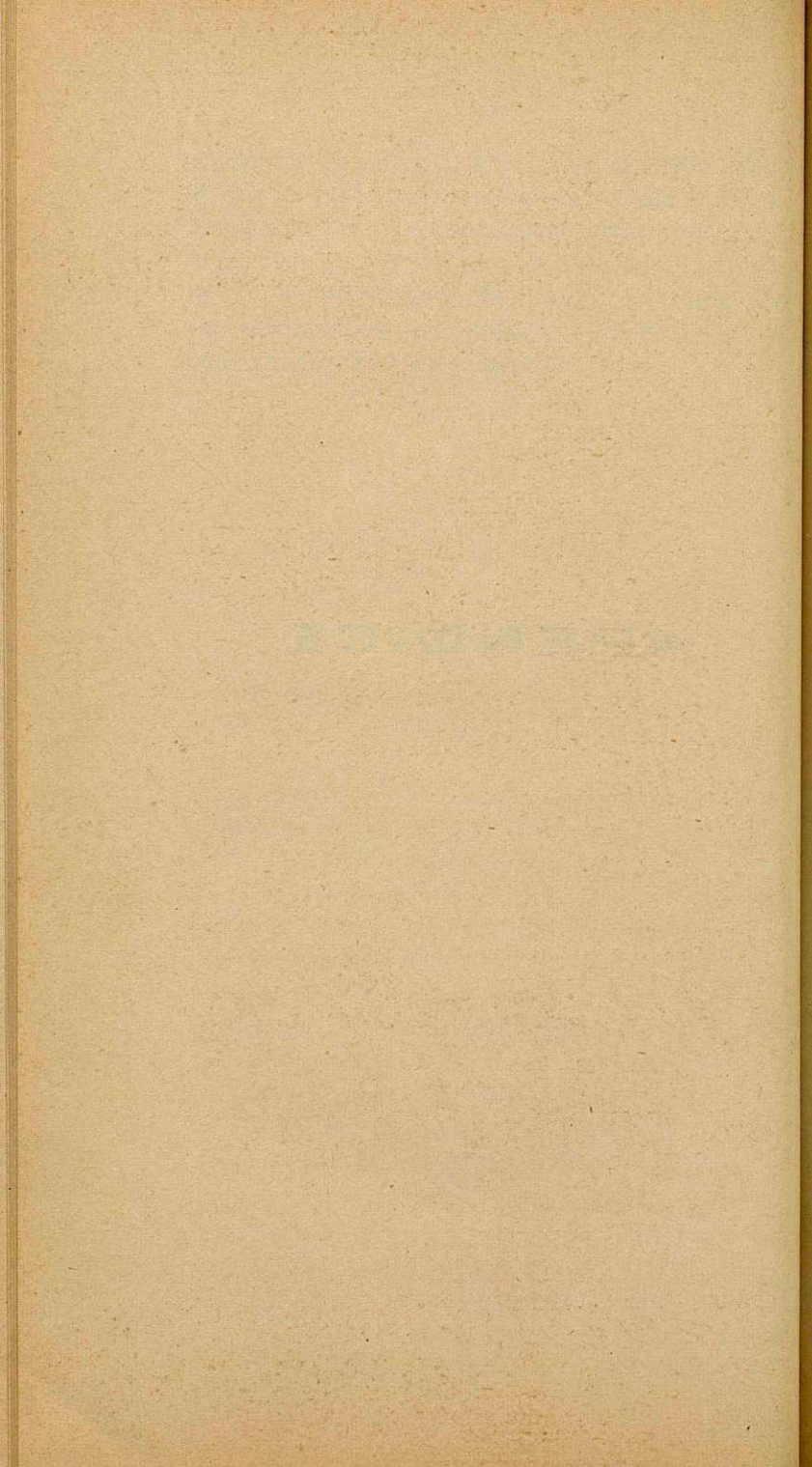
*
* *
*

63.—Conviene, por último, advertir que mientras no se disponga de la cartografía reglamentaria, no se pueden designar los puntos por medio de sus coordenadas, sin citar el documento sobre el que se han determinado, pues la de que hoy se dispone no responde a la unificación prevista en los títulos anteriores, por lo que, mientras rigen las disposiciones de este Título para el empleo provisional de la cartografía

existente, es indispensable citar el plano sobre el que se hizo la determinación, escala y demás características suficientes para identificarlo.

Quedan, también, proscriptos todos los sistemas de designación de puntos y empleo de los documentos cartográficos, distintos de los consignados en este Reglamento.

APENDICE



CAPITULO PRIMERO

EVOLUCION DEL CONCEPTO DE LAS PROYECCIONES

I.—Preliminar

La superficie de la Tierra no es aplicable sobre un plano. «La construcción, pues, de una representación plana de aquélla, ora en su totalidad, ora en parte, si esta alcanza más allá de cierta extensión, implica, necesariamente, la comisión de deformaciones fortuitas; y, por tanto, el empleo de aquella representación, sea la que fuere, exigirá como secuela lógica, al menos si se persigue alguna precisión, la necesidad de correcciones, bien en los elementos observados para aplicarlos sobre el plano, bien en los medidos en éste, o calculados, para deducir los correspondientes de la superficie objetiva».

Quizás por las características apuntadas, esto es, por la imposibilidad absoluta de alcanzar una representación plana exacta, no deforme de la superficie terrestre, el espíritu investigador, propenso a seducirse por lo irrealizable o abstracto, tanto como por lo utilitario, ha aguzado su ingenio incansable extremando la especulación para la mejor solvencia de tan interesante problema. Y así, la Cartografía, rama complementaria de las Ciencias Geográficas, y cuyos orígenes se remontan, como es sabido, a la más

lejana antigüedad, ha creado una profusa producción de sistemas, y ha puesto a contribución los más complicados y extensos procesos analíticos.

La elección, pues, de un sistema de proyección, con pleno conocimiento de causa, dado el cúmulo de soluciones cartográficas, no es empresa fácil, tanto más, teniendo en cuenta que la representación plana de la superficie terrestre, o de una parte de ella, es un problema técnico y práctico, en la solución del cual descansa la organización racional de los trabajos geográficos de un país y de cuanto en ellos se cimenta.

Esta dificultad se hace más patente si se tiene en cuenta que en la obra de Germain «Síntesis y recopilación de la Cartografía», hasta 1865, obra clásica hasta hoy respecto a proyecciones, se asienta la tesis de que ni existen reglas, ni pueden darse, por tanto, para la elección del sistema de proyección más conveniente a un país, afirmando que sólo la inteligencia del geógrafo y el conocimiento de las ventajas e inconvenientes de cada sistema en particular, puede suplir aquella carencia de indicaciones.

El llegar a fijar esa orientación, obliga a exponer algunos ligeros considerandos acerca de la evolución científica de la Cartografía, conducentes a la fijación del criterio determinativo de la que en definitiva se considere como solución más conveniente.

La Cartografía, nacida históricamente con Anaximandro hace veinticinco siglos, y convertida en verdadera ciencia matemática por Gerard Kaufman allá en el año 1560, puede decirse que ha sido completamente empírica y carente de sa-

bor topográfico hasta 1860 y de valor geodésico hasta 1893, o mejor hasta 1912.

Tenía un valor eminentemente representativo, y, en general, extenso, o iba encaminada a la solvencia y cumplimiento de una condición geométrica determinada.

Si esta condición se fijaba de una manera precisa, se concretaba el sistema de representación en forma indubitable y hasta única, y buen ejemplo de ello presenta la carta marina de Mercator, insustituible, conservadora de la loxodrómica. Pero en la mayoría de los demás casos, las representaciones, privadas como estaban, según se ha dicho, de sentido topográfico o geodésico, se asentaban sobre premisas demasiado vagas e imprecisas para determinar soluciones de sentido matemático, produciendo, como consecuencia, la perplejidad en la elección.

Mas el problema de la representación plana de la superficie terrestre, que es una cuestión de geometría, en definitiva, planteado en debida forma, por la afección del sentido topográfico o geodésico, no implica ni permite, seguramente, sino un número restringido de soluciones posibles y racionalmente admisibles, que abarquen todas las condiciones del mismo sin omitir ninguna de ellas. Ese sentido topográfico fué introducido por Tissot en 1860 y explanado en su Memoria sobre la representación de superficies y proyecciones de cartas geográficas publicadas en 1881.

Y así, sus teorías sobre las proyecciones de mínima deformación y sus trabajos acerca del estudio de las deformaciones elementales, la primacía de las cuales se le debe, han aportado

al topógrafo y al cartógrafo indicaciones seguras para gobernarse en la elección de un sistema conveniente de proyección.

Son las siguientes:

1.^a La condición primordial para que impere el criterio topográfico, es la relativa a la conservación de los ángulos; añadiendo que no es necesario que el método de proyección los conserve de una manera rigurosa, pero exigiendo que se alteren tan sólo en cantidades pequeñas, bastante pequeñas, para que cada parte u hoja de la carta constituya un verdadero levantamiento topográfico.

2.^a Siendo inevitablemente modificadas las distancias, desde el momento que no pueden conservarse todas en ningún sistema de proyección, la escala del dibujo variará más o menos de una hoja o parte a otra hoja o parte de la carta, siendo preciso que esa variación sea lo más pequeña posible para reducir al mínimo la mayor alteración longitudinal.

3.^a Simplicidad o sencillez de las fórmulas de transformación.

Así, pues, en el día, el progreso realizado permite, sin ninguna duda, fijar una orientación racional y acertada para la construcción de la carta de un país, que satisfaga las exigencias topográficas del mismo de una manera aceptable; así como el incumplimiento u olvido de las precisadas orientaciones, pone de relieve las deficiencias que se producían por el empleo de algunos sistemas de proyección que han estado en auge y que no son susceptibles de rendir la utilidad que las necesidades modernas imponen y reclaman. Tal, por ejemplo, el de Bonne, pro-

yección mericónica autálica, que, la expensas de la conservación de superficies, produce, entre otros inconvenientes, el de las deformaciones angulares inadmisibles en el campo topográfico.

Estas normas de Tissot implican, claro está, la consideración de la estructura geográfica del país o zona terrestre que haya de representarse. Y así, en el capítulo II de su obra, enuncia la regla precisa para encontrar entre las proyecciones de mínima deformación, la que conviene mejor a una zona o país determinado, es decir, aquélla que reduce a un mínimo el mayor valor de la alteración lineal. En síntesis, puede decirse que esa regla de Tissot, consiste en resolver gráficamente este problema: «encontrar una cónica-límite envolvente del contorno del país que ha de representarse, y tal, que el diámetro bisector de los ejes de dicha cónica sea el menor posible».

No es propio de este preliminar exponer el detalle analítico de los fundamentos que se enuncian, por lo que, concretando, debe quedar sentado que las proyecciones de mínima deformación de Tissot, proyecciones compensadoras, o del grupo de las afilácticas, son eminentemente aptas para la construcción de cartas en las que, dentro de lo posible, impere un verdadero sentido topográfico.

II.—Concepto militar

Ese sentido es el que obligadamente debe imperar en una carta militar moderna encaminada a llenar las exigencias propias del día.

Es evidente, que los problemas que plantea la ejecución del tiro artillero de largo alcance,

supeditan, absorben, a todos los demás; o de otro modo, una carta de conjunto que permita la solución de la dirección de ese problema en su relación con el mando, indudablemente permitirá a éste la solvencia de la mayor parte de las restantes atenciones que su alta misión entraña.

Si se toman, pues, aquellos problemas por módulo, puede llegarse a una solución que satisfaga a todos los demás.

Ahora bien; los problemas del tiro de largo alcance (haciendo abstracción de los datos relacionados con la altimetría que no afectan al concepto planimétrico de la representación) requieren el cálculo analítico, por coordenadas, de ciertos elementos y posiciones, y exigen, asimismo, la menor deformación o anamorfosis de los elementos angulares, puesto que los desvíos laterales son exigüos; conviniendo, empero, que sean también las menores posibles las anamorfosis en el sentido de los desvíos longitudinales. Esa es la esencia; y esas características, traducidas en exigencias, no pueden llenarse si no es por un sistema representativo que satisfaga de la mejor manera posible las atenciones topográficas.

Aunando estas consideraciones con las antes expuestas, claramente salta a la vista la necesidad y la conveniencia de entrar en el examen analítico de las proyecciones de mínima deformación de Tissot, como se hará en el lugar oportuno y con el detalle conveniente.

III.—Evolución científica

El vuelo tomado por la cartografía en estos últimos años es ciertamente elevado. Se ha sus-

citado, en cuanto a la utilización de la misma, un hecho nuevo, a saber, el empleo de las coordenadas rectangulares para los cálculos de las triangulaciones geodésicas, método introducido por Hatt y que tiende a generalizarse como consecuencia de la relación íntima producida durante la última guerra entre los hidrógrafos franceses y los geodestas del ejército de tierra.

Courtier, en Francia, con ocasión de los estudios realizados sobre ese particular, ha puesto de manifiesto la superioridad de las proyecciones «conformes» para las aplicaciones no sólo topográficas sino que también geodésicas; mostrando, asimismo, la identidad de las proyecciones de tal índole, limitadas al tercer orden de los desarrollos en serie, con las de «mínima deformación» de Tissot.

En lo que afecta a la elección del sistema más apropiado en relación con la forma del país a representar, tanto Courtier como Tissot dan la preferencia, para la representación de zonas como la que nuestro país cubre, a la proyección «conforme» de Lambert.

Cierto que Courtier preconiza un campo de acción en la proyección, limitado a 180 ó 200 kilómetros alrededor de un origen, lo cual le permite contentarse con proyecciones «conformes» limitadas al tercer orden en lugar de proyecciones «conformes rigurosas»; motivo en el cual descansa, quizás, el criterio francés, al utilizar durante la pasada guerra mundial la proyección «conforme» de Lambert referida a seis centros diferentes. Pero ante esa opinión sale al paso la autorizadísima de Laborde, geodesta de alta

reputación y profundos conocimientos, quien aboga por el empleo de campos de aplicación muy extensos, cubriendo con un solo origen todo un país, a condición de emplear proyecciones rigurosamente conformes y no aproximadamente conformes.

Es decir, que, así como Tissot llegó a asentar claramente, según antes se hace constar, las condiciones que traducen las legítimas exigencias del topógrafo, es posible atender a las del geodesta utilizando un sistema de proyección rigurosamente exento de alteraciones angulares, siempre que reduzca al mínimo las anamorfosis lineales en el campo de aplicación que se considere, y que, sin complicaciones insuperables, permita el cálculo preciso en coordenadas rectangulares.

Y en efecto, a la vista salta, teniendo en cuenta los métodos topográficos y geodésicos, la importancia capital de la conservación de los ángulos, y el hecho de que las cuestiones de escala lineal pasen a segundo término, y a un término poco menos que despreciable las alteraciones superficiales; en forma tal que, casi resulta superfluo empeñarse en abogar con argumento alguno por la causa de las representaciones conformes. La existencia de alteraciones angulares, por pequeñas que sean, lleva consigo siempre una complicación al menos en cálculos precisos, por exigir correcciones suplementarias, sobre todo en campos extensos, complicaciones que evitan las proyecciones estricta y rigurosamente ortomorfas.

Claro está que precisa, al mismo tiempo, que

la proyección conforme reduzca al mínimo la máxima alteración lineal, en atención a que, en esa forma, al mínimo se reducen, asimismo, las alteraciones de superficie y las de las curvaturas geodésicas que se consideren.

Pero descartando el viso geodésico, que a tan alto nivel eleva al cartógrafo, y que tanto horizonte abre a las aplicaciones científicas, y, dejando, asimismo, a un lado, lo concerniente al complicado estudio de las correcciones finitas que aquellas utilizaciones entrañan, esto es, limitándose al terreno topográfico en el que parece debe germinar la carta militar corriente, habrá que tender a las proyecciones rigurosamente conformes, ya que si ellas, sobre las bases expuestas, permiten la solución de problemas del alto fuste mencionado, mejor han de consentir la de problemas, de menor alcance, de menores significación y cuantía.

Cabe, por tanto, asegurar que en la ejecución y aplicación de levantamientos topográficos, el empleo de una proyección rigurosamente conforme permite hacer abstracción, casi por completo, de la esfericidad de la tierra; las observaciones angulares de los trabajos topográficos corrientes, son utilizables sin ninguna corrección; las medidas lineales dan lugar a correcciones muy sencillas consistentes en una modificación local de escala, las cuales, además, son independientes de las direcciones, si bien varían lentamente con la situación geográfica de las estaciones de apoyo.

Así pues, y por los considerandos expuestos, se juzga necesario entrar en el examen analítico

de las proyecciones rigurosamente conformes, y así se hará más adelante, tratando, especialmente, de la ortomorfa de Lambert.

IV.—Principios fundamentales

Estos estudios analíticos han de obligar, claro está, a tener en cuenta los principios fundamentales de la teoría general de proyecciones, habiéndose tenido presentes, en todo momento, los que siguen:

Que toda representación de una superficie sobre un plano puede considerarse integrada por una infinidad de proyecciones ortogonales hechas cada una en escala conveniente; y por ello, un mapa geográfico puede entenderse como la yuxtaposición de las proyecciones ortogonales de los elementos superficiales del país representado, variando la escala de reducción y la posición del elemento con relación al plano del mapa.

Que en todo punto del globo existen siempre dos tangentes principales que continúan siéndolo en proyección, y sólo dos, a no ser que la proyección sea «conforme», en el cual caso hay infinitas.

Que sobre ellas se producen precisamente las anamorfosis lineales máxima y mínima, o lo que es igual, los módulos lineales principales, módulos que en toda proyección pueden conocerse en función de las anamorfosis lineales en sentido del paralelo y del meridiano y de la angular de estas dos líneas.

Que la máxima anamorfosis angular puede definirse sencillamente en función de los módulos lineales.

Que esas anamorfosis constituyen el instrumento, digámoslo así, para aquilatar las características del sistema utilizado, y el término de comparación entre sistemas diferentes.

Y por fin, lo que es de todo punto esencial; que las precitadas deformaciones se refieren tan sólo a elementos diferenciales, infinitamente pequeños, y no a cantidades finitas, y tanto menos, cuanto más extensas sean, consideración y argumento sobre el que se habrá de insistir nuevamente, ya que las aplicaciones se desenvuelven en el campo positivo de las dimensiones extensas y finitas de la realidad.

V.—Elipsoide de referencia

Preciso es, también, fijar como base de los cálculos el elipsoide hipotético por el cual hayan de regirse, y teniendo en cuenta que para los estudios relacionados con las proyecciones de Tissot se utilizó el elipsoide de Struve, a él se referirán los cálculos que siguen.

Ahora bien; acordado por la Asamblea General de Madrid en 7 de octubre de 1924 el empleo exclusivo de un elipsoide internacional de referencia, el propuesto por Hayford en 1909, sería obligado al emprender nuevos trabajos de proyección referir a éste los de nuestro país. Pero como quiera que los trabajos de triangulación han de ser aprovechados en su totalidad y la ya citada Asamblea acordó que los países cuya triangulación estuviera calculada no debían rehacerla en vista de este acuerdo, seguirá empleándose el elipsoide de Struve a fin de no introducir heterogeneidad entre el cálculo de la proyección y el de la triangulación.

VI.—Deformaciones prácticas

De intento se ha dejado para último término lo concerniente al problema que plantea la consideración de las figuras de gran extensión, esto es, de esas figuras que en un lenguaje de corrección discutible podrían llamarse figuras finitas, y que son las que la realidad obliga a tener en cuenta en el terreno de las aplicaciones positivas.

El tejido de la representación, digámoslo así, es un tejido creado por la célula de elementos diferenciales proyectados, infinitamente pequeños, según quedó consignado en los considerandos anteriores; y todo cuanto afecta a las anamorfosis de toda clase, tiene que referirse al elemento infinitesimal; y así, cabe asentar que es un tejido intensamente diferenciado, en forma tal, que, las modalidades de relación que se producen alrededor de un punto, en el concepto más general y amplio, son propias y peculiares de él, sin que pueda extenderse a los demás, o a lo sumo, son funciones, en ciertos casos, de las variantes de la latitud. De otro modo, no cabe, así podríamos decirlo, correlación extensa, sino infinitesimal, entre el plano y la superficie objetiva que se haya tratado de representar en él.

Y siendo así ¿qué extensión positiva de aplicación puede concederse en la realidad al infinitamente pequeño antes aludido?

Según el criterio de Laborde, el infinitamente pequeño de que se trata, puede equipararse, en longitud, a la del pequeño número de kilómetros en que se desenvuelven las triangulaciones complementarias de carácter topográfico y de lados

muy cortos, al menos, en las proyecciones conformes. Así pues, traduciendo la tesis en números, hasta cuatro o cinco kilómetros, pudiendo en esa extensión utilizarse sin corrección las observaciones angulares, y modificarse las líneas por una corrección local de escala, constante en la extensión de un mismo trabajo.

Harto reducida es, pues, la equivalencia positiva y utilitaria del elemento diferencial para la solvencia de los casos que la necesidad práctica impone afrontar.

Y, como secuela consiguiente, a tenor de lo ya consignado, se presenta, al menos teórica o especulativamente, la necesidad imprescindible del cálculo o establecimiento de correcciones en aras de la precisión de los resultados y de las determinaciones, en los elementos medidos, para aplicarlas sobre la carta en que han de ser representados.

Hay que entrar, pues, de lleno, en el intrincado y difícil terreno de la trigonometría esferóidica, al tener que considerar extensiones superiores a cuatro o cinco kilómetros, que, claro está, presentan el carácter de líneas geodésicas propiamente dichas, y que, como tales, y no de otro modo, se deben tratar.

Claro está que, si se pretendiese resolver el caso en las aplicaciones militares de una carta, construída en un sistema de proyección que lo permitiera por cumplir las características antes enunciadas, refiriéndose siempre a extensiones grandes de consistencia geodésica, habría que proceder en toda circunstancia y lugar, a la determinación de correcciones lineales y angulares armónicas con las aplicaciones geodésicas de

aquella, propiamente dichas; las primeras, las lineales, porque precisaría conocer la relación entre una geodésica de longitud determinada sobre el esferoide y su transformada plana, o viceversa, y las segundas, porque en los cálculos por coordenadas se reemplazarían las curvas planas, transformadas de las geodésicas del elipsoide, por sus cuerdas rectilíneas.

Costoso, largo, e inaplicable, por consiguiente, sería el cálculo de las mencionadas correcciones, encaminadas a la consecución de una extremada precisión, del orden que implican los cálculos geodésicos de triangulación.

Preciso era, no obstante, indicar la cuestión para poner de manifiesto que no deben confundirse los elementos diferenciales de las proyecciones con los elementos finitos que la realidad ofrece en las aplicaciones; pero lo complejo y abstruso de ella por sí solo, induce a descartarla, esto es, a considerar que no puede afrontarse por vías analíticas ni de cálculo, en las utilizaciones militares corrientes de una carta a la que debe atribuirse un sentido topográfico y no un sentido geodésico de inusitada precisión.

Claro que, en realidad, y sin temor, pueden esquivarse las consideraciones de las líneas geodésicas y suponer en su lugar las Secciones normales sobre el elipsoide, ya que es despreciable la diferencia entre las que relacionan dos puntos, aun para arcos mayores de 100 kilómetros, y despreciable también la diferencia entre la línea geodésica y las secciones normales aun para arcos de 1.000; no siendo menos cierto que, en cuanto a los azimutes, no rebasando los 300

kilómetros, los ángulos observados con el teodolito son los verdaderos ángulos geodésicos.

Estas últimas consideraciones se aportan en razón de su utilización para el planteo y la resolución de algunos casos concretos que luego se han de resolver.

Mas el hecho de descartar el análisis y el cálculo de las correcciones, no desvirtúa ni anula la pregunta formulada anteriormente respecto a las alteraciones lineales y angulares que sufren las distancias grandes del terreno cuando se llevan a la proyección, esto es, cuando aquellos elementos rebasan el límite diferencial práctico.

Aun rehuyendo el examen analítico, inaplicable como se ha hecho constar en el orden de cálculo correctivo, como procedimiento corriente, parece empero oportuno formarse idea de aquellas alteraciones, por la resolución de algunos casos concretos elegidos en las más desfavorables condiciones.

Aplicado a las proyecciones que se desarrollen, ese módulo experimental, podrá establecerse entre ellas una comparación práctica acerca de tan importante extremo, y permitirá juzgarlas en el orden de la extensión finita como pueden serlo en el de la extensión diferencial.

VII.—Proyecciones a estudiar

Como consecuencia de todo lo expuesto, y resumiendo, resulta que las proyecciones más convenientes para la construcción de una carta militar de nuestro país, dejando a un lado las estereográficas, parecen ser las de mínima deformación de Tissot, o la conforme de Lambert,

a cuyo examen y comparación se procede seguidamente. Mas con el objeto de extender esa comparación al campo extenso de las grandes figuras finitas, se presentarán algunos casos concretos escogidos en las condiciones que sean más convenientes, que, claro está, serán aquéllas en que se produzcan las mayores alteraciones posibles en línea y dirección.

1941

46

CAPITULO II

EXAMEN DE LAS PROYECCIONES DE TISSOT

Las proyecciones de mínima deformación de Tissot están estudiadas de una manera detallada, y precisamente aplicadas a la construcción del Mapa de España, en la obra publicada por los Sres. Cebrián y Los Arcos, y editada en el año 1895 por el entonces Instituto Geográfico y Estadístico, hoy Catastral. En dicha obra se desarrollan, de modo minucioso, los prólijos y pesados cálculos que la exposición del problema reclama y que aquí no han de repetirse íntegramente; pareciendo, en cambio, más oportuno y breve, el hacer una síntesis evolutiva del proceso analítico que en tal trabajo se desarrolla, y tomar del mismo los datos y elementos que precisen para el objeto que se persigue.

Convencido Tissot de la imposibilidad de anular totalmente, y a la vez, los errores angulares y superficiales en ningún sistema de proyección (los lineales no pueden anularse nunca), le pareció racional, pues por sí mismo se imponía, el estudiar científicamente el problema de reducir a un mínimo las deformaciones todas, y a ello aplicó su ingenio.

Para la solución de tal problema, precisaba, naturalmente, como siempre, fijar la forma más conveniente para las funciones de las coordenadas rectangulares de los puntos subjetivos, en relación con las geográficas que los definen en

la realidad. Precisaba, asimismo, la fijación del sistema de ejes geográficos y del sistema rectangular para el mapa, definido por la tangente a la transformada del paralelo medio y por el meridiano perpendicular a él, con correspondencia, claro está, entre los centros de ambos (a reserva de fijar después las condiciones de situación más ventajosas).

Tras esas determinaciones era pertinente, desde luego, proceder al estudio de las anamorfosis alrededor de dicho punto central.

Convengamos, para la inteligencia de esta síntesis, en representar por x e y las coordenadas rectangulares en el mapa; por s y m las geográficas; por k y h cuanto concierne a las anamorfosis en el sentido de los ejes geográficos por θ la del ángulo formado por los mismos; por a y b los módulos lineales principales y por ω la máxima anamorfosis angular.

Cualesquiera que sean las formas más convenientes de las expresiones analíticas de x e y , una vez fijadas aquéllas, es indudable que podrán desarrollarse en serie, en función de s y m , las expresiones de las anamorfosis todas, antes nombradas; y entonces, los valores de las mismas serán de un orden de magnitud definido por el término de menor grado en s o m , considerados como magnitudes tipos, en cada desarrollo.

De esta premisa, y teniendo en cuenta las relaciones analíticas que ligan a las anamorfosis todas, desprendidas de la teoría general de proyecciones, se llega a la conclusión de que para que ω no exceda de cierto límite, ha de ser indispensable que ni θ ni $h-k$, sean de un orden de magnitud inferior al de aquél. Al efecto, dispó-

nense los desarrollos de x e y en forma adecuada, eligiendo para los coeficientes de s y m en los mismos, valores tales que hagan que la mayor anamorfosis angular sea despreciable al trasladarla sobre el mapa.

Para ello y, en consecuencia, para que sea factible reducir al mínimo posible los valores de h y k precisará condicionar los coeficientes de s y m en los desarrollos de x e y en forma que permitan obtener los términos finitos de aquellos valores iguales a 1 y nulos los de primer grado; o en definitiva, que si α es una cantidad pequeña de primer orden, las funciones de x e y a determinar, han de ser tales que, los valores que se desprendan para las anamorfosis lineales y angulares sean de las formas $1 + \alpha^2$ y α^3 , respectivamente. Tal es el proceso a seguir.

Dada forma general analítica, para desarrollarlo, a las funciones de x e y con coeficientes indeterminados y a las derivadas, de todo punto necesarias para formular las anamorfosis consiguientes, procédese a determinar los valores respectivos de aquellos coeficientes, por la condición de coincidencia de centros, la de perpendicularidad de ejes, y otras varias; hasta llegar, por razón de la relación de órdenes de magnitud entre ω , θ y $h-k$, antes definida, al establecimiento de seis ecuaciones que condicionan ocho coeficientes y de los cuales, dos, por lo tanto, habrán de quedar, claro es, completamente indeterminados.

En forma tal, y por desarrollos de cálculos prolijos sí, pero sencillos, llégase a establecer para la anamorfosis $h - 1$ ó ε una expresión analítica de segundo grado con dos coeficientes

completamente indeterminados y de los que, por lo tanto, se puede libremente disponer; expresión analítica que, además, atestigua la imposibilidad de reducir al tercer orden las anamorfosis lineales. Dicha expresión analítica, en la que se condensa la máxima anamorfosis líneal, define una curva de segundo grado. Como posee dos coeficientes libres, y también, lo es la posición del origen de coordenadas y dirección de los ejes, pueden hacerse jugar estas contingencias, aprovechándolas, para integrar, para determinar, el valor mínimo de todos los máximos que a ϵ puedan corresponder según los signos y valores de los dos coeficientes arbitrarios.

Haciéndolo así, se simplifica la expresión de ϵ , que resulta ser una curva de los géneros elipse o hipérbola. Considerando el caso definidor de una elipse, claro es que, si se dan valores varios al parámetro de la expresión simplificada, para cada uno de esos valores se obtendrán una infinidad de elipses semejantes y concéntricas, lugares geométricos de los puntos de igual deformación en el mapa; y en forma tal que, si se representa por Δ el diámetro bisector de los ejes el valor de la anamorfosis ϵ es $\left(\frac{\Delta}{4}\right)^2$, valor máximo, siendo nula en el centro de la proyección.

Si se establecen, pues, diferentes sistemas de elipse, correspondientes a diversos valores del parámetro indeterminado de la función simplificada de ϵ se obtendrán diferentes valores para los diámetros bisectores o característicos; y, por tanto, si se toma de ellos el que corresponde a la elipse envolvente mínima de la zona a representar, con él se obtiene el menor valor de ϵ , que es lo que se pretendía.

Definido así ese parámetro de la función simplificada, armónico con el menor valor de la anamorfosis lineal, quedarán determinados los dos coeficientes libres de las funciones de x y de y , y, en consecuencia, total y perfectamente definidas y completas las expresiones analíticas de esas coordenadas rectangulares.

Tissot llevó a cabo la determinación de la cónica envolvente mínima de que se acaba de hacer mención, por procedimientos gráficos sencillos, aplicados sobre un mapa de España definidor del contorno peninsular.

De las cónicas envolventes ensayadas, la útil resultó ser la que satisface a la relación de 0,7 entre sus ejes. A ella pertenece, pues, el menor valor de la deformación elemental. Y en ella resulta emplazado el centro a 21' al O. del meridiano de Madrid y a 22' al N. del paralelo de 40°, formando el eje mayor con la dirección de los paralelos un ángulo de 12° 30' contado hacia el N. desde el E.

En ese sistema, la máxima anamorfosis es de 0,0018: el mínimo valor posible al que puede reducirse en su máxima amplitud. En el centro es nula, y así, todas las longitudes resultan ampliadas en el mapa. Tal es la gestación analítica del pensamiento puro de Tissot, al concebir y desarrollar la proyección de mínima deformación reseñada, proyección altamente atrayente, no sólo en su eficacia positiva, sino también por su originalidad y belleza matemática y conocida como primer sistema de Tissot.

Empero, lo extenso de los cálculos que requiere, y lo complicado de las expresiones analíticas que definen las fórmulas de transformación, ha-

cen que ese primer sistema deje de satisfacer a condiciones—la tercera—que el mismo Tissot estableció en sus normas generales para la elección de sistema representativo, y que antes se consignaron en el preliminar. Así, pues, el primer sistema resulta realmente inaplicable.

*
* *

Para dar satisfacción a esa exigencia de que el primer sistema carece, si bien a expensas del valor de la anamorfosis, ya definido, ideó Tissot su segundo sistema, por un desplazamiento del centro y un cambio de ejes, es decir, de la dirección de los mismos.

Hizo, a este efecto, coincidir el centro con la intersección del meridiano de Madrid y el paralelo de 40° , y anuló el ángulo de $12^{\circ} 30'$ de inclinación del eje mayor antes mencionado.

Hechas estas variaciones, y llevadas a las fórmulas generales que definen las coordenadas rectangulares, éstas se simplifican, pero la anamorfosis aumenta, resultando que la cónica envolvente mínima es la elipse que sigue conservando entre sus ejes la relación de 0,7, pero determinando ahora una deformación elemental de 0,0020, como se ve, algo mayor que la del primer sistema. A pesar de todo, tampoco este segundo sistema presenta facilidades de aplicación, o al menos, tantas como fuera deseable.

Por tal causa, insistió Tissot en sus propósitos de simplificación dando lugar al tercer sistema de su nombre, que a continuación se expone.

*
* *

El tercer sistema de Tissot dimana del segundo, del que conserva el centro, los ejes y su dirección, y toda la clave del tránsito de uno a otro, descansa, sencillamente, en anular el coeficiente binomio de la expresión analítica de la anamorfosis lineal del segundo sistema, o, si se quiere, en asignar al coeficiente indeterminado que entra en dicha expresión, el valor $1:2 N_0^2$.

De ese modo, el sistema de representación adquiere propiedades notables y ventajosas facilidades en cuanto a su aplicación.

Por ese medio, la anamorfosis lineal máxima se reduce a la expresión $\frac{1}{2 N_0^2} S^2$ reveladora de

que la cónica envolvente mínima se ha transformado en una variedad de ella, esto es, en dos rectas paralelas equidistantes del paralelo medio; y como el valor del otro coeficiente arbitrario de las expresiones analíticas de las coordenadas rectangulares, ligado con el anterior por una relación precisa, queda definido asimismo, resultan totalmente determinadas las fórmulas de transformación.

Asentadas las formas de éstas sobre las premisas apuntadas, y sometiénolas a desarrollos de cálculo profusos, si, pero sencillos, se obtiene su expresión analítica altamente simplificada

$$x = r_0 - r \cos. \varphi$$

$$y = r \text{ sen. } \varphi$$

en las que el ángulo φ es igual a $m. \text{ sen. } l_0$ siendo

$$r = r_0 - S - \frac{1}{6 N_0^2} S^3 \text{ y}$$

$$r_0 = N_0 \cotg. l_0$$

correspondiendo las notaciones con subíndice a la latitud de 40° , m a la diferencia de longitudes geográficas y S al desarrollo del arco de meridiano entre el paralelo medio y el que se considere.

Ahora bien, teniendo en cuenta el valor de S de aplicaciones cartográficas, consignado y obtenido en cualquier tratado de Geodesia, puede dársele la forma:

$$S = \rho_0 l + \frac{3}{4} \rho_0 e^2 \text{sen. } 2 l_0 \cdot l^2$$

de la que se desprende para r la expresión

$$r = r_0 - \rho_0 \left(1 + \frac{3}{4} e^2 \text{sen. } 2 l_0 \cdot l^2 + \frac{l^3}{6} \right)$$

dependiente tan sólo de l y m en la que todo lo demás es conocido.

Así, pues, queda analíticamente definido el tercer sistema de Tissot por las fórmulas ya anotadas:

$$(1) \begin{cases} x = r_0 - r \cos. \varphi, \\ y = r \text{sen. } \varphi \\ \varphi = m \text{sen. } l_0 \\ r = r_0 - \rho_0 \left(1 + \frac{3}{4} e^2 \text{sen. } 2 l_0 \cdot l^2 + \frac{l^3}{6} \right) \\ r_0 = N_0 \cotg. l_0 \end{cases}$$

Asentadas las expresiones analíticas de x e y es fácil desprender de ellas las ecuaciones de los meridianos y de los paralelos del mapa, en la proyección que se viene considerando, pues será suficiente, para llegar a la de los meridianos, determinar una relación independiente de r , y determinar otra independiente de φ o de m para obtener la de los paralelos.

Si se hace así, se llega a la conclusión de que el sistema es un sistema cónico desarrollable, en el que resulta automecoico el paralelo medio, que es un paralelo de tangencia, cuyo radio en el mapa es $N_0 \cotg. l_0$.

Así, pues, el mapa puede construirse sin complicaciones, ora por sus coordenadas polares, ora por puntos, utilizando las expresiones analíticas de las rectangulares que antes se con-
signan. Fácil es el cálculo de las anamorfosis elementales máximas, como en toda cónica desarrollable, pues que, los módulos lineales principales se producen a lo largo del meridiano, y en la extensión del paralelo, y sobre ellos deben aquéllos estimarse. Si a y b son los expresados módulos, con un error muy despreciable, puede establecerse la fórmula $2 \omega = (a-b) : \text{sen. } 1''$, como determinante de la máxima anamorfosis angular.

A su vez, a y b relaciones entre los elementos diferenciales de meridiano y de paralelo en el mapa y en el elipsoide, vendrán determinadas por las expresiones

$$a = -dr : \rho. dl \text{ y } b = r \text{ sen. } l_0 : R$$

bien fáciles de calcular. Tal es el tercer sistema de Tissot.

Aplicando a las fórmulas ya establecidas, los datos pertinentes a la Península, calculados sobre el elipsoide de Struve como superficie de referencia, se obtendrían todos los elementos necesarios para la construcción del mapa de nuestro país.

No se hace, sin embargo, porque no se trata de construir, sino de pesar, el sistema de pro-

yección y así, tan sólo se indica lo que con esa finalidad se relaciona. Y para ello es suficiente asentar que, la mayor anamorfosis lineal en el sentido del meridiano es, 1,002424 y 1,002384 la máxima en la dirección del paralelo; calculadas para la latitud extrema de 36°; valores demostrativos de que la elipse indicatriz es casi una circunferencia y, por tanto, de que deben ser nimias e insignificantes las deformaciones angulares, como en efecto sucede, ya que el cálculo de ellas determina que alcanzan el valor de 9",2, verdaderamente despreciable.

Las longitudes, todas, resultan amplificadas en esta cónica tangente, como en cualquiera otra de esa naturaleza, pero, en cantidad muy admisible y, dada la proximidad de valores entre los módulos lineales principales, puede casi suponerse que las variantes de deformación son independientes, en cada punto, claro está, de la dirección que se considere.

Las correcciones angulares no precisan; las lineales pueden realizarse por la formación de escalas locales, a base de las anamorfosis que en cada lugar se produzcan.

Tales son las ventajas patentes que ofrece el tercer sistema de mínima deformación de Tissot.

*
* *

Pero aún queda por enunciar un artificio ingenioso de dicho autor, que reporta una utilidad de mucho alcance para los campos proyectivos.

Si a los coeficientes de las expresiones analíticas de las fórmulas de transformación, esto

es, de las coordenadas rectangulares del primer sistema, se le resta las 0,0009 de su valor, la máxima anamorfosis se reduce a la mitad.

Si se aplica tal artificio al tercer sistema, para lo cual habría que multiplicar los coeficientes de los radios por un factor que se determina en función de la máxima anamorfosis lineal, el mapa, construido con los elementos así modificados, presentará deformaciones elementales iguales a 0,001214 y 0,001171 en direcciones del meridiano y paralelo, respectivamente, mitad de las que antes presentaba.

Este artificio, convierte virtualmente (por la reducción de escala, digámoslo así, que implica), la cónica tangente en cónica secante intermedia, pues que las deformaciones elementales en el centro, puede entenderse que pasan a ser negativas; siendo los paralelos automecoicos de esta segunda cónica desarrollable los de

37° 10' 17'', 61 y 42° 49' 42'', 38

resultando encogidas las distancias entre ellos, en el Mapa, y asimismo las superficies, y ampliadas al N. del segundo y al S. del primero como en toda cónica secante, no extrema.

Así, pues, es posible obtener el mapa con deformaciones que discrepan poco de las del primer sistema, el más puro y el más matemático de todos los tratados.

En resumen: el mapa, realizado con esta proyección, reviste un carácter de representación topográfica, al menos, dentro de la extensión positiva que puede atribuirse al elemento diferencial, a tenor de lo dicho en el preliminar que antecedió a estas consideraciones.

No es asunto baladí el de las facilidades o dificultades de construcción que una carta presente.

La proyección de Tissot, como cónica intermedia, ofrece desde ese punto de vista, una gran factibilidad, pues que la simetría a uno y otro lado del meridiano y la de las hojas en que pudiera dividirse, con relación a sus ejes, es manifiesta y evidentemente utilizable, y capaz de disminuir los cálculos y operaciones que implica la ardua y árida labor que lleva consigo la realización gráfica del mapa de un país.

Con esto se da por terminado cuanto concierne a las proyecciones de mínima deformación.

CAPITULO III

Examen de las proyecciones ortomorfas y especialmente de la de Lambert

Así como la existencia de la obra de los señores Cebrián y Los Arcos ha dispensado de entrar en los desarrollos de cálculo referentes a las proyecciones de mínima deformación, omitiéndolos, por lo tanto, para apoderarse tan sólo de los resultados que interesaba utilizar, en la consideración de las ortomorfas es preciso ocuparse de aquellos de una manera detallada, ya que no se encuentran expuestos, al menos con detalle, en obra alguna; y aún más, ya que en las varias que tratan del asunto, son frecuentes las equivocaciones de notación, difusos algunos conceptos, y aún dados a confusiones, que pueden inducir a erróneas composiciones de lugar.

Tras esta justificación, se estudia seguidamente la proyección conforme de Lambert.

La proyección de Lambert es una cónica conforme. Por tanto, los meridianos transformados son líneas rectas concurrentes, y los paralelos circunferencias concéntricas.

Su isogonismo implica la similitud de los elementos diferenciales de figura y, por ello, la proporcionalidad de líneas de los mismos.

En esto, precisamente, descansa su fundamento analítico.

Sea A el radio, en el mapa, del paralelo de

1º. Un arco elemental de paralelo, en el mapa, tendrá por expresión KA . dm.; y uno de meridiano, — dA ; siendo K la relación de proporcionalidad, es decir, la que existe entre los ángulos que forman las transformadas de los meridianos, y los meridianos objetivos de que proceden.

Por tanto, la condición de isogonismo vendrá dada, analíticamente, en esta forma que expresa la proporcionalidad de línea, asimismo, una vez que los meridianos y paralelos transformados se cortan en ángulo recto, como los objetivos :

$$-\frac{dA}{KA \text{ dm}} = \frac{\rho \, dl}{N \cos. l \text{ dm}}$$

siendo ρ el radio de curvatura a la latitud l , y dm la diferencia de longitudes de los meridianos que se consideren. Así pues :

$$-\frac{dA}{KA} = \frac{\rho}{N} \cdot \frac{dl}{\cos. l}$$

Pero, como de la consideración geodésica del elipsoide de revolución resulta que

$$\rho = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \text{ sen.}^2 l)^{3/2}} \text{ y } N = \frac{a}{(1 - e^2 \text{ sen.}^2 l)^{1/2}}$$

resultará asimismo que

$$\begin{aligned} -\frac{dA}{KA} &= \frac{a(1 - e^2)(1 - e^2 \text{ sen.}^2 l)^{1/2}}{a(1 - e^2 \text{ sen.}^2 l)^{3/2}} \cdot \frac{dl}{\cos. l} = \\ &= \frac{(1 - e^2)(1 - e^2 \text{ sen.}^2 l)^{1/2}}{(1 - e^2 \text{ sen.}^2 l)(1 - e^2 \text{ sen.}^2 l)^{1/2}} \cdot \frac{dl}{\cos. l} = \\ &= \frac{1 - e^2}{1 - e^2 \text{ sen.}^2 l} \cdot \frac{dl}{\cos. l} = \\ &= \frac{dl}{\cos. l} \left(\frac{1 - e^2 \text{ sen.}^2 l - (1 - e^2 \text{ sen.}^2 l) + 1 - e^2}{1 - e^2 \text{ sen.}^2 l} \right) = \end{aligned}$$

$$= \frac{dl}{\cos. l} \cdot \left(1 - \frac{e^2 - e^2 \text{sen.}^2 l}{1 - e^2 \text{sen.}^2 l} \right) =$$

$$= \frac{dl}{\cos. l} \cdot \left(1 - \frac{e^2 \cos.}^2 l}{1 - e^2 \text{sen.}^2 l} \right)$$

Esto es, se tiene, en definitiva, la ecuación diferencial

$$- \frac{dA}{KA} = \frac{dl}{\cos. l} \left(1 - \frac{e^2 \cos.}^2 l}{1 - e^2 \text{sen.}^2 l} \right)$$

comprensiva del isogonismo elemental.

Si llamamos z a la colatitud $90^\circ - l$ tendremos, naturalmente,

$$\frac{dA}{KA} = \frac{dz}{\text{sen. } z} \left(1 - \frac{e^2 \text{sen.}^2 z}{1 - e^2 \cos.}^2 z} \right)$$

o bien $\frac{dA}{KA} = \frac{dz}{\text{sen. } z} - \frac{e^2 \text{sen. } z}{1 - e^2 \cos.}^2 z} \cdot dz$

Integrando esta expresión diferencial, hallaremos

$$\int \frac{dA}{KA} = \int \frac{dz}{\text{sen. } z} - \int \frac{e^2 \text{sen. } z}{1 - e^2 \cos.}^2 z} dz.$$

pero $\int \frac{dA}{KA} = \frac{1}{K} \int \frac{1}{A} dA = \frac{1}{K} l. A + C$ (1)

$$\int \frac{dz}{\text{sen. } z} = l \text{tag. } \frac{z}{2} \quad (2)$$

Para integrar el término que falta, procederemos por sustitución, haciendo $e. \cos. z = \cos. \varphi$ lo cual siempre es posible, puesto que $e. \cos. z < 1$, de donde, $e. \text{sen. } z dz. = \text{sen. } \varphi d. \varphi$ con lo que podemos escribir:

$$\int \frac{e^2 \text{sen. } z}{1 - e^2 \cos.}^2 z} \cdot dz = \int \frac{e \text{sen. } \varphi}{1 - \cos.}^2 \varphi} d\varphi =$$

$$= e \int \frac{\text{sen. } \varphi}{\text{sen.}^2 \varphi} \cdot d\varphi = e \int \frac{d\varphi}{\text{sen. } \varphi} = e. l \text{tag. } \frac{\varphi}{2} \quad (3)$$

Así, pues, en resumen, teniendo en cuenta las conclusiones (1) y (2) de integración directa y la (3), resultará:

$$\frac{1}{K} l \cdot A + C = l \operatorname{tag} \cdot \frac{z}{2} - e \cdot l \operatorname{tag} \cdot \frac{\varphi}{2}$$

como función integral. Y como — C , podemos suponer que es $l \cdot C$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{K} l A &= l C + l \operatorname{tag} \cdot \frac{z}{2} - e \cdot l \operatorname{tag} \cdot \frac{\varphi}{2} = l C \operatorname{tag} \cdot \frac{z}{2} + \\ &+ l \left(\operatorname{tag} \cdot \frac{\varphi}{2} \right)^{-e} = l \left[C \operatorname{tag} \cdot \frac{z}{2} \left(\operatorname{tag} \cdot \frac{\varphi}{2} \right)^{-e} \right] \end{aligned}$$

siendo e la excentricidad, no la base neperiana. En resumen, tomando antilogaritmos,

$$A = C \left(\operatorname{tag} \cdot \frac{z}{2} \right)^K \left(\operatorname{tag} \cdot \frac{\varphi}{2} \right)^{-Ke}$$

Ahora bien, teniendo en cuenta las relaciones trigonométricas que ligán el seno y el coseno de un ángulo con el seno y coseno de su mitad, a saber:

$$\cos \cdot \frac{\varphi}{2} = \pm \sqrt{(1 + \cos \cdot \varphi) : 2} \quad y$$

$$\operatorname{sen} \cdot \frac{\varphi}{2} = \pm \sqrt{(1 - \cos \cdot \varphi) : 2} \quad \text{o bien}$$

$$\left. \begin{aligned} \cos^2 \cdot \frac{\varphi}{2} &= (1 + \cos \cdot \varphi) : 2 \\ \operatorname{sen}^2 \cdot \frac{\varphi}{2} &= (1 - \cos \cdot \varphi) : 2 \end{aligned} \right\} \operatorname{tag}^2 \cdot \frac{\varphi}{2} = \frac{1 - \cos \cdot \varphi}{1 + \cos \cdot \varphi}$$

la última expresión se convertirá en:

$$A = C \left(\operatorname{tag} \cdot \frac{z}{2} \right)^K \left(\operatorname{tag} \cdot \frac{\varphi}{2} \right)^{-Ke} =$$

$$= C \left(\operatorname{tag.} \frac{z}{2} \right)^K \cdot \left(\sqrt{\frac{1 - \cos. \varphi}{1 + \cos. \varphi}} \right)^{-Ke} = C \left(\operatorname{tag.} \frac{z}{2} \right)^K \cdot \left(\frac{1 - e \cos. z}{1 + e \cos. z} \right)^{-\frac{Ke}{2}} \text{ o sea } A = C \left(\operatorname{tag.} \frac{z}{2} \right)^K \left(\frac{1 + e \cos. z}{1 - e \cos. z} \right)^{\frac{Ke}{2}}$$

como expresión general de los radios en los desarrollos cónicos conformes.

Si en la anterior expresión hacemos

$$\operatorname{tag.} \frac{z}{2} \times \left(\frac{1 + e \cos. z}{1 - e \cos. z} \right)^{\frac{e}{2}} = \operatorname{tag.} \frac{\alpha}{2}$$

se convertirá en

$$A = C \left(\operatorname{tag.} \frac{\alpha}{2} \right)^K$$

En esta expresión general C , y K son dos parámetros indeterminados.

En consecuencia, si los fijamos, podremos establecer dos condiciones a cumplir, sin que por ello se desvirtúe el isogonismo.

Señalemos las que particularizan la proyección Lambert propiamente dicha, a saber:

a) que sea automecoico el paralelo inicial u origen.

b) que las anamorfosis lineales sean mínimas a uno y otro lado del citado paralelo.

Definamos, analíticamente, la primera condición. El arco del paralelo de L_0 sobre el elipsoide es, siendo dg la diferencia en grados de longitud

$$N_0 \cos. L_0. dg. \operatorname{sen.} 1''$$

y sobre la proyección, siendo A_0 el radio, $KA_0 dg. \operatorname{sen.} 1''$

Así, pues, el automecoismo exigido, dará:

$$N_0 \cos. L_0 \operatorname{dg.} \operatorname{sen.} 1'' = K \cdot A_0 \operatorname{dg.} \operatorname{sen.} 1''$$

$$\text{o bien } K \cdot A_0 = N_0 \cdot \cos. L_0$$

Definamos, ahora, la mínima anamorfosis señalada. Dos arcos elementales tendrán por expresión, sobre el elipsoide

$$\overline{dm}^2 = N^2 \cos.^2 l \overline{dg}^2 + \rho^2 \cdot \overline{dl}^2$$

y sobre el mapa

$$\overline{dm'}^2 = K^2 A^2 \overline{dg}^2 + \overline{dA}^2$$

o bien, sustituyendo dA por su valor, deducido de la expresión fundamental de isogonismo (pág. 92)

$$\overline{dm'}^2 = K^2 A^2 \overline{dg}^2 + \frac{K^2 A^2 \overline{dg}^2 \cdot \rho^2 \overline{dl}^2}{N^2 \cos.^2 l \cdot \overline{dg}^2} =$$

$$= \frac{K^2 A^2}{N^2 \cos.^2 l} (N^2 \cos.^2 l \cdot \overline{dg}^2 + \rho^2 \overline{dl}^2)$$

$$\text{Por tanto } d m' = \frac{K A}{N \cdot \cos. l} d m \text{ ó } \frac{d m'}{d m} = \frac{K A}{N \cdot \cos. l}$$

$$\text{o bien: } \frac{d m' - d m}{d m} = \frac{K A - N \cdot \cos. l}{N \cdot \cos. l} = \frac{K A}{N \cdot \cos. l} - 1$$

Por consecuencia, y tratándose de una función continua, la condición del mínimo la obtendremos, analíticamente, igualando a cero la derivada con relación a l y sustituyendo l por l_0 .

Hallamos, pues, dicha derivada teniendo en cuenta que A y N dependen de l y que diferencial de $l = 1$; resultará:

$$f' \left(\frac{K A}{N \cdot \cos. l} - 1 \right) =$$

$$= \frac{KN \cdot \cos. l \frac{dA}{dl} + KAN \cdot \sin. l \cdot dl - KA \cdot \cos. l \cdot dl \cdot f' N}{N^2 \cos.^2 l}$$

o bien: $KN \cos. l \frac{dA}{dl} + KAN \sin. l - KA \cos. l f' N = 0$ „

$$\begin{aligned} \text{pero } f' N &= f' \left(\frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin.^2 l}} \right) = \frac{2a e^2 \sin. l \cos. l \cdot dl}{1 - e^2 \sin.^2 l} = \\ &= \frac{a e^2 \sin. l \cos. l}{(1 - e^2 \sin.^2 l)^{3/2}} = \frac{N^3}{a^2} e^2 \sin. l \cos. l. \end{aligned}$$

luego la condición del mínimo, será:

$$\begin{aligned} KN \cdot \cos. l \frac{dA}{dl} + KAN \sin. l - \\ - KA \cos. l \frac{N^3}{a^2} e^2 \sin. l \cos. l = 0 \end{aligned}$$

y como

$$\frac{dA}{dl} = \frac{KA \rho}{N \cdot \cos. l}$$

se tiene

$$\begin{aligned} -N \cdot \cos. l \frac{K \rho}{N \cdot \cos. l} + N \sin. l - \\ - N \cos. l e^2 \sin. l \cos. l \frac{N^2}{a^2} = -N \cos. l \frac{K \rho}{N \cos. l} + \\ + N \sin. l - N \cos. l \frac{e^2 \sin. l \cos. l}{1 - e^2 \sin.^2 l} = 0 \end{aligned}$$

de donde se desprende que:

$$\begin{aligned} K \rho &= N \sin. l \cdot \left(1 - \frac{e^2 \cos. l \times \cos. l}{1 - e^2 \sin.^2 l} \right) = \\ &= \frac{N \sin. l}{1 - e^2 \sin.^2 l} (1 - e^2 \sin.^2 l - e^2 \cos.^2 l) = \\ &= \frac{N \sin. l}{1 - e^2 \sin.^2 l} [1 - e^2 (\sin.^2 l + \cos.^2 l)] = \\ &= \frac{N \sin. l}{1 - e^2 \sin.^2 l} (1 - e^2). \end{aligned}$$

$$\text{Así, pues, } K = \frac{N \sin. l (1 - e^2)}{\rho (1 - e^2 \sin.^2 l)}.$$

Por fin, siendo

$$N = a (1 - e^2 \operatorname{sen}^2 l)^{-1/2}$$

$$\text{y } \rho = a (1 - e^2) (1 - e^2 \operatorname{sen}^2 l)^{-3/2},$$

tendremos:

$$K = \frac{a (1 - e^2 \operatorname{sen}^2 l)^{-1/2} \cdot \operatorname{sen} l (1 - e^2)}{a (1 - e^2) (1 - e^2 \operatorname{sen}^2 l)^{-3/2} (1 - e^2 \operatorname{sen}^2 l)} =$$

$$= \frac{(1 - e^2 \operatorname{sen}^2 l)^{-1/2} \cdot \operatorname{sen} l}{(1 - e^2 \operatorname{sen}^2 l)^{-1/2}} =$$

$$= \operatorname{sen} l \text{ y con } l = l_0, \text{ } K = \operatorname{sen} l_0.$$

En resumen, llegamos a esto :

condición de automecoismo... $KA_0 = N_0 \cos. l_0$
condición de mínimo..... $K = \operatorname{sen} l_0$

y, por tanto, las fórmulas propias del caso serán:

$$K = \operatorname{sen} l_0$$

$$A_0 = \frac{N_0 \cos. l_0}{K} = \frac{N_0 \cos. l_0}{\operatorname{sen} l_0} = N_0 \cdot \cotg. l_0$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \operatorname{tg} \frac{z}{2} \left(\frac{1 + e \cdot \cos. z}{1 - e \cdot \cos. z} \right)^{\frac{e}{2}}$$

$$C = A_0 \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha_0}{2} \right)^{-\operatorname{sen} l_0}$$

$$A = C \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right)^{\operatorname{sen} l_0}$$

en las que los elementos afectados de subíndice son los del paralelo automecoico, z es la colatitud aparente, e la excentricidad, K y C las constantes determinadas que regulan la proyección, y A los radios en el mapa.

Las coordenadas rectangulares, llamando ω al ángulo formado por los meridianos en el mapa serán:

$$\left. \begin{aligned} x &= A. \text{sen. } \omega \\ y &= A_0 - A. \text{cos. } \omega \end{aligned} \right\} \text{con. } \omega = \text{dg. sen. } l_0$$

Deduzcamos, ahora, una ley importante de anamorfosis.

Hemos visto (pág. 96) que

$$\frac{d m' - d m}{d m} = \frac{d c}{c} = \frac{A \text{ sen. } l_0}{N \text{ cos. } l} - 1$$

pero, como

$$\begin{aligned} A &= C \left(\text{tag. } \frac{\alpha}{2} \right)^K = A_0 \left(\text{tag. } \frac{\alpha_0}{2} \right)^{-K} \left(\text{tag. } \frac{\alpha}{2} \right)^K = \\ &= N_0 \cotg. l_0 \left[\frac{\text{tag. } \frac{\alpha}{2}}{\text{tag. } \frac{\alpha_0}{2}} \right]^K = N_0 \frac{\text{cos. } l_0}{\text{sen. } l_0} \left[\frac{\text{tag. } \frac{\alpha}{2}}{\text{tag. } \frac{\alpha_0}{2}} \right]^K \end{aligned}$$

tendremos, que,

$$A \text{ sen. } l_0^F = N_0 \text{ cos. } l_0 \left[\frac{\text{tag. } \frac{\alpha}{2}}{\text{tag. } \frac{\alpha_0}{2}} \right]^K \dots\dots \text{y, por tanto,}$$

$$1 + \frac{d c}{c} = \frac{N_0 \text{ cos. } l_0}{N. \text{ cos. } l} \left[\frac{\text{tag. } \frac{\alpha}{2}}{\text{tag. } \frac{\alpha_0}{2}} \right]^K$$

Así, pues, si consideramos un punto, quedarán fijados N , $\text{cos. } l$, y α , y como lo demás son parámetros, y la dirección puede ser cualquiera,

ya que los considerandos hechos son generales, deducimos que las deformaciones elementales en longitud, alrededor de un punto, son constantes, y las mismas para un paralelo; variando de unos a otros de éstos, es decir, con la colatitud; bella e importante condición.

Ocupémonos ahora de la proyección conforme de Lambert, pero limitada al tercer orden.

Hasta ahora hemos tratado la proyección de Lambert, rigurosamente conforme. Sus fórmulas se simplifican cuando se limitan los desarrollos en serie, a los términos de tercer orden.

Claro es que, al obrar así, pierde la proyección su carácter de riguroso autogonismo más allá de cierta extensión; aunque prácticamente, según Rousihle, lo conserva. Pero Courtier demostró que tales proyecciones limitadas al tercer orden son perfectamente aplicables, incluso a los cálculos de la red geodésica, siempre que no se extiendan a más de 180 ó 200 kilómetros del origen, considerando del que ya nos hicimos eco en el preliminar que expusimos al emprender este trabajo.

Llamando s' a la longitud de un arco de meridiano en la representación, esto es, en el mapa, siendo s . su longitud objetiva, indudablemente podremos establecer, deduciéndolo de la ecuación fundamental

$$\frac{ds'}{\text{sen. } l_0 (A_0 - s')} = \frac{ds}{r} \text{ o bien } \frac{ds'}{A_0 - s'} = \frac{\text{sen. } l_0}{r} \cdot ds$$

pero, siendo r_0 la longitud del radio objetivo del paralelo automecoico, claro está que habrá de ser

$$r_0 = A_0 K = A_0 \text{ sen. } l_0 \text{ ó sen. } l_0 = \frac{r_0}{A_0},$$

$$\text{luego } \frac{ds'}{A_0 - s'} = \frac{r_0}{r \cdot A_0} \cdot ds = \frac{1}{A_0} \cdot \frac{r_0}{r} \cdot ds \quad (a)$$

Ahora bien: para $s = 0$ evidentemente $s' = 0$.
para $s' = ds'$ evidentemente también (sustituyendo r por $r_0 - dr$)

$$\frac{ds'}{A_0 - ds'} = \frac{\text{sen. } l_0 ds}{r_0 - dr}$$

y sin grave error, pues ds' , dr , serán infinitamente pequeños y podrán despreciarse como términos aditivos o substractivos en la investigación de relaciones

$$\frac{ds'}{A_0} = \frac{\text{sen. } l_0 ds}{r_0} = \frac{\text{sen. } l_0 ds}{N_0 \cos. l_0} = \frac{ds}{A_0}$$

o lo que es igual

$$\frac{ds'}{ds} = 1.$$

Así pues, el arco subjetivo, el del mapa, puede considerarse como una función continua del objetivo y, por ello, desarrollarse en serie con arreglo a las potencias crecientes de éste, es decir, de s considerado como variable.

Y si ese desarrollo lo efectuamos por el procedimiento de los coeficientes indeterminados, tendrá la forma genérica

$$s' = H + Fs + Ds^2 + Es^3 + \dots$$

en la que $H = 0$, puesto que para $s = 0$ debe ser $s' = 0$ y $F = 1$, puesto que la derivada

$$\frac{ds'}{ds} = F + 2Ds + 3Es^2 + \dots$$

y para $s = 0$, $F = 1$, puesto que $\frac{ds'}{ds} = 1$

Luego quedará el desarrollo en esta forma:

$$s' = s + Ds^2 + Es^3 + \dots$$

Investiguemos el valor de esos coeficientes de la serie convergente antedicha, limitándonos al tercer orden, con lo que el error será inferior al cuarto.

Indudablemente podemos escribir:

$$A_0 - s' = A_0 - s - Ds^2 - Es^3 - \dots$$

Ahora bien, desarrollando en serie la expresión $\frac{r_0}{r}$ con relación a la variable s , utilizando la fórmula de Maclaurin: como indudablemente tenemos $dr = ds \operatorname{sen} l$ podremos escribir:

$$f \frac{r_0}{r} = f(0) + f'(0)s + f''(0) \frac{s^2}{2} + \dots$$

Determinemos los coeficientes y resultará:

$$\begin{aligned} f(0) &= \frac{r_0}{r_0} = 1 \\ f'(0) &= \frac{r_0 \operatorname{sen} l}{r^2} = \frac{r_0 \operatorname{sen} l_0}{r_0^2} = \frac{\operatorname{sen} l_0}{r_0} = \\ &= \frac{1}{N_0 \cos l_0} \operatorname{sen} l_0 = \frac{\operatorname{tg} l_0}{N_0} \\ f''(0) &= \frac{r_0}{r} = f' \frac{r_0 \operatorname{sen} l}{r^2} = \\ &= r_0 \frac{r^2 \cos l \frac{dl}{ds} - \operatorname{sen} l \cdot 2r \frac{dr}{ds}}{r^4} = \\ &= r_0 \frac{r^2 \cos l \frac{1}{\rho} + 2r \operatorname{sen}^2 l}{r^4} \text{ „ luego para } f'' \left(\frac{r_0}{r} \right)_0 = \\ &= \frac{r_0^3 \cos l_0 + 2r_0^2 \rho_0 \operatorname{sen}^2 l_0}{\rho_0 r_0^4} = \frac{N_0 + 2\rho_0 \operatorname{tg}^2 l_0}{\rho_0 N_0^2}, \end{aligned}$$

y suponiendo $N_0 = \rho_0$, quedará:

$$f''\left(\frac{r_0}{r}\right)_0 = \frac{1 + 2 \operatorname{tg}^2 l_0}{N_0^2}$$

De la expresión (a) anterior se deduce la identidad:

$$\frac{d s'}{d s} = (A_0 - s') \frac{1}{A_0} \cdot \frac{r_0}{r}$$

$$\text{De } s' = s + Ds^2 + Es^3 + \dots$$

$$d s' = d s (1 + 2 Ds + 3 Es^2 + \dots) //$$

$$\text{y así } A_0 (1 + 2 Ds + 3 Es^2 + \dots) =$$

$$= (A_0 - s - Ds^2 - Es^3) \cdot \left(1 + \frac{\operatorname{tg} l_0}{N_0} s + \frac{1 + \operatorname{tg}^2 l_0}{2 N_0^2} s^2 + \dots\right)$$

y como es una identidad, serán iguales los coeficientes de las mismas potencias de la variable, lo que dará lugar a las siguientes relaciones:

$$A_0 = A_0$$

$$2 D A_0 = -1 + A_0 \frac{\operatorname{tg} l_0}{N_0} // 2 D = -\frac{1}{A_0} + \frac{\operatorname{tg} l_0}{N_0} =$$

$$= -\frac{1}{N_0 \cotg l_0} + \frac{\operatorname{tg} l_0}{N_0} = -\frac{\operatorname{tg} l_0}{N_0} + \frac{\operatorname{tg} l_0}{N_0} =$$

$$= 0 // \text{luego } D = 0$$

$$3 E A_0 = -D - \frac{\operatorname{tg} l_0}{N_0} + A_0 \frac{1 + 2 \operatorname{tg}^2 l_0}{2 N_0^2} =$$

$$= -\frac{\operatorname{tg} l_0}{N_0} + \frac{N_0 \cotg l_0}{2 N_0^2} + \frac{N_0 \cotg l_0 \cdot 2 \operatorname{tg}^2 l_0}{2 N_0^2} =$$

$$= -\frac{\operatorname{tg} l_0}{N_0} + \frac{\cotg l_0}{2 N_0} + \frac{\cotg l_0 \operatorname{tg}^2 l_0}{N_0} = -\frac{\operatorname{tg} l_0}{N_0} +$$

$$+ \frac{\operatorname{tg} l_0}{N_0} + \frac{\cotg l_0}{2 N_0} = \frac{\cotg l_0}{2 N_0} // \text{es decir, } 3 E A_0 = \frac{\cotg l_0}{2 N_0}$$

$$E = \frac{\cotg l_0}{2 N_0 \cdot 3 A_0} = \frac{\cotg l_0}{6 N^2 \cdot \cotg l_0} = \frac{1}{6 N_0^2}$$

luego

$$S' = s + Ds^2 + Es^3 = s + \frac{1}{6 N_0^2} s^3$$

Así, pues, los arcos de meridiano son aumentados en el expresado término correctivo, puesto que las tesis asentadas han sido generales.

Veamos, ahora, cual es el valor, en los limitados, de la anamorfosis elemental de las longitudes y para ello comparemos la de un elemento diferencial de meridiano subjetivo con la de su transformado.

Longitud en el esferoide de un elemento diferencial de meridiano: $d s$.

Longitud objetiva del elemento transformado: $d s'$

$$ds' = d \left(s + \frac{s^3}{6 N_0^2} \right) = ds \left(1 + \frac{s^2}{2 N_0^2} \right)$$

Y, por tanto, la relación del módulo será:

$$\frac{d s'}{d s} = 1 + \frac{s^2}{2 N_0^2}$$

Aunque sea a título de digresión, quizá oportuna en este lugar ya que acaba de tratarse de la proyección limitada, es curioso observar y hacer notar lo siguiente.

Como los planos franceses levantados en proyección Bonne, demostraron bien pronto que no satisfacían las necesidades militares de la pasada guerra mundial, en orden, principalmente, a la preparación del tiro a grandes distancias, buscaron los franceses, a fin de solventar tal deficiencia, una proyección conforme que, a su vez, redujese al mínimo las deformaciones lineales. Esto les llevó a considerar la proyección conforme de Lambert, pero quizás por estar en boga en aquellos años las teorías de Courtier, no adop-

taron las fórmulas de la proyección rigurosamente conforme, sino unas aproximadas que corresponden a la proyección Lambert, limitada al tercer orden.

La separación entre dos paralelos, es decir, la transformada s' de un arco de meridiano subjetivo s tiene por expresión

$$s' = s + \frac{s^2}{6 R_0^2}$$

fórmula que no se diferencia de la obtenida en la proyección limitada al tercer orden, que acabamos de obtener, sino en la sustitución de la normal N_0 , por el radio de curvatura media

$$R_0 = \sqrt{N_0 \rho_0}$$

Los demás elementos de la proyección son los anteriormente calculados, o sea:

$$A_0 = N_0 \cot l_0$$

$$\omega = \text{dg. sen. } l_0$$

Los valores obtenidos por estas fórmulas nos dan, pues, una proyección cónica tangente que, no extendida a más de 200 kilómetros a uno y otro lado del paralelo de contacto, puede considerarse ortomorfa.

Esta proyección se convierte, después, en una cónica secante, y se reducen sus anamorfosis lineales a la mitad. Para ello se aplica el mismo ingenioso artificio ideado por Tissot, que consiste, como ya sabemos, en reducir los coeficientes de las fórmulas de los radios, multiplicándolos por un factor adecuado, sin que por ello se altere el carácter de proyección conforme.

La proyección que acaba de citarse dió perfecta satisfacción a las necesidades sentidas; su anamorfosis lineal no pasaba de 0,05 por 100, prácticamente despreciable. Pero no estaba exenta de algún inconveniente; y fué el primordial la limitación de su campo de aplicación, lo que obligó a cubrir el territorio total de Francia con varias proyecciones de centros no alejados a más de 400 kilómetros.

La multiplicidad de centros ocasiona complicaciones en los cálculos geodésicos al pasar de uno a otro, y en el aspecto militar presenta no pocas molestias la solución de continuidad en la proyección, cada vez que se cambia de origen.

Hoy se tiende a la unificación de las proyecciones, de tal modo que cada país adopte una sola; la que, según Laborde, si es acertadamente elegida, puede ser suficiente para satisfacer todos los fines, cualquiera que sea el aspecto en orden a la utilización del mapa, que en ella se base.

Para la misma Francia, Roushille ha terminado recientemente el estudio de una proyección estereográfica que con un solo origen cubra todo el país.

Mas, dando por conclusa la digresión apuntada y dejando a un lado, asimismo, lo concerniente a las proyecciones conformes limitadas, ya que llevan en realidad a las de mínima deformación ya tenidas en cuenta, se estudiará lo referente a las ortomorfias de fórmula rigurosa.

Ya quedaron asentadas las expresiones analíticas generales de las mismas, para el caso de

automecoísmo a lo largo de un paralelo de tangencia, el paralelo medio, y de mínima deformación lineal a uno y otro lado de él. También quedaron definidas las fórmulas expresivas de las coordenadas rectangulares.

En consecuencia, si se aplican al caso concreto del mapa de nuestro país, considerando los mismos elementos de proyección que en los sistemas segundo y tercero de Tissot, esto es, los mismos ejes y centro, claro es que podremos construir el mapa, ora por sus coordenadas polares, ora por sus coordenadas rectangulares, sin ninguna dificultad.

Mas no se trata, por el momento, de esa construcción y suficiente es afirmar que puede llevarse a cabo.

Lo que interesa fundamentalmente es el cálculo de las deformaciones, no sólo para juzgar de la proyección en si misma, sino también para establecer su comparación con la de mínima deformación ya estudiada.

Para el cálculo de las anamorfosis lineales máximas se tendrá en cuenta, claro está, que éstas se producen a lo largo del meridiano y del paralelo, como en toda cónica, y se utilizarán, como se dijo, los datos del elipsoide de referencia de Struve, ya que ese ha sido el empleado en igual menester en la proyección de Tissot.

Véase, pues, la anamorfosis en el sentido del paralelo y a la latitud de 36° Norte.

El elemento diferencial, en el mapa, es

$$N_0 \cotg. l_0 \frac{1}{\left(\tg. \frac{\alpha_0}{2} \right) \text{sen. } l_0} \cdot \left[\tg. \frac{\alpha_{36}}{2} \right] \text{sen. } l_0 \quad . \text{ d m.}$$

En el elipsoide: $N \cos. l \, d \, m'$; pero como, $d \, m = d \, m' \, \text{sen. } l_0$, resultará que la anamorfosis elemental que se considera será:

$$b = \frac{d \, r}{d \, s} = N_0 \frac{\cos. l_0}{\text{sen. } l_0} \left[\frac{\text{tg. } \frac{\alpha_{36}}{2}}{\text{tg. } \frac{\alpha_0}{2}} \right]^{\text{sen. } l_0} \cdot \text{sen. } l_0 \cdot N_{36} \cos. l =$$

$$= \frac{N_0 \cos. l_0}{N_{36} \cos. l} \left[\frac{\text{tg. } \frac{\alpha_{36}}{2}}{\text{tg. } \frac{\alpha_0}{2}} \right]^{\text{sen. } l_0}$$

fórmula, por lo demás, que ya se había obtenido.

Reemplazando los valores pertinentes y efectuando las operaciones que tal expresión indica resulta:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\alpha_{36}}{2} = 27^\circ 5' 36'', \text{ o } 2 \\ \frac{\alpha_0}{2} = 25^\circ 5' 45'' \end{array} \right\} \dots\dots\dots \text{geocéntricas y}$$

50-11-30

$$\left. \begin{array}{l} \text{logaritmo } N_0 = 6,8053122 \\ \text{log. cos. } l_0 = 1,8842540 \\ \text{colog. } N = 7,1947873 \\ \text{colog. cos. } l = 0,0920424 \end{array} \right\} = 1,9763959$$

$$\text{sen. } l_0 \left(\log. \text{tg. } \frac{\alpha_{36}}{2} - \log. \text{tg. } \frac{\alpha_0}{2} \right) \dots\dots = 0,0246383$$

$$\log. \text{ de } b = \dots\dots\dots = 0,0010342$$

y en consecuencia $b = 1,00238$ que es la anamorfosis que se intentaba hallar.

Supérfluo es, en realidad, después de calcularla la anamorfosis en el sentido del paralelo, calcularla en la del meridiano, ya que la proyección es ortomorfa.

Mas se hará, no obstante, en atención a que ello implica una exacta comprobación para la máxima anamorfosis lineal.

Para determinarla en el sentido del meridiano, observaremos que, puesto que

$$A = C \left(\operatorname{tg.} \frac{\alpha}{2} \right)^K = C \left(\operatorname{tg.} \frac{90^\circ - l'}{2} \right)^K$$

$$\text{será } d.A = K \cdot C \left(\operatorname{tg.} \frac{90^\circ - l'}{2} \right)^{K-1} \cdot \frac{1}{\cos.^2 \frac{90^\circ - l'}{2}} \cdot - \frac{1}{2} dl'$$

pero como l' , latitud geocéntrica, y l , latitud aparente están ligados por la relación

$\operatorname{tg.} l' = \operatorname{tg.} l (1 - e^2) \dots$ claro que tendremos igualmente que:

$$dA = K \cdot C \left[\operatorname{tg.} \frac{90^\circ - l'}{2} \right]^{K-1} \cdot \frac{1}{\cos.^2 \frac{90^\circ - l'}{2}} - \\ - \frac{1}{2} \cdot \frac{\cos.^2 l'}{\cos.^2 l} (1 - e^2) dl' \text{ puesto que:}$$

$$\frac{1}{\cos.^2 l'} dl' = \frac{1}{\cos.^2 l} (1 - e^2) dl \text{ ó } dl' = \frac{\cos.^2 l'}{\cos.^2 l} (1 - e^2) dl'$$

luego si dividimos la anterior expresión por ρ_{36} habremos determinado el módulo lineal que nos hemos propuesto investigar.

Efectuadas las operaciones pertinentes resulta lo que sigue:

$$\begin{array}{rcl}
 \log. K & = & 1,8080675 \\
 \log. C & = & 7,0932520 \\
 \log. \left[\operatorname{tg} \frac{\alpha_{36}}{2} \right]^{K-1} & = & 0,1039877 \\
 \log. \frac{1}{\cos.^2 \frac{\alpha}{2}} & = & 0,1009540 \\
 \text{colog. } 2 & = & \bar{1},6989700 \\
 \log. \cos.^2 1' & = & \bar{1},8179462 \\
 \log. \cos.^2 1 & = & 0,1840848 \\
 \log. (1 - e^2) & = & \bar{1},9970479 \\
 \text{colog. } \rho_{36} & = & \dots\dots\dots = 7,1967243 \\
 \log. a & = & \dots\dots\dots = 0,0010344 \\
 a & = & 1,00238
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \log. K \\ \log. C \\ \log. \left[\operatorname{tg} \frac{\alpha_{36}}{2} \right]^{K-1} \\ \log. \frac{1}{\cos.^2 \frac{\alpha}{2}} \end{array}} \right\} = 6,8043101$$

exactamente igual a la deducida antes en el sentido del paralelo, siendo los dos módulos iguales, $a - b = 0$ y, por lo tanto, $\omega = 0$, como no podía menos de suceder puesto que la proyección es rigurosamente conforme.

Queda, pues, aquilatada la máxima anamorfosis única, igual a 1,00238 y comprobado, asimismo, el valor de ella que es lo que se pretendía.

Se tiene, pues, el dato preciso para poder comparar esta proyección con la de mínima deformación de Tissot del tercer sistema, en su aspecto de cónica tangente.

Mas en lugar de efectuarlo procedamos a aplicar el artificio de Tissot, consistente en la reducción de los radios mediante la afección a los mismos de un factor dependiente de la máxima anamorfosis lineal ya calculada.

El expresado factor está determinado en el presente caso por la relación

$$1 - z = 1 - \frac{1,00238 - 1}{1,00238 + 1} = 0,998812$$

claro está que, en las relaciones diferenciales antes asentadas, entra, íntegramente, este factor de reducción, o lo que es igual, que dichas anamorfosis se reducen convirtiéndose en las siguientes:

$$\left. \begin{array}{l} \log. a = \log. b = 0,0010342 \\ \log. 0,998812 = \overline{1},9994838 \end{array} \right\} = 0,0005180$$

$$a = b = 1,00119$$

produciéndose, pues, una alteración de 0,00119 mitad de la de 0,00238 antes obtenida. Así, pues, las anamorfosis resultan multiplicadas por el factor de reducción.

Como el argumento es general, en el paralelo medio, automecoico, y cuya deformación lineal es cero, y la anamorfosis, el módulo lineal, igual a 1, después de la reducción se convertirá esta última en 0,998812, esto es, en el factor de reducción con una alteración de — 0,00119, resultando disminuida la distancia en el mapa, puesto que $\frac{d m'}{d m} < 1$ según queda expuesto.

Y en consecuencia, como ya se vió en la proyección de Tissot, la cónica tangente pasa a ser secante intermedia, automecoica sobre dos paralelos que no interesa de momento definir, pero que serían dados por las mismas tablas de deformación, caso de que quisieran rehuirse los métodos o medios analíticos de determinación.

Se dispone, por consiguiente, del dato preciso

para establecer comparación entre las cónicas modificadas de Tissot y de Lambert, aunque mejor fuera asentarla sobre tablas extensas de las que no se dispone ni es momento oportuno calcular en la presente ocasión, por lo que a la segunda concierne.

Mas, antes de hacer la expresada comparación, obsérvese que la ortomorfa de Lambert no presenta fórmulas complicadas ni requiere cálculos muy prolijos, menos aún de temer en el día, ya que pueden atenuarse grandemente con el empleo de las máquinas de calcular, de uso corriente. También es de notar su simetría para la construcción, su simetría por hojas, la facilidad de compararlas por medio de escalas locales; en una palabra, que desde los puntos de vista gráficos, presenta iguales ventajas ni más ni menos que la de mínima deformación de Tissot.

Por fin, cabe la posibilidad de afrontar directamente los cálculos para establecer la proyección cónica secante intermedia, determinando desde luego los valores *ad hoc* de los parámetros que la regulan, como se hace en los Estados Unidos de América, según se ha podido comprobar. Pero la precisión de extenderlos y la de calcular las anamorfosis elementales, hacen que el propósito no sea de este lugar, por lo que basta con su exposición.

Por lo demás, intuitivamente puede aventurarse que, aun ensayando varias cónicas secantes intermedias, difícil fuera que resultaran más aceptables que la expuesta, basada analíticamente en una condición de mínima deformación.

CAPITULO IV

Comparación esquemática de ambas proyecciones

	TISSOT	LAMBERT
Elipse indicatriz desde el paralelo de 40° al inferior de 36°.....		Circunferencia
En el paralelo de 40°.....	Circunferencia	
Elipse indicatriz desde el paralelo de 40° al superior de 44°.....		Circunferencia
Máxima anamorfosis en el meridiano.....	1,001214	
Máxima anamorfosis en el paralelo.....	1,001171	1,00119
Máxima anamorfosis negativa en el meridiano y en el paralelo medio.....	0,99878	0,99881
Promedio de los máximos, si se admite esa ampliación de concepto.....	1,00119	1,00119
Máxima deformación angular...	9",2	0
Facilidad de fórmulas y construcción.....	igual	igual
Variantes en longitud aunque entre límites muy reducidos, según las direcciones.....	existen	no existen
Variantes angulares aunque pequeñas.....	existen	no existen

Así, pues, en el orden matemático estricto, son indiscutibles la mayor justéza, la mayor armonía y la mejor uniformidad, digámoslo así, de la ortomorfa pura, que además, conserva las distancias con mayor aproximación, aunque sea ligera la discrepancia con la de mínima deformación.

Cierto que, pudiera objetarse, que en el terreno práctico son absolutamente iguales. Sin rechazar la objeción, puede asegurarse que las ortomorfias, aunque muchas veces se ha creído otra cosa, no producen mayores deformaciones lineales que las otras, antes al contrario. Y cierto también, y probado queda, que para las aplicaciones precisas, son preferibles las ortomorfias rigurosas a las que no cumplen esa condición de autogonismo con todo rigor.

Si las cartas futuras españolas han de encaminarse a la consecución de los altos fines que el progreso científico les abre, deberán emplearse proyecciones conformes que les permitan llenar su misión; y ello pudiera inducir a la unificación de los sistemas proyectivos, en aras de la armonía que debe presidir en la cartografía toda de un país, para acomodar entre sí sus componentes sin dificultades ni dilaciones cuando las circunstancias lo demandaren. Las proyecciones conformes han de ser sin duda las proyecciones del porvenir.

Sólo resta, para terminar el plan prefijado, el planteo y la resolución de algunos casos concretos encaminados a formar composición de lugar sobre las deformaciones finitas.

Se trata, pues, de determinar qué alteraciones de línea y de dirección experimentan en la proyección las grandes distancias objetivas.

Consideración de algunos casos concretos

En el elipsoide de Struve, según un cálculo previo realizado para determinarlo, los puntos *A*, *B*, *C* y *D*, que tienen por coordenadas geográficas las que se detallan a continuación, definen,

con el *P*, que tiene una longitud geográfica igual a cero y una latitud de 36° , los lados y azimutes de éstos que también se especifican, contados dichos azimutes desde el N. por el E. hacia el S. y estando referidos al N. astronómico de *P*.

Puntos	Longitudes	Latitudes	Azimutes	Lados
P	$0^\circ 0' 0''$	$36^\circ 0' 0''$		
A	$0^\circ 10' 14'',95$	$36^\circ 19' 55'',56$	$22^\circ 35' 24''$	39927 ms.
B	$0^\circ 18' 55'',62$	$36^\circ 15' 13'',68$	$45^\circ 8' 44'',55$	39993 »
C	$0^\circ 24' 41'',32$	$36^\circ 8' 13'',12$	$67^\circ 35' 4'',24$	40065 »
D	$0^\circ 26' 36'',99$	$35^\circ 59' 57'',08$	$89^\circ 59' 54'',16$	39999 »

Así, pues, esas longitudes, las de los lados, son muy aproximadas a 40 kilómetros, siendo, además, bien variadas las direcciones en que se extienden.

Yacen, además, en la zona de máxima deformación de las proyecciones examinadas. Situémoslos en ellas.

PROYECCION LAMBERT DE FORMULA RIGUROSA Y OR- TOMORFA (MODIFICADA).

Cálculo de las colatitudes geocéntricas de A, B, C, D y P

$$e^2 = 0,00677436$$

$$1 - e^2 = 0,9932256$$

$$\log. (1 - e^2) = 1,9970479$$

$$A \quad 1,9970479 = \log. (1 - e^2)$$

$$1,8665448 = \log. \text{tg. } (36^\circ 19' 55'' 56)$$

$$1,8635927 = \log. \text{tg. geocéntrica}$$

$36^{\circ} 8' 47'', 03 = \text{latitud geocéntrica.}$

$53^{\circ} 51' 12'', 97 = \text{colatitud geocéntrica. } A \left(\frac{\alpha}{2} \right) = 26^{\circ} 55' 36'', 48$

$26^{\circ} 55' 36'', 48 = \text{semicolatitud geocéntrica.}$

B $\bar{1},9970479 = \log. (1 - e^2)$

$\bar{1},8653008 = \log. \text{tg. } (36^{\circ} 15' 13'', 68)$

$\bar{1},8623487 = \log. \text{tg. geocéntrica.}$

$36^{\circ} 4' 5'', 74 = \text{latitud geocéntrica.}$

$53^{\circ} 55' 54'', 26 = \text{colatitud geocéntrica. } B \left(\frac{\alpha}{2} \right) = 26^{\circ} 57' 57'', 13$

$26^{\circ} 57' 57'', 13 = \text{semicolatitud geocéntrica.}$

C $\bar{1},9970479 = \log. (1 - e^2)$

$\bar{1},8634428 = \log. \text{tg. } (36^{\circ} 8' 13'', 12)$

$\bar{1},8604907 = \log. \text{tg. geocéntrica.}$

$35^{\circ} 57' 6'', 07 = \text{latitud geocéntrica.}$

$54^{\circ} 2' 53'', 93 = \text{colatitud. } \quad \times \quad C \left(\frac{\alpha}{2} \right) = 27^{\circ} 1' 26'', 96$

$27^{\circ} 1' 26'', 96 = \text{semicolatitud } \times$

D $\bar{1},9970479 = \log. (1 - e^2)$

$\bar{1},8612481 = \log. \text{tg. } (35^{\circ} 59' 59'', 08)$

$\bar{1},8582960 = \log. \text{tg. geocéntrica.}$

$35^{\circ} 48' 51'', 05 = \text{latitud geocéntrica.}$

$54^{\circ} 11' 8'', 95 = \text{colatitud } \quad \times \quad D \left(\frac{\alpha}{2} \right) = 27^{\circ} 5' 34'', 47$

$27^{\circ} 5' 34'', 47 = \text{semicolatitud } \times$

P $\bar{1},9970479 = \log. (1 - e^2)$

$\bar{1},8612610 = \log. \text{tg. } 36^{\circ}$

$\bar{1},8583089 = \log. \text{tg. geocéntrica. } P \left(\frac{\alpha}{2} \right) = 27^{\circ} 5' 33'', 02$

$35^{\circ} 48' 53'', 96 = \text{latitud geocéntrica.}$

$54^{\circ} 11' 6'', 04 = \text{colatitud } \quad \times$

$27^{\circ} 5' 33'', 02 = \text{semicolatitud } \quad \times$

$$40^{\circ} \left(\frac{\alpha}{2} \right) \begin{cases} \bar{1},9970479 = \log. (1 - e^2) \\ \bar{1},9238135 = \log. \operatorname{tg}. 40^{\circ} \\ \bar{1},9208614 = \log. \operatorname{tg}. \text{geocéntrica.} \\ 39^{\circ} 48' 30'' = \text{latitud geocéntrica.} \\ 50^{\circ} 11' 30'' = \text{colatitud} \quad * \\ 25^{\circ} 5' 45'' = \text{semicolatitud} \quad * \end{cases}$$

Resumen de colatitudes geocéntricas

		$\left(\frac{\alpha}{2} \right)$	
A	26 ⁰	55'	36'', 48
B	26 ⁰	57'	57'', 13
C	27 ⁰	1'	26'', 96
D	27 ⁰	5'	34'', 47
P	27 ⁰	5'	33'', 02

Cálculo del radio del paralelo medio

$$\begin{aligned} A_0 &= N_0 \cotg. l_0 \\ \log. N_0 &= 6,8053122 \\ \log. \cotg. l_0 &= 0,0761865 \\ \log. \text{factor de} & \\ \text{reducción.} & \left. \vphantom{\log. \text{factor de}} \right\} = \bar{1},9994833 \\ A_0 &= 6,8809820 = \log. \text{del radio medio, reducido} \end{aligned}$$

El factor de reducción es igual a 0,998811, puesto que la máxima anamorfosis lineal es 1,00238
 Valor del radio medio, reducido

$$A_0 = 7602947,0 \text{ metros.}$$

Cálculo de la constante C, reducida

$$\begin{aligned} C &= N_0 \cotg. l_0 = \frac{1}{\left(\operatorname{tg}. \frac{\alpha_0}{2} \right)^{\operatorname{sen}. l_0}} \\ \log. A_0 (\text{reducido}) &= 6,8809820 \\ \operatorname{colog.} \left(\operatorname{tg}. \frac{\alpha_0}{2} \right)^{\operatorname{sen}. l_0} &= 0,2117556 \\ \log. C (\text{reducido}) &= 7,0927376 \end{aligned}$$

Cálculo de los radios reducidos

$$\left. \begin{array}{l} \log. C = 7,0927376 \\ \log. \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right)^{\operatorname{sen.} l_0} = 1,8108876 \\ \log. A = 6,9036252 \end{array} \right\} \text{Punto A}$$

$$\left. \begin{array}{l} \log. C = 7,0927376 \\ \log. \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right)^{\operatorname{sen.} l_0} = 1,8113588 \\ \log. A = 6,9040964 \end{array} \right\} \text{Punto B}$$

$$\left. \begin{array}{l} \log. C = 7,0927376 \\ \log. \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right)^{\operatorname{sen.} l_0} = 1,8120610 \\ \log. A = 6,9047986 \end{array} \right\} \text{Punto C}$$

$$\left. \begin{array}{l} \log. C = 7,0927376 \\ \log. \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right)^{\operatorname{sen.} l_0} = 1,8128878 \\ \log. A = 6,9056254 \end{array} \right\} \text{Punto D}$$

$$\left. \begin{array}{l} \log. C = 7,0927376 \\ \log. \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right)^{\operatorname{sen.} l_0} = 1,8128830 \\ \log. A = 6,9056206 \end{array} \right\} \text{Punto P}$$

Cálculo de los ángulos entre meridianos

$$\omega = m. \operatorname{sen.} 40^\circ.$$

$$\begin{array}{ll} \text{Punto A . } 10' 14'', 95 = 614'', 95 & \log. 614,95 = 2,7888398 \\ & \log. \operatorname{sen.} 40^\circ = 1,8080675 \\ \omega = 6' 35'', 28 & \log. \omega = 2,5969073 \\ & \omega'' = 395'', 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Punto B . } 18' 55'', 62 = 1135'', 62 & \log. 1135,62 = 3,0552331 \\ & \log. \operatorname{sen.} 40^\circ = 1,8080675 \\ \omega = 12' 9'', 96 & \log. \omega = 2,8633006 \\ & \omega'' = 729'', 96 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Punto C. } 24' 41'', 32 &= 1481'', 32 & \log. 1481,32 &= 3,1706489 \\ & & \log. \text{ sen. } 40^\circ &= 1,8080675 \\ \omega &= 15' 52'', 17 & \log. \omega &= 2,9787164 \\ & & \omega'' &= 952'', 17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Punto D. } 26' 36'', 99 &= 1596'', 99 & \log. 1596,99 &= 3,2033022 \\ & & \log. \text{ sen. } 40^\circ &= 1,8080675 \\ \omega &= 17' 6'', 52 & \log. \omega &= 3,0113697 \\ & & \omega'' &= 1026'', 52 \end{aligned}$$

Resumen de los ángulos ω

$$\left. \begin{array}{l} A \quad 6' 35'', 28 \\ B \quad 12' 9'', 96 \\ C \quad 15' 52'', 17 \\ D \quad 17' 6'', 52 \end{array} \right\} \text{ en la carta, con el meridiano de P.}$$

Cálculo de las coordenadas rectangulares

$$x = r. \text{ sen. } \omega$$

$$y = r, - r. \cos. \omega$$

Punto A

$$\begin{aligned} \log. r &= 6,9036252 \\ \log. \text{ sen. } \omega &= 3,2824759 \\ \log. x &= 4,1861011 & x &= 15349,74 \text{ ms.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log. r &= 6,9036252 \\ \log. \cos. \omega &= 1,9999992 \\ &= 6,9036244 \\ r \cos. \omega &= 8009850 \\ r_0 &= 7602947 & y &= -406903 \text{ ms.} \end{aligned}$$

Punto B

$$\begin{aligned} \log. r &= 6,9040964 \\ \log. \text{ sen. } \omega &= 3,5488725 \\ \log. x &= 4,4529689 & x &= 28377,15 \text{ ms.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log. r &= 6,9040964 \\ \log. \cos. \omega &= 1,9999973 \\ &= 6,9040937 \\ r \cos. \omega &= 8018511 \\ r_0 &= 7602947 & y &= -415564 \text{ ms.} \end{aligned}$$

Punto C

$$\begin{aligned}
 \log. r &= 6,9047986 \\
 \log. \text{sen. } \omega &= \bar{3},6642869 \\
 \log. x &= 4,5690855 & x = 37075,37 \text{ ms} \\
 \log. r &= 6,9047986 \\
 \log. \cos. \omega &= \bar{1},9999954 \\
 &6,9047940 \\
 r \cos. \omega &= 8031450 & y = -428503 \text{ ms.} \\
 r_0 &= 7602947
 \end{aligned}$$

Punto D

$$\begin{aligned}
 \log. r &= 6,9056254 \\
 \log. \text{sen. } \omega &= \bar{3},6969404 \\
 \log. x &= 4,6025658 & x = 40046,62 \text{ ms.} \\
 \log. r &= 6,9056254 \\
 \log. \cos. \omega &= \bar{1},9999946 \\
 &6,9056200 \\
 r \cos. \omega &= 8046740,7 & y = -443793,7 \text{ ms.} \\
 r_0 &= 7602947,0
 \end{aligned}$$

Punto P

$$\begin{aligned}
 & & x = 0 \dots\dots \text{ms.} \\
 \log. r &= 6,9056206 \\
 r &= 8046751,8 \\
 r_0 &= 7602947,0 & y = -443804,8 \text{ ms.}
 \end{aligned}$$

Resumen de coordenadas rectangulares

Puntos	— X —	— Y —
P	0	- 443804,8
A	+ 15349,74	- 406903,0
B	+ 28377,15	- 415564,0
D	+ 37075,37	- 428503,0
C	+ 40046,62	- 443793,7

Cálculo de direcciones y distancias en función de las coordenadas rectangulares (Fig. 1.^a)

Direcciones

$$\begin{aligned} P A, \operatorname{tg.} \alpha &= \frac{A M}{P M} \log. A M = 4,5670499 \\ \text{colog. } P M &= \bar{5},8138989 \\ \log. \operatorname{tg.} \alpha &= 0,3809488 \\ \alpha &= 67^{\circ} 24' 52'', 78 \\ \text{Dirección de } P A \dots &= 22^{\circ} 35' 7'', 22 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P B, \operatorname{tg.} \alpha &= \frac{B N}{P N} \log. B N = 4,4508801 \\ \text{colog. } P N &= \bar{5},5470311 \\ \log. \operatorname{tg.} \alpha &= \bar{1},9979112 \\ \alpha &= 44^{\circ} 51' 43'', 96 \\ \text{Dirección de } P B \dots &= 45^{\circ} 8' 16'', 04 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P C, \operatorname{tg.} \alpha &= \frac{C H}{P H} \log. C H = 4,1847482 \\ \text{colog. } P H &= \bar{5},4309145 \\ \log. \operatorname{tg.} \alpha &= \bar{1},6156627 \\ \alpha &= 22^{\circ} 25' 38'', 10 \\ \text{Dirección de } P C \dots &= 67^{\circ} 34' 21'', 90 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P D, \operatorname{tg.} \alpha &= \frac{D Q}{P Q} \log. D Q = 1,0453230 \\ \text{colog. } P Q &= \bar{5},3974342 \\ \log. \operatorname{tg.} \alpha &= \bar{4},4427572 \\ \alpha &= 0^{\circ} 0' 57'', 17 \\ \text{Dirección de } P D \dots &= 89^{\circ} 59' 2'', 83 \end{aligned}$$

Diferencias de dirección

$$\begin{aligned} P A \left\{ \begin{array}{l} \text{Elipsoide} = 22^{\circ} 35' 24'' \\ \text{Carta} = 22^{\circ} 35' 7'', 22 \end{array} \right\} &= 16'', 78 \\ P B \left\{ \begin{array}{l} \text{Elipsoide} = 45^{\circ} 8' 44'', 55 \\ \text{Carta} = 45^{\circ} 8' 16'', 04 \end{array} \right\} &= 28'', 51 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} P A \\ P B \end{array}} \right\} 11'', 73$$

$$\begin{array}{l}
 P C \left\{ \begin{array}{l} \text{Elipsoide} = 67^{\circ} 35' 4'', 24 \\ \text{Carta} = 67^{\circ} 34' 21'', 90 \end{array} \right\} = 42'', 34 \quad 13'', 83 \\
 P D \left\{ \begin{array}{l} \text{Elipsoide} = 89^{\circ} 59' 54'', 16 \\ \text{Carta} = 89^{\circ} 59' 2'', 83 \end{array} \right\} = 51'', 33 \quad 8'', 99
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} P C \\ P D \end{array}} \right\} 8'', 99$$

Cálculo de las distancias en función de las coordenadas rectangulares

$$\begin{array}{l}
 P A \quad \log. P M = 4,1861011 \\
 2 \log. P M = 8,3722022 \\
 \log. A M = 4,5670499 \\
 2 \log. A M = 9,1340998 \\
 \log. \text{ suma cuadrados} = 9,2034062 \\
 \log. P A = 4,6017031 \\
 P A = 39967,13 \text{ ms.}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} P A \\ 2 \log. P M \\ \log. A M \\ 2 \log. A M \end{array}} \right\} = 1597372285$$

$$\begin{array}{l}
 P B \quad \log. P N = 4,4529689 \\
 2 \log. P N = 8,9059378 \\
 \log. B N = 4,4508801 \\
 2 \log. B N = 8,9017602 \\
 \log. \text{ suma cuadrados} = 9,2048841 \\
 \log. P B = 4,6024420 \\
 P B = 40035,20
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} P B \\ 2 \log. P N \\ \log. B N \\ 2 \log. B N \end{array}} \right\} = 1602817860$$

$$\begin{array}{l}
 P C \quad \log. P H = 4,5690855 \\
 2 \log. P H = 9,1381710 \\
 \log. C H = 4,1847482 \\
 2 \log. C H = 8,3694964 \\
 \log. \text{ suma cuadrados} = 9,2064844 \\
 \log. P C = 4,6032422 \\
 P C = 40109,03
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} P C \\ 2 \log. P H \\ \log. C H \\ 2 \log. C H \end{array}} \right\} = 1608734416$$

$$\begin{array}{rcl}
 P D \quad \log. D Q = 1,0791812 & \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} 144,0 & \\
 2 \log. D Q = 2,1583624 & & \\
 \log. P Q = 4,6025658 & \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} 1603731365 & \\
 2 \log. P Q = 9,2051316 & & \\
 \log. \text{ suma cuadrados} = 9,2051316 & & \\
 \log. P D & = & 4,6025658 \\
 P D & = & 40046,62
 \end{array}
 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} = 1603731509$$

Diferencias en distancia

$$P - A \left\{ \begin{array}{l} \text{Elipsoide} = 39927 \\ \text{Carta} = 39967 \end{array} \right\} 40 \text{ ms.}$$

$$P - B \left\{ \begin{array}{l} \text{Elipsoide} = 39993 \\ \text{Carta} = 40035 \end{array} \right\} 42 \text{ ms.}$$

$$P - C \left\{ \begin{array}{l} \text{Elipsoide} = 40065 \\ \text{Carta} = 40109 \end{array} \right\} 44 \text{ ms.}$$

$$P - D \left\{ \begin{array}{l} \text{Elipsoide} = 39999 \\ \text{Carta} = 40046 \end{array} \right\} 47 \text{ ms.}$$

Convencionalmente, y como síntesis de los anteriores resultados, se puede recurrir al gráfico, que no tiene ningún valor geométrico (Fig. 2.^a).

La circunferencia V define el área infinitesimal objetiva.

La T, la proyectada de la anterior, alterada por la máxima anamorfosis, pero mantenedora de los ángulos y de las distancias modificadas, en cualquier dirección.

La S, el área de la zona finita objetiva, por extensión de la infinitesimal, conservadora de los

ángulos verdaderos, pero, alterada en distancias por el valor de las transformadas de las Secciones normales, todas ellas de distinta curvatura.

La R, la proyección de la anterior deformada en valores angulares, y deformada en línea por razón del medio representativo, en la forma y manera que determinan los cálculos anteriores.

Las R y S, claro está que no son circunferencias. Las curvas R y S son cada vez más divergentes en el sentido de la flecha.

Las distancias $A - A_1$, $B - B_1$, dan la sensación de los desplazamientos de los puntos.

TERCER SISTEMA DE TISSOT

Cálculo de los valores de Δ en la fórmula definitiva de los radios

Punto	$L - L_0$	Δ	Δ^2	Δ^3
A	3° 40' 4", 44	22, 007400	484, 3256548	10658, 74842
B	3° 44' 46", 32	22, 477200	505, 2245198	11356, 03258
C	3° 51' 46", 88	23, 178133	537, 2243196	12451, 83900
D	4° 00' 2", 92	24, 004867	576, 2336396	13832, 41186

Cálculo de los radios

(Fórmula núm. 53, pág. 118 del libro de Cebrián y Los Arcos.)

Punto A	$r = 8.009.692,08$	} tomados del mismo libro
» B	$r = 8.018.387,97$	
» C	$r = 8.031.362,69$	
» D	$r = 8.046.669,35$	
» P	$r = 8.046.579,25$	
	$r_0 = 7.602.781,57$	

Cálculo de los ángulos de los meridianos con el del punto P.

$$\omega = m. \text{ sen } 40^0$$

$$\text{Punto A } \omega = 6' 35'', 28$$

$$» \text{ B } \omega = 12' 9'', 96$$

$$» \text{ C } \omega = 15' 52'', 17$$

$$» \text{ D } \omega = 17' 6'', 52$$

Cálculo de las coordenadas rectangulares

$$x = r \text{ sen. } \omega$$

$$y = r_0 - r. \text{ cos. } \omega$$

Punto A

$$\log. r = 6,9036159$$

$$\log. \text{ sen. } \omega = \bar{3},2824794$$

$$\log. x = 4,1860953$$

$$x = + 15.350 \text{ ms.}$$

$$\log. r = 6,9036159$$

$$\log. \text{ cos. } \omega = \bar{1},9999992$$

$$6,9036151$$

$$r \text{ cos. } \omega = 8.009.678$$

$$r_0 = 7.602.782$$

$$y = - 406.896 \text{ ms.}$$

Punto B

$$\log. r = 6,9040871$$

$$\log. \text{ sen. } \omega = \bar{3},5488731$$

$$\log. x = 4,4529602$$

$$x = + 28.377 \text{ ms.}$$

$$\log. r = 6,9040871$$

$$\log. \text{ cos. } \omega = \bar{1},9999973$$

$$6,9040844$$

$$r \text{ cos. } \omega = 8.018.339$$

$$r_0 = 7.602.782$$

$$y = - 415.557 \text{ ms.}$$

Punto C

$$\log. r = 6,9047892$$

$$\log. \text{ sen. } \omega = \bar{3},6642879$$

$$\log. x = 4,5690771$$

$$x = + 37.075 \text{ ms.}$$

$$\begin{aligned}
 \log. r &= 6,9047892 \\
 \log. \cos. \omega &= 1,9999954 \\
 &6,9047846 \quad y = - 428.496 \text{ ms.} \\
 r \cos. \omega &= 8.031.278 \\
 r_0 &= 7.602.782
 \end{aligned}$$

Punto D

$$\begin{aligned}
 \log. r &= 6,9056161 \\
 \log. \sin. \omega &= 3,6969446 \\
 \log. x &= 4,6025607 \quad x = + 40.046 \text{ ms.} \\
 \log. r &= 6,9056161 \\
 \log. \cos. \omega &= 1,9999946 \\
 &6,9056107 \\
 r \cos. \omega &= 8.046.569 \quad y = - 443.787 \text{ ms.} \\
 r_0 &= 7.602.782
 \end{aligned}$$

Punto P

$$\begin{aligned}
 r &= 8.046.579 \quad x = 0 \text{ ms} \\
 r_0 &= 7.602.782 \quad y = - 443.798 \text{ ms.}
 \end{aligned}$$

Resumen de coordenadas rectangulares

Puntos	— x —	— y —
P	0	— 443.798
A	+ 15.350 ms.	— 406.896
B	+ 28.377	— 415.557
C	+ 37.075	— 428.496
D	+ 40.046	— 443.787

Cálculo de direcciones y distancias en función de las coordenadas rectangulares

Direcciones

$$\begin{aligned}
 P A \quad \text{tag. } \alpha &= \frac{A M}{P M} \quad \log. A M = 4,5670499 \\
 &\quad \text{colog. } P M = \bar{5},8139047 \\
 &\quad \log. \text{tg. } \alpha = 0,3809546 \\
 \text{Dirección } P A \dots &= 22^\circ 35' 6'',25
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{P B} \quad \text{tag. } \alpha &= \frac{\text{B N}}{\text{P N}} \quad \log. \text{A M} = 4,4508801 \\ &\quad \text{colog. P N} = \bar{5},5470398 \\ &\quad \log. \text{tg. } \alpha = \bar{1},9979199 \\ &\quad \text{Dirección P B} \dots\dots = 45^{\circ} 08' 13'',97 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{P C} \quad \text{tag. } \alpha &= \frac{\text{C H}}{\text{P H}} \quad \log. \text{C H} = 4,1847482 \\ &\quad \text{colog. P H} = \bar{5},4309229 \\ &\quad \log. \text{tg. } \alpha = \bar{1},6156711 \\ &\quad \text{Dirección P C} \dots\dots = 67^{\circ} 34' 20'',49 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{P D} \quad \text{tag. } \alpha &= \frac{\text{D Q}}{\text{P Q}} \quad \log. \text{D Q} = 1,0413930 \\ &\quad \text{colog. P Q} = \bar{5},3974393 \\ &\quad \log. \text{tg. } \alpha = \bar{4},4388323 \\ &\quad \text{Dirección P D} \dots\dots = 89^{\circ} 59' 30'',35 \text{ } 03'' \end{aligned}$$

Diferencias de dirección

$$\text{P A} \left\{ \begin{array}{l} \text{Elipsoide} = 22^{\circ} 35' 24'' \\ \text{Carta} = 22^{\circ} 35' 6'',25 \end{array} \right\} = 17'',75$$

$$\text{P B} \left\{ \begin{array}{l} \text{Elipsoide} = 45^{\circ} 8' 44'',55 \\ \text{Carta} = 45^{\circ} 8' 13'',97 \end{array} \right\} = 30'',58$$

$$\text{P C} \left\{ \begin{array}{l} \text{Elipsoide} = 67^{\circ} 35' 4'',24 \\ \text{Carta} = 67^{\circ} 34' 20'',49 \end{array} \right\} = 43'',75$$

$$\text{P D} \left\{ \begin{array}{l} \text{Elipsoide} = 89^{\circ} 59' 54'',16 \\ \text{Carta} = 89^{\circ} 59' 3'',35 \end{array} \right\} = 50'',81$$

Cálculo de las distancias en función de las coordenadas rectangulares y la orientación

$$D = \frac{x}{\text{sen. } 0} \quad (\text{Fig. 3.ª})$$

Punto A

$$\begin{aligned} \log. x &= 4,1860953 \\ \log. \text{sen. } 0 &= \bar{1},5843931 \\ \log. D &= 4,6017022 \quad D = 39.967 \text{ ms.} \end{aligned}$$

Punto B

$$\begin{aligned}\log. x &= 4,4529602 \\ \log. \text{sen. } 0 &= 1,8505226 \\ \log. D &= 4,6024376 \quad D = 40.035 \text{ ms.}\end{aligned}$$

Punto C

$$\begin{aligned}\log. x &= 4,5690771 \\ \log. \text{sen. } 0 &= 1,9658421 \\ \log. D &= 4,6032350 \quad D = 40.108 \text{ ms.}\end{aligned}$$

Punto D

$$\begin{aligned}\log. x &= 4,6025607 \\ \log. \text{sen. } 0 &= 0,0000000 \quad D = 40.046 \text{ ms.}\end{aligned}$$

Diferencias en distancias

$$P - A \left\{ \begin{array}{l} \text{Elipsoide} = 39.927 \\ \text{Carta} = 39.967 \end{array} \right\} + 40 \text{ ms}$$

$$P - B \left\{ \begin{array}{l} \text{Elipsoide} = 39.993 \\ \text{Carta} = 40.035 \end{array} \right\} + 42 \text{ »}$$

$$P - C \left\{ \begin{array}{l} \text{Elipsoide} = 40.065 \\ \text{Carta} = 40.108 \end{array} \right\} + 43 \text{ »}$$

$$P - D \left\{ \begin{array}{l} \text{Elipsoide} = 39.999 \\ \text{Carta} = 40.046 \end{array} \right\} + 47 \text{ »}$$

Resulta, pues, comparando ambas proyecciones, en sus aplicaciones, a distancias de 40 kilómetros en direcciones varias, que producen las siguientes alteraciones:

— Lambert —

— Tissot —

40 ms.	16",78	40 ms.	17",75
42 »	28",51	42 »	30",58
44 »	42",03	43 »	43",75
47 »	51",33	47 »	50",81

Así, pues, en definitiva, y dando por supuesto que las relaciones expresadas se mantengan en tésis, no en número, en los demás puntos de la carta, puede deducirse que, para los usos militares corrientes, es indiferente utilizar cualquiera de los dos sistemas representativos estudiados, si bien el Lambert tiene a su favor el de ser de aplicación geodésica por su cualidad de absolutamente conforme.

El estudio realizado, empero, permite asentar esa conclusión con conocimiento de causa, excluyendo la posibilidad de decidirse por un sistema pudiendo existir otro mejor.

Las diferencias lineales pueden atenuarse por la fijación de escalas locales. La relación entre las variantes lineales y angulares, antes consignadas, parecen inducir a pensar que incluso fuera posible, con un estudio amplio y detenido, extender otra escala de correcciones angulares, esto es, de infundir a la proyección un sentido de verdadera y completa exactitud.

Conclusión.—Para la construcción del Mapa Militar de España, de conjunto, se ha visto que las mejores proyecciones son, la de Tissot modificada y la ortomorfa de Lambert, y que pueden utilizarse, en la práctica, una u otra indiferentemente; pero por razón de las tendencias modernas, y de su aplicación geodésica, parece más racional acudir a la segunda de las estudiadas.

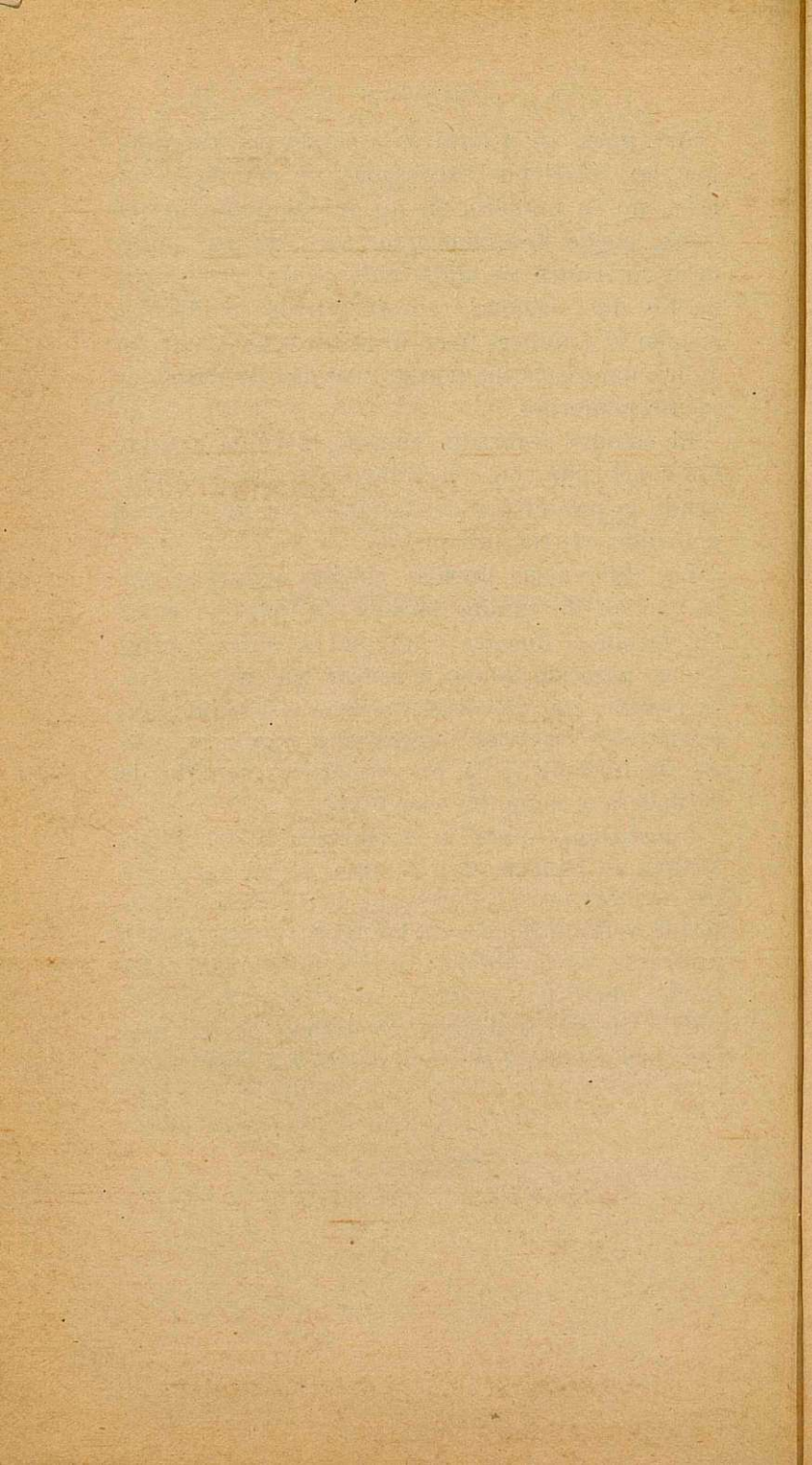
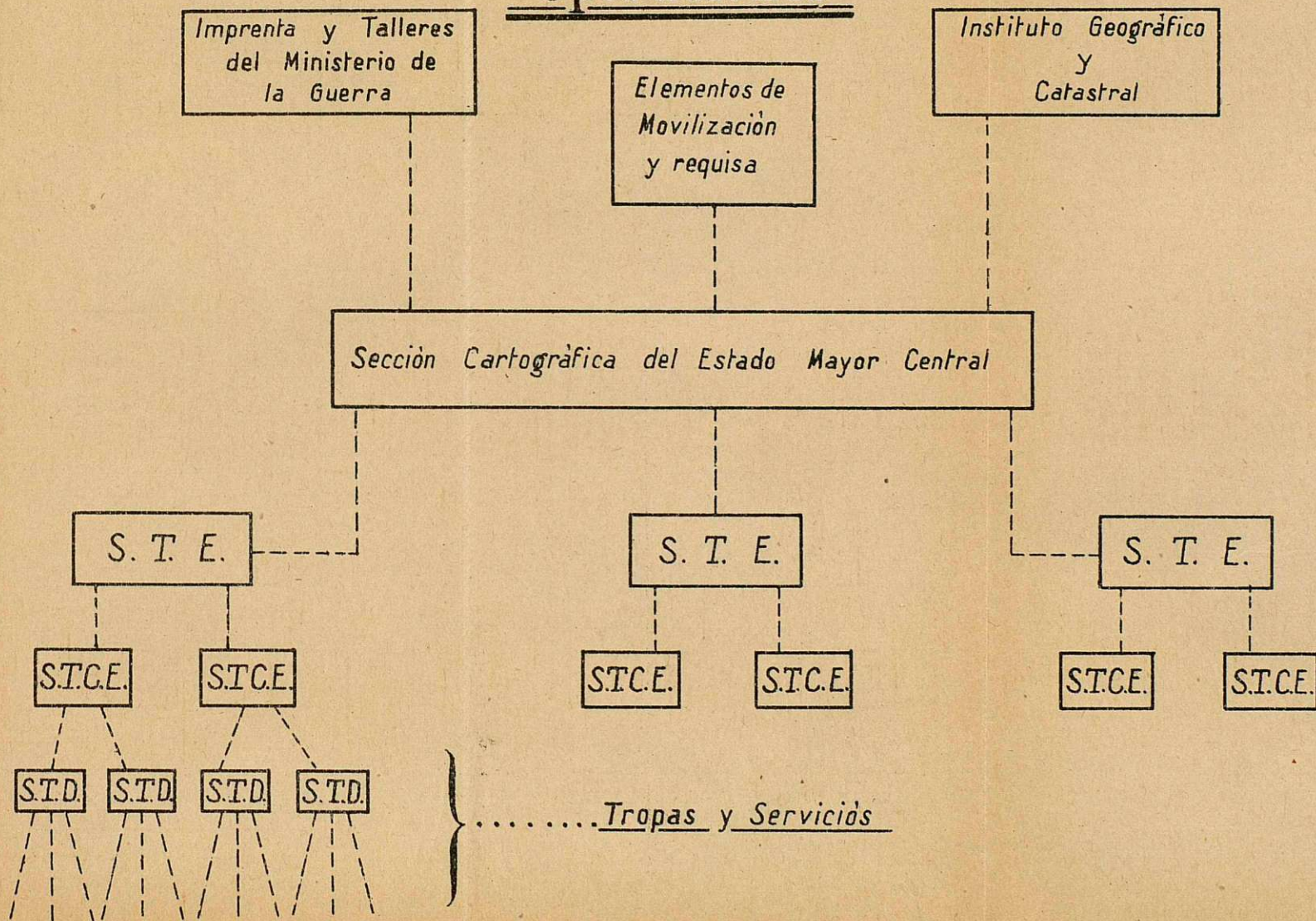


Gráfico y estados de distribución

A continuación se inserta un gráfico que resume el mecanismo de distribución de la cartografía, a través de los órganos especializados, en tiempo de guerra; y los estados que resumen los preceptos reglamentarios sobre formación y distribución de la Cartografía Reglamentaria, en los distintos períodos de paz y de guerra.

Grafico de Distribución de Cartografía en el Desarrollo de las Operaciones



CUADRO DE DOTACIÓN CARTOGRÁFICA EN TIEMPO DE PAZ

UNIDADES	EJEMPLARES DEL MAPA O PLANO EN							OBSERVACIONES
	500.000	200.000	100.000	50.000 T. M.	25.000	10.000	5.000	
Estado Mayor Central.....	»	»	»	»	»	»	»	Según sus necesidades.
Subsecretaría M. G.....	»	»	»	»	»	»	»	
Inspección General Ejército.....	2 (1)	3 (2)	4 (2)	2 (2)	2 (3)	1 (3)	1 (3)	(1) Colección completa del Mapa. (2) Las hojas del territorio de sus Divisiones. (3) Sólo las hojas de guarniciones o de campos de Instrucción de sus unidades. (4) De las hojas que abarquen las guarniciones de Caballería. (5) Las hojas del territorio de sus islas. (6) Las hojas de la zona que abarque sus guarniciones. (7) Las hojas necesarias para los itinerarios de concentración de la Unidad en su posible zona de actuación. (8) Las hojas del territorio de la Inspección a que están afectas. (9) Las hojas de alrededor de la guarnición. (10) Cada colección es de la zona que interesa a un Batallón.
División Orgánica.....	1 (2)	3 (2)	6 (2)	3 (2)	4 (3)	2 (3)	2 (3)	
División de Caballería.....	2 (1)	2 (1)	3 (4)	2 (4)	2 (4)	2 (4)	2 (3)	
Comandancia General (B. ^s y C. ^s).....	1 (5)	1 (5)	2 (5)	3 (5)	2 (5)	2 (5)	2 (3)	
Brigada de Infantería.....	»	1 (6)	1 (6)	1 (6)	4 (6)	4 (6)	4 (3)	
Brigadas de Montaña.....	»	1 (7)	1 (6)	1 (6)	4 (6)	4 (6)	4 (3)	
Idem de Caballería.....	»	1 (7)	1 (6)	1 (6)	2 (6)	2 (4)	2 (3)	
Idem de Artillería.....	»	1 (6)	2 (6)	2 (6)	4 (6)	4 (6)	2 (3)	
Escuadra de Aviación.....	1 (1)	4 (1)	1 (8)	»	5 (3)	»	»	
Medias Brigadas de Montaña.....	»	1 (7)	»	1 (3)	3 (3)	2 (3)	2 (3)	
Regimiento de Infantería.....	»	1 (9)	»	1 (9)	13 (3)	16 (3)	6 (3)	
Idem de Caballería.....	»	2 (9)	»	1 (9)	9 (3)	3 (3)	3 (3)	
Idem de Artillería.....	»	1 (9)	»	2 (9)	18 (3)	6 (3)	3 (3)	
Idem de Carros.....	»	2 (9)	1 (9)	»	7 (3)	6 (3)	3 (3)	
Batallón de Montaña.....	»	1 (9)	»	1 (9)	6 (3)	6 (3)	2 (3)	
Idem de Ametralladoras.....	»	1 (9)	»	2 (9)	7 (3)	7 (3)	4 (3)	
Idem de Ciclistas.....	»	2 (9)	»	2 (9)	10 (9)	2 (9)	2 (3)	
Grupo de Auto-Ametralladoras.....	»	1 (7)	1 (9)	»	3 (3)	2 (3)	1 (3)	
Regimiento de Artillería a Caballo.....	»	2 (7)	»	2 (9)	20 (3)	10 (3)	6 (3)	
Grupo Mixto de Artillería.....	»	1 (5)	»	»	5 (3)	2 (3)	2 (3)	
Grupo de D. C. Aeronaves.....	»	2 (9)	2 (9)	2 (9)	4 (3)	»	»	(10) Cada colección es de la zona que interesa a un Batallón.
Grupo de Información de Artillería....	»	2 (9)	3 (9)	4 (9)	7 (3)	2 (3)	2 (3)	
Regimiento de Zapadores.....	»	1 (9)	»	1 (9)	3 (3)	12 (3)	12 (3)	
Batallón de ídem.....	»	1 (9)	»	1 (9)	2 (3)	6 (3)	6 (3)	
Grupo de Zapadores D. C.....	»	1 (7)	»	1 (9)	1 (9)	3 (3)	3 (3)	
Regimiento de Transmisiones.....	»	1 (1)	1 (1)	2 (9)	2 (9)	1 (3)	1 (3)	
Idem de Aerostación.....	»	1 (1)	1 (1)	»	3 (9)	1 (3)	1 (3)	
Idem de Ferrocarriles.....	1 (1)	1 (1)	»	3 (10)	»	3 (3)	3 (3)	
Batallón de Pontoneros.....	»	1 (9)	»	3 (9)	3 (9)	6 (3)	6 (3)	
Grupo de Alumbrado.....	»	1 (9)	»	1 (9)	3 (9)	»	»	
Comandancias de Intendencia.....	»	1 (9)	1 (9)	»	2 (3)	»	»	
Idem de Sanidad Militar.....	»	1 (9)	»	1 (9)	2 (9)	3 (3)	»	
Sección de evacuación Veterinaria.....	»	1 (9)	»	»	1 (3)	»	»	
Grupo Información Ejército E. Topografía.....	»	»	»	»	»	»	»	Lo que necesiten para sus fines.
Sección Topográfica de Inspección Ejército.....	»	»	»	»	»	»	»	
Sección Topográfica Divisionaria.....	»	»	»	»	»	»	»	
Jefatura de Aviación (oficina de mando)	»	»	»	»	»	»	»	

RESUMEN DE CARTOGRAFIA REGLAMENTARIA Y SU DISTRIBUCION (TIEMPO DE PAZ)

Organismo encargado de la formación	TITULO DEL DOCUMENTO	OBJETO A QUE SE DESTINA	MINUTA	DIBUJO Y TIRADA	FRACCION HASTA DONDE LLEGA LA DISTRIBUCION						
					E.° M.°	Infantería	Caballería	Artillería	Ingenieros	Carros	Aeronáutica
I. G. C.	Mapa del Instituto Geográfico en 1 : 500.000.	Estratégico - Aeromilitar y Automovilismo....	»	I. G. C.	Todos	»	»	»	Regimiento Ferrocarriles	»	Escuadra
Jefatura Aviación	Itinerarios de Aviación Militar en 1 : 400.000 y en 1 : 500.000.....	Viajes aéreos y datos de navegación.....	Jefatura Aviación	I. G. C.	»	»	»	»	»	»	Patrulla
S. C. E. M. C.	Mapa Militar Itinerario en 1 : 200.000.....	Logístico - Aviación y Automovilismo.....	S. T. D.	I. G. C.	Todos	Rgto. (1)	Grupo	Rgto. (1)	Batallón	Batallón	Escuadrilla
I. G. C. (3)	Mapa de Mando en 1 : 100.000.....	Táctico y plano director general.....	C. M. E.	I. G. C.	Todos	Brigada	Brigada (2)	Brigada (2)	Rgto. transmisiones y Aerostación	Rgto.	Escuadra
I. G. C.	Mapa Nacional en 1 : 50.000 (tipo militar)	Táctico. Para situaciones particulares y enlaces.	C. M. E.	I. G. C.	Todos	Rgto. (2)	Rgto. (2)	Grupo	Batallón		
I. G. C. (3)	Plano director en 1 : 25.000.....	Preparación del tiro, designación de objetivos y enlace de Inf. ^a y Art. ^a	C. M. E.	I. G. C.	Todos	Compañía	Escuadrón	Batería	Batallón	Sección	Escuadrilla
S. C. E. M.	Plano director en 1 : 10.000.....	Para frentes estabilizados y trazado de obras	S. T. D.	I. G. C.	Todos	Sección o pelotón	Escuadrón	Batería	Sección	Sección	
»	Plano director en 1 : 5.000.....	Se levantará solamente para casos particulares y se distribuye en su caso como el 10.000.									

(1) Las unidades independientes equivalentes al regimiento se consideran como éstas.

(2) Para escalones inferiores de cometido especial véase el cuadro de dotación.

(3) Se obtiene por transformación del Nacional, que forma este Centro.

RESUMEN DE LA DISTRIBUCION DE CARTOGRAFIA EN EL PERIODO DE CONCENTRACION

Organismo encargado de la formación	TITULO DEL DOCUMENTO	OBJETO A QUE SE DESTINA	MINUTA	DIBUJO Y TIRADA	FRACCION HASTA DONDE LLEGA LA DISTRIBUCION						
					E. M.	Infantería	Caballería	Artillería	Ingenieros	Carros	Aeronáutica
S. C. E. M. C.	Mapa en 1 : 500.000.....	Servir al mando para la acción de conjunto...	S. T. E.	I. G. C.	Ejército y superiores						
S. C. E. M. C.	M. M. I. 1 : 200.000.....	Para toda clase de Itinerario de las tropas...	S. T. D.	I. G. C.	Todos	Bón. (1)	Grupo (1)	Grupo (1)	Bón. (1)	Bón. (1)	Escuadrilla(1)
S. C. E. M. C.	Carta automovilista en 1 : 200.000.....	Para carruajes automóviles y de material pesado.....	S. T. E.	I. G. C.	Todos	Para todos los oficiales que manden convoy automóvil o de material pesado...				Compañía	Escuadrilla
C. G. E.	Carta para bombardeo de objetivos en 1:200.000.	Indicar a la Aviación y Artillería de largo alcance los puntos sensibles del enemigo...	2.ª Sección	S. T. E.	Ejército y superiores	»	»	Batería de largo alcance	»	»	Escuadrilla
Jefatura de Aviación	Carta aeronáutica para la noche en 1:200.000 (2)	Misiones de noche y balizamiento de Itinerarios	J. A.	I. G. C.	Ejército y superiores	»	»	Batería D. C. A.	»	»	Escuadrilla

(1) Para tropas aisladas hasta Sección o unidad similar.

(2) De carácter secreto.

RESUMEN DE LA CARTOGRAFIA EMPLEADA Y SU DISTRIBUCION EN OPERACIONES (MOVIMIENTO)

Organismo encargado de su formación	TITULO DEL DOCUMENTO	OBJETO A QUE SE LE DESTINA	MINUTA	DIBUJO Y TRAZADO	FRACCION HASTA DONDE LLEGA LA DISTRIBUCION							
					E. M.*	Infantería	Caballería	Artillería	Ingenieros	Carros	Aeronáutica	
S. C. E. M. C.	M. M. I. en 1:200.000 ...	Operaciones de conjunto (destinado al mando).....	S. T. D. S. T. C. E. (1)	I. G. C. S. T. E. (2)	Ejército y superiores							
S. C. E. M. C.	Mapa de mando en 1:100.000.....	Plano director general ..	C. M. E. S. T. C. E. (1)	I. G. C. S. T. E. (2)	P. M. Brigada, División y superiores	»	»	»	»	Regimiento	Escuadrilla Divisionaria	
S. C. E. M. C.	Mapa Nacional en 1:50.000 (tipo militar)	Situaciones particulares y enlace.....	C. M. E. S. T. D. (1)	I. G. C. S. T. E. (2)	Todos y P. M. Brigada	Compañía	Sección	Batería	Compañía	Sección	Patrulla	
S. C. E. M. C.	Plano director en 1:25.000	Situaciones de detalle, designación de objetivos, preparación y observación del tiro..	C. M. E. S. T. D. (1)	I. G. C. S. T. E. (2)	Todos y P. M. Brigada (3)	Compañía	Escuadrón	Batería	Compañía	Compañía	Escuadrilla	
Ejército	Croquis diario de la situación del enemigo en escala 1:100.000..	Resumen del servicio de información	2. ^a Sección de E. M.	S. T. E.	Todos							
Ejército	Carta de operaciones en 1:100.000.....	Reunir y resumir la situación de ambos bandos	2. ^a y 3. ^a Sección de E. M.	2. ^a Sección (4)	Ejército y superiores							
Ejército	Esquema de las organizaciones enemigas en 1:100.000.....	Presentar el conjunto de las organizaciones enemigas.....	2. ^a Sección y S. T. E.	S. T. E. (5)	C. E. y superiores							
Ejército	Mapa General de servicios en 100.000 (6)...	A disposición de los Estados Mayores para servicios y evacuaciones.....	2. ^a y 4. ^a Sección de E. M. y S. T. E.	S. T. E. (7)	Se distribuye como disponga el Jefe de E. M. E.							

(1) Estas se encargan de ponerlo al día.

(2) No hacen nuevas ediciones, sino hojas de rectificación.

(3) Para agrupaciones de tiro de ametralladoras.

(4) No se tira por ser muy secreto.

(5) Solo se tira cuando lo dispone el Mando.

(6) Otro análogo se forma en cada C. E. sobre la base del 1:50.000 que se llama «de Servicios de Cuerpo de Ejército».

(7) De tirada muy corta por ser de carácter secreto.

RESUMEN DE LA CARTOGRAFIA EMPLEADA Y SU DISTRIBUCION, EN PERIODO DE ESTABILIZACION

Organismo encargado de la formación	TITULO DEL DOCUMENTO	OBJETO A QUE SE DESTINA	MINUTA	DIBUJO Y TIRADA	FRACCION HASTA DONDE LLEGA LA DISTRIBUCION				
					E. M.	Infantería y Caballería	Artillería	Carros e Ingenieros	Aeronáutica
Ejército	Plano director en 1:25.000.....	Plano de conjunto de las organizaciones enemigas, designa- ción de objetivos y preparación del tiro..	S. T. E. (1)	S. T. E. Tirada I. G. C. y ele- mentos movi- lizados	Todos	Compañía Escuadrón (2)	Batería	Compañía	Escuadrilla (de observa- ción)
Ejército	Plano director en 1:10.000.....	Detalle de las primeras líneas enemigas.....	S. T. E. (1)	S. T. E. Tirada I. G. C. y ele- mentos movi- lizados	Todos	Compañía Escuadrón	Batería	Compañía	Escuadrilla (de observa- ción)
Ejército	Plano director con or- ganizaciones propias en 1:10.000 (3).....	Detalle de las primeras líneas propias y ene- migas.....	S. T. E. (1)	S. T. E. Tirada I. G. C. y ele- mentos movi- lizados	Todos	Batallón o grupo	Batería	Compañía	Escuadrilla (de observa- ción)
Ejército	Plano director en 1:5.000.....	Para la ofensiva y situa- ciones de Infantería..	S. T. E.	S. T. E. Tirada I. G. C. y ele- mentos movi- lizados	Todos	Sección o pelotón (4)	Batería	Sección	Escuadrilla (de observa- ción)
C. E.	Hojas de rectificación de los anteriores.....	Para la puesta al día entre dos ediciones..	S. T. C. E.	S. T. E.	Todos	A los que tengan el que se rectifica.			
Ejército	Cartas especiales del período de estabili- zación	Los que indica el nom- bre de cada una.....	S. T. E. (5)	S. T. E.	Todos	En principio Regimiento, o según indicaciones del Mando			

(1) La misión en este caso, es situar sobre el plano de tiempo de paz, las organizaciones enemigas.

(2) Solamente hasta Batallón o Grupo si se distribuye el 10.000.

(3) Puede ir en 1:25.000 si no está formado el 1:10.000.

(4) Cuando no sean períodos de ofensiva se distribuye como el 1:10.000.

(5) Estas minutas las traza la S. T. E. con los conjuntos que reciben de sus S. T. C. E. las que las hacen a base de los trabajos de campo que distribuyen entre sus S. T. D.

FIGURAS

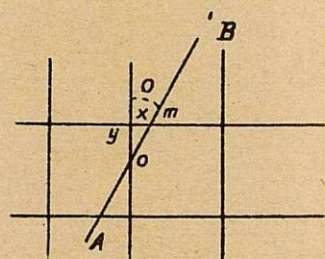


Fig.^a 1

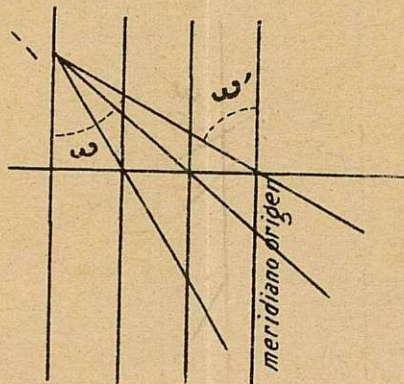


Fig.^a 2

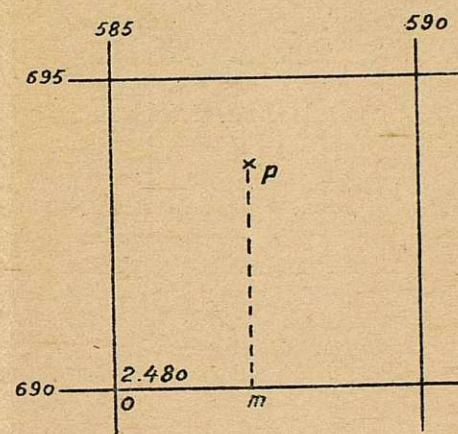


Fig.^a 3

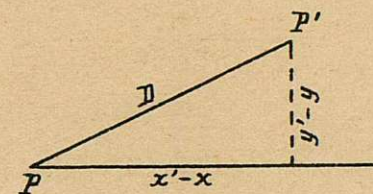


Fig.^a 4

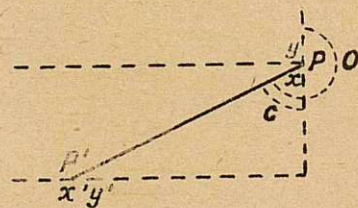


Fig.^a 5

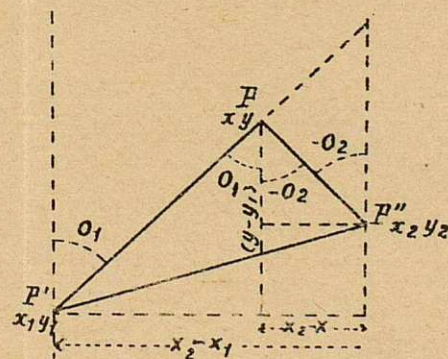
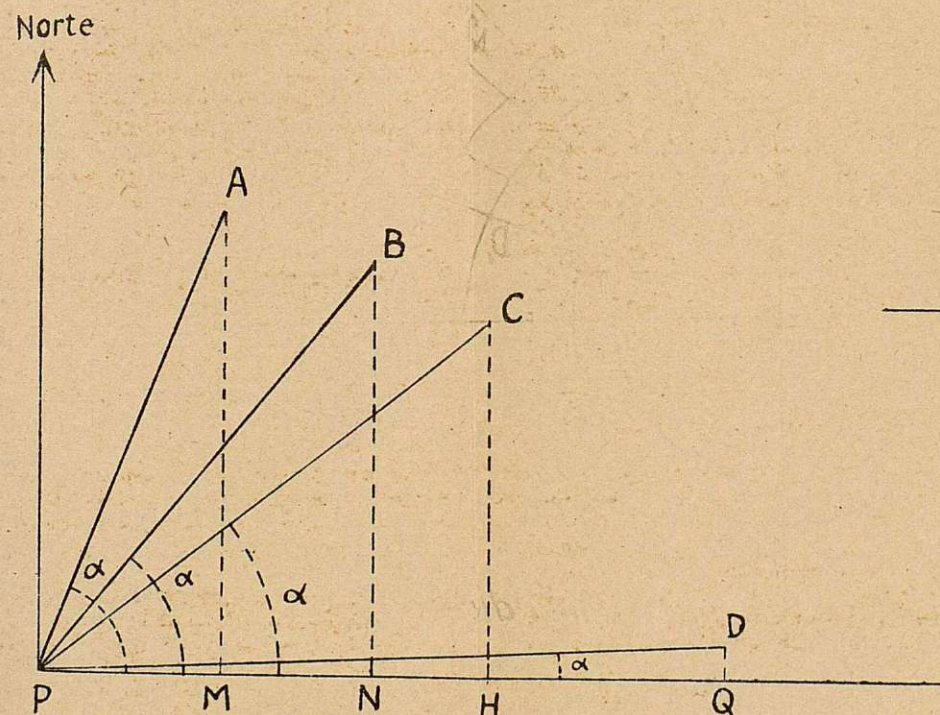


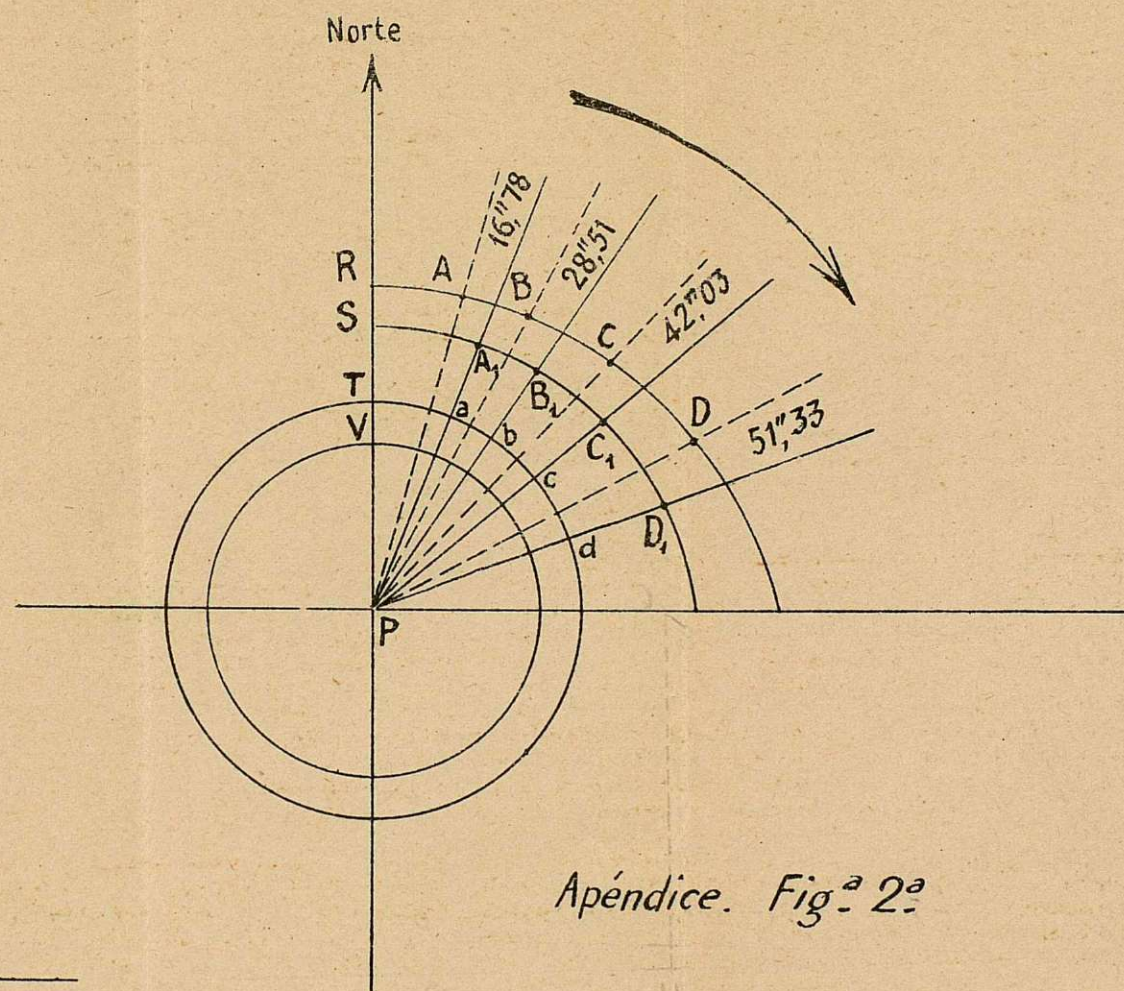
Fig.^a 6

581-II	
581-II(N.O.)	581-II(N.E.)
581-II(S.O.)	581-II(S.E.)

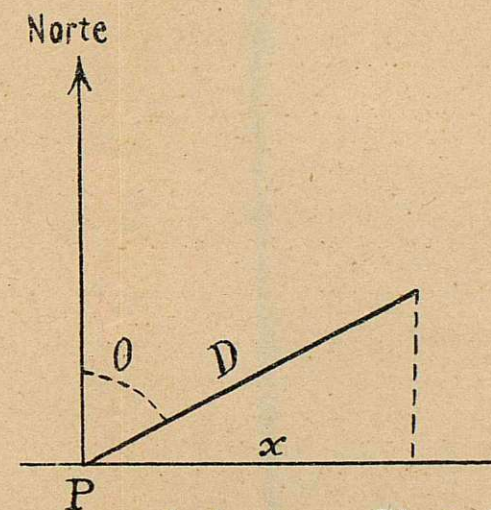
Fig.^a 7



Apéndice. Fig.^a 1.^a



Apéndice. Fig.^a 2.^a



Apéndice. Fig.^a 3.^a

INFANTERIA

	Edición	Precio
Instrucción táctica: Tomo I.....	1926	1,00
fd. fd. Tomo II.....	1929	1,75
Anexo I. Instrucción y empleo táctico de las unidades de ametralladoras.....	1926	0,75
fd. II. Instrucción y empleo táctico de las máquinas de acompañamiento de la Infantería. (Morteros)	1930	1,25
Anexos II (bis) al Reglamento Táctico de Infantería y II (bis) y VII (bis) al Reglamento para la Instrucción de tiro con Armas Portátiles	1931	1,00
fd. III. Instrucción y empleo táctico de los Carros ligeros (segunda edición).....	1930	0,75
Apéndice VI. Manejo y empleo táctico del fusil ametrallador Hotchkiss ligero, tipos I y II.....	1927	0,25

CABALLERIA

Instrucción táctica: Tomo I.....	1926	1,00
fd. fd. Tomo II.....	1926	1,00
Anexo I. Instrucción y empleo táctico de las ametralladoras de Caballería.....	1929	0,75
Equitación militar.....	1926	2,00
Juego del Polo militar.....	1926	1,50

ARTILLERIA

Instrucción táctica (a pie).....	1926	1,00
fd. fd. («de carroteo»).....	1927	0,50
fd. fd. de Artillería de Montaña.....	1927	1,25
Reglamento Topográfico Artillero. Tomo I.....	1928	1,75
fd. fd. fd. Tomo II.....	1928	1,50
Empleo de la Aeronáutica en la observación del tiro de la Artillería y reconocimiento de objetivos.....	1926	1,00
Reglamento para la instrucción de tiro de la Artillería de campaña y posición	1929	2,00
Anexo III.—Descripción y manejo del material empleado en maniobra de fuerza y transporte.....	1929	1,75
fd. IV.—Descripción y empleo táctico y técnico de los proyectores.....	1929	1,00
fd. V.—Nomenclatura, servicio en fuego y conservación de los materiales de Artillería de montaña y ligera.....	1929	1,50
fd. VI.—Nomenclatura, servicio en fuego y conservación de los materiales de Artillería pesada	1930	1,75
Reglamento táctico para la Artillería ligera y a caballo (Primera parte)	1929	1,25
fd. fd. fd. (Segunda parte)	1929	1,00
Reglamento táctico para la Artillería.—Servicio de las Pianas Mayores	1929	0,50